ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1987

Seria: GÓRNICTWO z. 154 Nr kol. 1020

Grażyna OBER

Instytut Mechanizacji Górnictwa
Politechnika Śląska, Gliwice

UJEDNOLICONE OBLICZENIA WYTRZYMAŁOŚCIOWE STOJAKÓW HYDRAULICZNYCH

Część I. Obciążenia statyczne

Streszczenie. W pracy przeprowadzono obliczenia wytrzymałościowe ze względu na kryterium obciążenia dopuszczalnego oraz warunku stateczności dla modelu trójczłonowego siłownika hydraulicznego stosowanego w obudowach górniczych.

Modele fizyczne i matematyczne przyjęto w warunku ich adekwatności do rzeczywistych stojaków pod względem wytrzymałościowym i stateczności.

Dla ustalonych modeli matematycznych opracowano program do obliczeń ze względu na stateczność sprężystą oraz dopuszczalne naprężenie przy statycznym charakterze obciążeń.

Na podstawie uzyskanych wyników obliczeń przeprowadzono analizę optymalizacji wartości granic plastyczności i parametrów geometrycznych dla poszczególnych członów stojaka.

Załączony program obliczeń może być stosowany dla wszystkich analogicznych konstrukcji siłowników hydraulicznych.

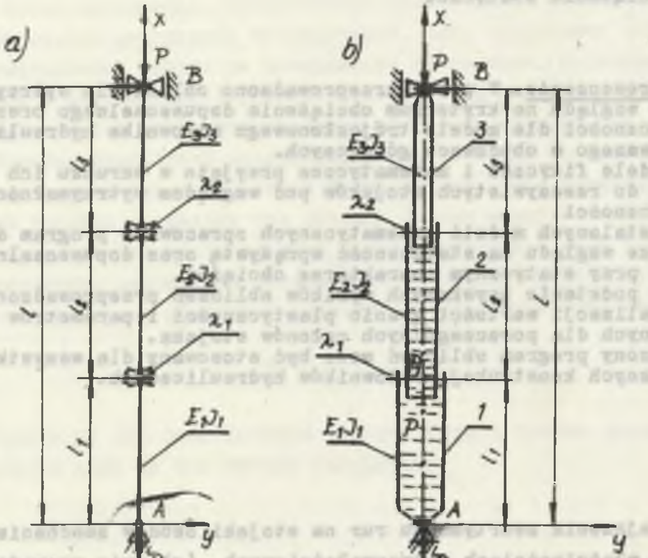
1. WSTĘP

Dla zmniejszenia asortymentu rur na stojaki obudów zmechanizowanych przy danych właściwościach wytrzymałościowych (głównie naprężeniu na granicy plastyczności R_e) zaistniała potrzeba ujednolicenia obliczeń wytrzymałościowych stojaków.

W tym celu opracowano adekwatne do rzeczywistych stojaków modele fizyczne i matematyczne. Modele te badano ze względu na stateczność sprężystą i dopuszczalne naprężenie, zakładając statyczny charakter obciążeń. Opracowano program obliczeń numerycznych pozwalający na optymalizację parametrów wytrzymałościowo-mechanicznych przy założonych wybranych parametrach geometrycznych. Przytoczono ponadto przykład numeryczny obliczeń stojaka obudowy typu GLINIK. Załączony program ma charakter o tyle uniwersalny, że może być stosowany dla wszystkich przedstawionych w pracy konstrukcji stojaków.

2. OKREŚLENIE SIŁY KRYTYCZNEJ SIŁOWNIKA HYDRAULICZNEGO W ZALEŻNOŚCI OD JEGO KONSTRUKCJI, W ZAKRESIE ODKSZTAŁCEŃ SPRĘŻYSTYCH

W pierwszej kolejności badania wartości siły krytycznej przeprowadzono na dwóch modelach fizycznych stojaków dwuteleskopowych "a" i "b" (rys. 1). Wykazano, że oba założone modele fizyczne są adekwatne pod względem wartości sił krytycznych. Rysunek 2 przedstawia wyboczoną postać układu trzech współosiowych prętów o różnych sztywnościach zginania, połączonych przegubowo sprężyście. Zakłada się, że przy zginaniu przekroje prętów w przegubach sprężystych obracają się o różne kąty. Wartości różnic tych kątów są proporcjonalne do odpowiednich momentów zginających.



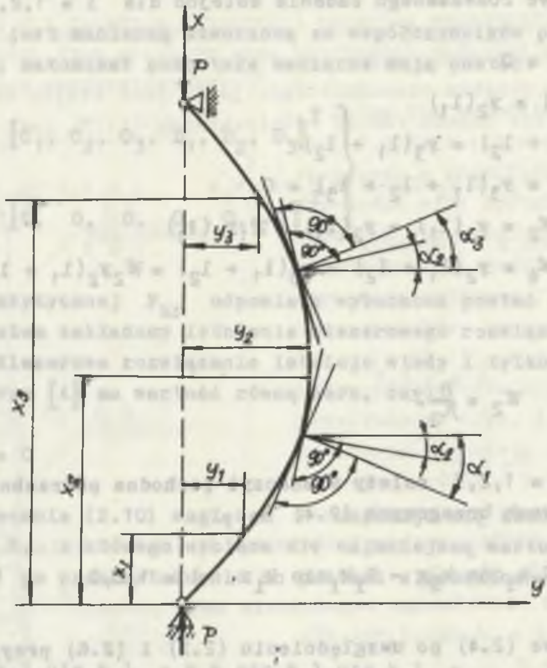
Rys. 1. Modele fizyczne "a" i "b" stojaka dwuteleskopowego złożonego z: 1 - spodnika, 2 - środnika, 3 - rdzennika (model "a" prętowy, "b" rurowy)

Fig. 1. Physical models "a" and "b" of the two-telescopic prop consisting of 1 - lower prop, 2 - web, 3 - upper prop (model "a" - rod-like, "b" - tubular)

Współczynniki proporcji oznaczono przez:

$\frac{1}{\lambda_1}$ - dla przegubu pierwszego

$\frac{1}{\lambda_2}$ - dla przegubu drugiego.



Rys. 2. Odkształcona postać modelu fizycznego "a" stojaka dwuteleskopowego

Fig. 2. Deflected physical model "a" of the two-telescopic prop

Pomija się przesunięcie wzdłuż osi pręta w przegubie wywołane ściśliwością płynu.

Równania różniczkowe poszczególnych odcinków osi wyboczonego pręta mają postać:

$$E_iI_i \frac{d^2y_i}{dx^2} = -Py_i \tag{2.1}$$

$i = 1,2,3.$

Rozwiązanie ogólne układu równań (2.1) jest następujące:

$$y_i = C_i \sin k_i x + D_i \cos k_i x \tag{2.2}$$

gdzie:

$$k_i^2 = \frac{P}{E_iI_i}, \quad i = 1,2,3 \tag{2.3}$$

Warunki brzegowe rozważanego zadania kolejno dla $i = 1,2,3$ mają postać:

$$
\begin{aligned}
&1)\ y_1(0) = 0\\
&2)\ y_1(l_1) = y_2(l_1)\\
&3)\ y_2(l_1 + l_2) = y_3(l_1 + l_2)\\
&4)\ y_3(l) = y_3(l_1 + l_2 + l_3) = 0\\
&5)\ \alpha_1 - \alpha_2 = y_1'(l_1) - y_2'(l_1) = \varkappa_1 y_1(l_1)\\
&6)\ \alpha_3 - \alpha_4 = y_2'(l_1 + l_2) - y_3'(l_1 + l_2) = \varkappa_2 y_2(l_1 + l_2)
\end{aligned}
\tag{2.4}
$$

gdzie:

$$
\varkappa_1 = \frac{P}{\lambda_1}, \quad \varkappa_2 = \frac{P}{\lambda_2}. \tag{2.5}
$$

Kolejno dla $i = 1,2,3$ należy wyznaczyć pochodne potrzebne do wykorzystania w warunkach brzegowych (2.4)

$$
y_i'(x) = C_i k_i \cos k_i x - D_i k_i \sin k_i x \qquad i = 1,2,3 \tag{2.6}
$$

Warunki brzegowe (2.4) po uwzględnieniu (2.2) i (2.6) przyjmują postać:

$$
\begin{aligned}
&1)\ D_1 = 0\\
&2)\ C_1 \sin k_1 l_1 + D_1 \cos k_1 l_1 - C_2 \sin k_2 l_1 - D_2 \cos k_2 l_1 = 0\\
&3)\ C_2 \sin k_2(l_1 + l_2) + D_2 \cos k_2(l_1 + l_2)\\
&\qquad - C_3 \sin k_3(l_1 + l_2) - D_3 \cos k_3(l_1 + l_2) = 0\\
&4)\ C_3 \sin k_3 l + D_3 \cos k_3 l = 0\\
&5)\ C_1 k_1 \cos k_1 l_1 - D_1 k_1 \sin k_1 l_1 - C_2 k_2 \cos k_2 l_1\\
&\qquad + D_2 k_2 \sin k_2 l_1 - \varkappa_1 C_1 \sin k_1 l_1 - \varkappa_1 D_1 \cos k_1 l_1 = 0\\
&6)\ C_2 k_2 \cos k_2(l_1 + l_2) - D_2 k_2 \sin k_2(l_1 + l_2)\\
&\qquad - C_3 k_3 \cos k_3(l_1 + l_2) + D_3 k_3 \sin k_3(l_1 + l_2)\\
&\qquad - \varkappa_2 C_2 \sin k_2(l_1 + l_2) - \varkappa_2 D_2 \cos k_2(l_1 + l_2) = 0
\end{aligned}
\tag{2.7}
$$

Układ równań (2.7) jest układem równań liniowych, jednorodnym ze względu na niewiadome C_1, C_2, C_3, D_1, D_2, D_3 i może być zanotowany w zapisie macierzowym

$$
[\![A]\!]_{6x6} \cdot [\![X]\!]_{6x1} = [\![0]\!]_{6x1} \tag{2.8}
$$

gdzie $[A]_{6x6}$ jest macierzą utworzoną ze współczynników przy C_i, D_i równania (2.7), natomiast pozostałe macierze mają postać:

$$\left.\begin{aligned} [X]_{6x1} &= [C_1, C_2, C_3, D_1, D_2, D_3]^T \\ [0]_{6x1} &= [0, 0, 0, 0, 0, 0]^T \end{aligned}\right\} \qquad (2.9)$$

Ponieważ sile krytycznej P_{kr} odpowiada wyboczona postać osi odkształconej pręta, zatem zakładamy istnienie niezerowego rozwiązania układu równań (2.8). Niezerowe rozwiązanie istnieje wtedy i tylko wtedy, gdy wyznacznik macierzy $[A]$ ma wartość równą zeru, czyli

$$\det [A] = 0 \qquad (2.10)$$

Rozwiązując równanie (2.10) względem P uzyskuje się zbiór wartości krytycznych siły P, z którego wybiera się najmniejszą wartość dodatnią. Równanie (2.10) po przekształceniu do postaci algebraicznej przyjmuje postać [9]:

$$\begin{aligned} &k_2k_3\mathrm{ctg}\, k_2l_2\mathrm{ctg}\, k_3l_3 + k_3k_1\mathrm{ctg}\, k_3l_3\mathrm{ctg}\, k_1l_1 + \\ &k_1k_2\mathrm{ctg}\, k_1l_1\mathrm{ctg}\, k_2l_2 - [\varkappa_1(k_2\mathrm{ctg}\, k_2l_2 + k_3\mathrm{ctg}\, k_3l_3) + \\ &\varkappa_2(k_1\mathrm{ctg}\, k_1l_1 + k_2\mathrm{ctg}\, k_2l_2)] + \varkappa_1\varkappa_2 - k_2^2 = 0 \end{aligned} \qquad (2.11)$$

$$\begin{aligned} &(\varkappa_1\varkappa_2 - k_2^2)\, \mathrm{tg}k_1l_1\, \mathrm{tg}k_2l_2\, \mathrm{tg}k_3l_3 - \\ &[\varkappa_1\mathrm{tg}\, k_1l_1(k_2\mathrm{tg}\, k_3l_3 + k_3\mathrm{tg}\, k_2l_2) + \\ &\varkappa_2\mathrm{tg}\, k_3l_3(k_1\mathrm{tg}\, k_2l_2 + k_2\mathrm{tg}\, k_1l_1)] + k_2k_3\mathrm{tg}\, k_1l_1 + \\ &k_3k_1\mathrm{tg}\, k_2l_2 + k_1k_2\mathrm{tg}\, k_3l_3 = 0 \end{aligned} \qquad (2.12)$$

Wartość siły krytycznej P_{kr} należy wyznaczać z równania (2.11) lub (2.12), przyjmując wartości l_i, E_i, I_i, λ_1, λ_2.
Ponieważ rówanie ma charakter przestępny, do jego rozwiązania należy użyć metody przybliżonej, opracowując jednocześnie odpowiedni program na maszynę cyfrową (rozdział 4).

Na podstawie literatury [2], [4] układ równań różniczkowych opisujący oś wyboczonego pręta, w przypadku przyjęcia modelu "b" (rys. 1b), ma następującą postać:

$$\begin{aligned} E_iI_iy_i'' &= -P_iy_i \qquad i = 1,2 \\ E_iI_iy_i'' &= P_iy_i \qquad i = 3 \end{aligned} \qquad (2.13)$$

Model "b" różni się tym od modelu "a", że uwzględniono w nim ciśnienia cieczy w cylindrach oznaczonych jako "1" i "2". Model ten zatem lepiej przybliża cechy obiektu rzeczywistego, jakim jest stojak dwuteleskopowy. Rozwiązanie ogólne układu równań różniczkowych (2.13) jest następujące:

$$\left.\begin{aligned} y_i &= A_i + B_i x + C_i \sin k_i x + D_i \cos k_i x \qquad i = 1,2 \\ y_i &= C_i \sin k_i x + D_i \cos k_i x \qquad i = 3 \end{aligned}\right\} \tag{2.14}$$

gdzie

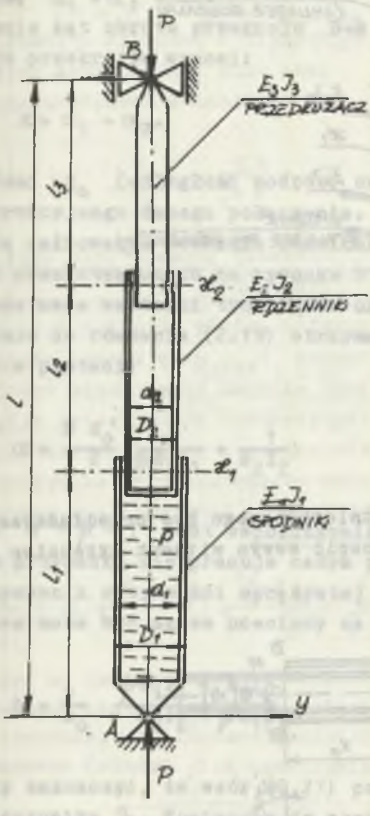
$$\left.\begin{aligned} k_i^2 &= \frac{P}{E_i I_i} \qquad i = 1,2,3 \\ \varkappa_1 &= \frac{P}{\lambda_1}; \quad \varkappa_2 = \frac{P}{\lambda_2} \end{aligned}\right. \tag{2.15}$$

W rozwiązaniu (2.14) występuje dziesięć stałych dowolnych A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2, C_3, D_1, D_2, D_3.
Warunki brzegowe rozważanego zagadnienia mają postać:

$$\begin{aligned}
&1)\ y_1(0) = 0 \\
&2)\ y_1''(0) = 0 \\
&3)\ y_1(l_1) = y_2(l_1) \\
&4)\ y_1'(l_1) - y_2'(l_1) = \varkappa_1 y_1(l_1) \\
&5)\ y_1''(l_1) = -k_1^2 y_1(l_1) \\
&6)\ k_2^2 y''(l_1) = k_1^2 y_2''(l_1) \\
&7)\ y_2(l_1 + l_2) = y_3(l_1 + l_2) \\
&8)\ y_2'(l_1 + l_2) - y_3'(l_1 + l_2) = \varkappa_2 y_2(l_1 + l_2) \\
&9)\ y_2''(l_1 + l_2) = -k_2^2 y_2(l_1 + l_2) \\
&10)\ y_3(l) = 0
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Rozwiązując układ równań (2.14) z warunkami brzegowymi (2.16) uzyskuje się postać równania identyczną z (2.12). Oznacza to, że wartości sił krytycznych P_{kr}, uzyskane na podstawie modelu "a", są takie same jak wartości sił krytycznych uzyskane na podstawie modelu "b". Zatem modele "a" i "b" są adekwatne pod względem wartości sił krytycznych. Podobną własność można by wykazać dla przypadku stojaka n-teleskopowego. Wynika stąd, że ciśnienia wewnątrz cylindrów nie mają wpływu na wartości sił krytycznych P.

O wartościach tych sił decydują sztywności zginania poszczególnych odcinków stojaka, długości tych odcinków oraz sztywności połączeń przegubowo sprężystych wyrażone współczynnikami λ_1 i λ_2.



Rys. 3. Model siłownika jednoteleskopowego z przedłużaczem

Fig. 3. The model of the one-telescopic servo with extension rod

Zatem dla przedstawionego na rys. 3 modelu stojaka jednoteleskopowego z przedłużaczem można wyznaczać siły krytyczne takie same jak dla modelu stojaka dwuteleskopowego, uwzględniając odpowiednio sztywności i długości jego odcinków, korzystając z równania (2.11). Model fizyczny siłownika jednoteleskopowego bez przedłużacza (rys. 4) stanowi uproszczenie modelu siłownika dwuteleskopowego. Rozwiązanie dla tego przypadku otrzymuje się podstawiając w równaniu (2.12) wartości $l_3 = 0$ i $\varkappa_1 = \varkappa$:

$$-\varkappa k_3 tgk_1 l_1 tgk_2 l_2 + k_2 k_3 tgk_1 l_1 + k_3 k_1 tgk_2 l_2 = 0 \qquad (2.17)$$

oraz po podzieleniu stronami przez $k_3 tgk_1 l_1 tgk_2 l_2$ otrzymujemy:

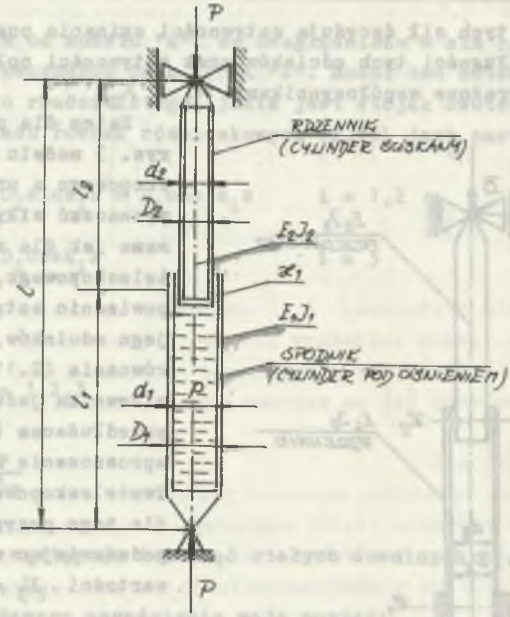
$$k_1 ctgk_1 l_1 + k_2 ctgk_2 l_2 - \varkappa = 0 \qquad (2.18)$$

Z równania (2.18) można wyznaczyć wartości krytyczne sił P_{kr} dla stojaka jednoteleskopowego bez przedłużacza. Równanie (2.18) jest zgodne z równaniem podanym w literaturze [3, 4].

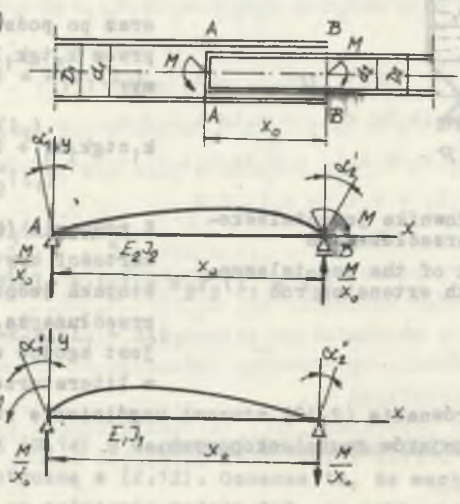
W ten sposób równanie (2.12) stanowi uogólnienie równania (2.18) w odniesieniu do stojaków dwuteleskopowych.

3. OCENA WSPÓŁCZYNNIKA λ

Do analitycznej oceny współczynnika λ przyjęto uproszczony model fizyczny połączenia teleskopowego przedstawiony na rysunku 5.



Rys. 4. Model fizyczny stojaka jednoteleskopowego bez przedłużacza
Fig. 4. Physical model of the one-telescopic servo without extension rod



Rys. 5. Model fizyczny połączenia teleskopowego
Fig. 5. Physical model of the telescopic link

W celu określenia kąta obrotu przekroju B-B połączenia teleskopowego względem przekroju A-A jako funkcji momentu M posłużono się dwoma belkami (rys. 5b,c).
Korzystając z zasady superpozycji określono kąt obrotu przekroju A-A jako sumę $\alpha_1 = \alpha_1' + \alpha_1''$.
Podobnie kąt obrotu przekroju B-B jako sumę $\alpha_2 = \alpha_2' + \alpha_2''$. Względny kąt obrotu przekrojów wynosi:

$$\alpha = \alpha_1 - \alpha_2. \tag{2.19}$$

Wielkość x_o (odległość podpór) należy każdorazowo odczytać z rysunku konstrukcyjnego danego połączenia.
Metodą całkowania równania różniczkowego osi odkształconej wyznaczono dla belek przedstawionych na rysunku 5 wartości kątów α_1', α_1'' oraz α_2', α_2''.
Na podstawie wartości tych kątów określono α_1 i α_2, a wstawiając te ostatnie do równania (2.19) otrzymano względny kąt obrotu obu przekrojów belek w postaci:

$$\alpha = \frac{M\,x_o}{2}\left(\frac{1}{\beta E_1 I_1} + \frac{1}{E_2 I_2}\right) \tag{2.20}$$

gdzie $0 < \beta < 1$ jest współczynnikiem uwzględniającym fakt, że belka w danym przypadku nie pracuje całym przekrojem.
Współczynnik sztywności sprężystej przegubu modelującego połączenie teleskopowe może być zatem oceniony na podstawie wzoru (2.20) następująco:

$$\lambda = \frac{2}{x_o}\,\frac{\beta E_1 I_1 * E_2 I_2}{E_2 I_2 + \beta E_1 I_1} \tag{2.21}$$

Należy zaznaczyć, że wzór (2.21) podaje jedynie przybliżoną ocenę wartości współczynnika λ. Konieczne do stosowania wzoru (2.21) wartości x_o na podstawie rysunku konstrukcyjnego oraz wartość współczynnika osłabienia β mogą być określone jedynie z dużym przybliżeniem. Uściślić wartość współczynnika λ można jedynie eksperymentalnie.

4. OKREŚLENIE DOPUSZCZALNEJ SIŁY OBCIĄŻAJĄCEJ STOJAK

W pierwszej kolejności obliczenia siły dopuszczalnej przeprowadza się dla elementów stojaka dwuteleskopowego obciążonego jak na rysunku 6 dla następujących przypadków:

a) spodnik pracuje jako rura grubościenna obciążona ciśnieniem wewnętrznym:

$$p = \frac{4\,P}{\pi\, d_1^2}, \tag{2.22}$$

Rys. 6. Model obliczeniowy z obciążeniem stojaka dwuteleskopowego
Fig. 6. Analytical model with a load of the two-telescopic prop

b) środnik - podobnie - pracuje jako rura grubościenna obciążona ciśnieniem wewnętrznym:

$$p_1 = \frac{4\,P}{\pi\, d_2^2}, \tag{2.23}$$

c) rdzennik pracuje jako pręt ściskany siłą P.

Ponadto należy określić siłę krytyczną P_{kr}, przy której stojak jako złożona konstrukcja traci stateczność. Dopuszczalną siłę P_1 wynikającą z projektowania spodnika na dopuszczalne naprężenie wyznaczono korzystając z rozwiązania Lamego

$$\sigma_{\substack{r\\t}} = \frac{p\, d_1^2}{D_1^2 - d_1^2}\left(1 \mp \frac{D_1^2}{4\, r^2}\right); \; \sigma_z = 0 \tag{2.24}$$

Rozkład naprężeń podano na rys. 7. Wartości naprężeń zredukowanych (wg hipotezy energii odkształcenia postaciowego M.T. Hubera) wynoszą

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_t^2 - \sigma_r \sigma_t} =$$

$$= \frac{d_1^2\, p}{D_1^2 - d_1^2}\sqrt{1 + 3\left(\frac{D_1^2}{4\, r^2}\right)^2} \tag{2.25}$$

Wychodząc z nierówności

$$\sigma_{red_{max}} \leqslant \frac{R_{e_1}}{n_1}, \tag{2.26}$$

gdzie:

R_{e_1} - naprężenie na granicy plastyczności przy rozciąganiu materiału spodnika,

n_1 - współczynnik bezpieczeństwa dla spodnika, otrzymuje się nierówność ograniczającą od góry siłę rozporu stojaka (ze względu na wytrzymałość spodnika):

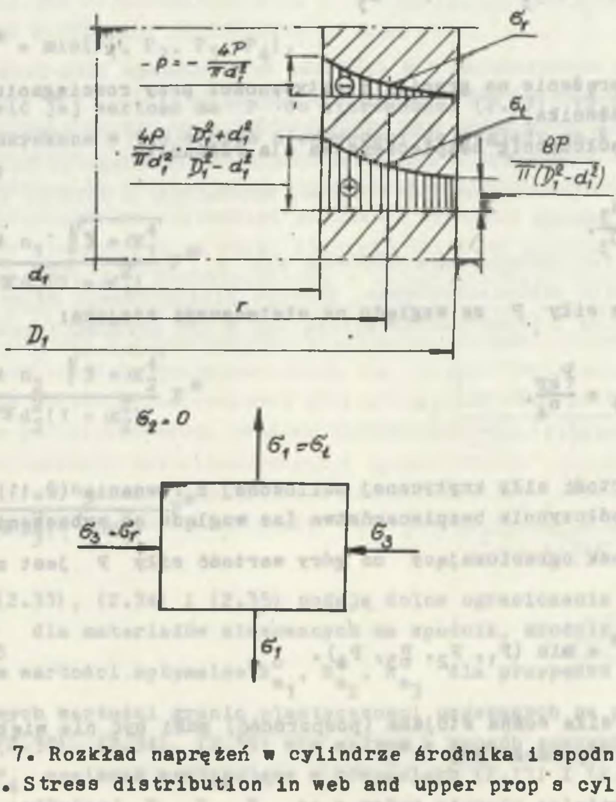
$$P \leq P_1 = \frac{\pi d_1^2}{4\, n_1} \frac{1 - \alpha_1^2}{\sqrt{3 + \alpha_1^4}} R_{e_1}, \tag{2.27}$$

gdzie

$$\alpha_1 = \frac{d_1}{D_1}.$$

Analogicznie uzyskuje się odpowiednie ograniczenie od góry dla siły P ze względu na wytrzymałość środnika, a mianowicie:

$$P \leq P_2 = \frac{\pi d_2^2}{4\, n_2} \frac{1 - \alpha_2^2}{\sqrt{3 + \alpha_2^4}} R_{e_2}, \tag{2.28}$$



Rys. 7. Rozkład naprężeń w cylindrze środnika i spodnika

Fig. 7. Stress distribution in web and upper prop's cylinder

gdzie:

R_{e_2} - naprężenie na granicy plastyczności przy rozciąganiu materiału środnika,

n_2 - współczynnik bezpieczeństwa dla środnika,

$$\alpha_2 = \frac{d_2}{D_2}.$$

Jak wynika ze schematu obciążenia, rdzennik jest ściskanym cylindrem bądź walcem. Zatem ograniczenie siły P ze względu na wytrzymałość rdzennika ma postać:

$$\frac{4\ P}{D_3^2 - d_3^2} \leqslant \frac{R_{e_3}}{n_3}, \tag{2.29}$$

skąd:

$$P \leqslant P_3 = \frac{D_3^2}{4\ n_3}\ (1 - \alpha_3^2)\ R_{e_3}, \tag{2.30}$$

gdzie:

R_{e_3} - naprężenie na granicy plastyczności przy rozciąganiu materiału rdzennika,

n_3 - współczynnik bezpieczeństwa dla rdzennika

$$\alpha_3 = \frac{d_3}{D_3}.$$

Ograniczenie siły P ze względu na stateczność stojaka:

$$P \leqslant P_4 = \frac{P_{kr}}{n_4}, \tag{2.31}$$

gdzie:

P_{kr} - wartość siły krytycznej obliczonej z równania (2.11) lub (2.12),

n_4 - współczynnik bezpieczeństwa (ze względu na wyboczenie).

Ogólny warunek ograniczający od góry wartość siły P jest zatem następujący:

$$P \leqslant P^* = \min\ (P_1,\ P_2,\ P_3,\ P_4). \tag{2.32}$$

Rzeczywista siła nośna stojaka (podporność) musi być nie większa od wyznaczonej siły dopuszczalnej P^*.

Przy wyznaczaniu naprężeń zredukowanych dla spodnika i środnika skorzystano ze wzorów Lamego, które są ściśle ważne jedynie dla rur grubościennych nieskończenie długich. W rozważanym przypadku dochodzi zagadnienie spiętrzenia naprężeń na końcach cylindrów. Proponuje się uwzględnić te zwiększone naprężenia przez zwiększenie współczynników bezpieczeństwa n_1 i n_2.

Z elementów stojaka jedynie rdzennik pracuje na ściskanie. Przyjęcie zatem odpowiednio dużego współczynnika bezpieczeństwa n_3 pozwala traktować zagadnienie wyboczenia stojaka jako zagadnienie wyboczenia sprężystego.

Z danych literaturowych [2, 4, 6] wynika, że dla istniejących i stosowanych konstrukcji stojaków najmniejsza wartość siły dopuszczalnej jest na ogół określona wartością siły dopuszczalnej P_4. Oznacza to, że największe zagrożenie dla konstrukcji stojaka stanowi utrata stateczności. Jest to tym bardziej uzasadnione, że rozpatrując stateczność stojaka, przyjęto mimośród działania siły ściskającej równy zero $(e = 0)$, co w praktyce jest niemożliwe do ścisłego zrealizowania.

Przyjmując zatem, że

$$P_4 = P^* = \min(P_1, P_2, P_3, P_4), \tag{2.32a}$$

można podstawić jej wartość za P do nierówności (2.27), (2.28), (2.30). Rozwiązując uzyskane w ten sposób nierówności ze względu na R_{e_1}, R_{e_2}, R_{e_3} uzyskuje się:

$$R_{e_1} \geq \frac{4\, n_1 \sqrt{3 + \alpha_1^4}}{\pi d_1^2 (1 - \alpha_1^2)} P^* \tag{2.33}$$

$$R_{e_2} \geq \frac{4\, n_2 \sqrt{3 + \alpha_2^4}}{\pi d_2^2 (1 - \alpha_2^2)} P^* \tag{2.34}$$

$$R_{e_3} \geq \frac{4\, n_3}{\pi D_3^2 (1 - \alpha_3^2)} P^* \tag{2.35}$$

Nierówności (2.33), (2.34) i (2.35) podają dolne ograniczenia wartości R_{e_1}, R_{e_2}, R_{e_3} dla materiałów stosowanych na spodnik, środnik, rdzennik. Są to zarazem wartości optymalne $R_{e_1}^o$, $R_{e_2}^o$, $R_{e_3}^o$ dla przypadku $P_4 = P^*$.

Przyjęcie nowych wartości granic plastyczności uzyskanych na podstawie nierówności (2.33), (2.34), (2.35) nie wpływa w sposób znaczący na wartości siły P_4, ponieważ występujące w równaniach (2.11) i (2.12) moduły sprężystości podłużnej E_1, E_2, E_3 są w małym stopniu zależne od rodzaju stali. Zmniejszają się jednak wartości sił P_1, P_2, P_3 do wartości P^*. W przypadku gdy $P_1 = P^*$, to $R^o_{e_1} = R_{e_1}$

$$R^o_{e_2} = \frac{4\, n_2 \sqrt{3 + \alpha_2^4}}{\pi d_2^2 (1 - \alpha_2^2)} P_1 \qquad (2.35a)$$

$$R^o_{e_3} = \frac{4\, n_3}{\pi D_3^2 (1 - \alpha_3^2)} P_1 \qquad (2.35b)$$

Podobnie należy postąpić w przypadkach, gdy $P_2 = P^*$ oraz $P_3 = P^*$. Szczegóły uporządkowanego postępowania podano w opracowanym schemacie blokowym i programie obliczeń numerycznych.

Siłę dopuszczalną P dla stojaka konstrukcji jednoteleskopowej z przedłużaczem pokazanej na rysunku 3 można wyznaczyć za pomocą wzoru:

$$P^* = \min(P_1, P_2, P_3, P_4) \qquad (2.36)$$

przy czym:

P_1 – siła dopuszczalna dla spodnika traktowanego jako rura grubościenna obciążona wewnętrznym ciśnieniem p,

P_2 – siła dopuszczalna dla rdzennika pracującego na ściskanie,

P_3 – siła dopuszczalna dla przedłużacza pracującego na ściskanie,

P_4 – siła dopuszczalna dla stojaka, wynikająca z warunku stateczności sprężystej.

Stosując tok postępowania obliczeń sił P_1, P_2, P_3, P_4 i P^* podobny jak dla stojaka dwuteleskopowego, granice plastyczności materiałów spodnika, rdzennika i przedłużacza wyrażą się w tym przypadku zależnościami:

$$R^o_{e_1} = \frac{4\, n_1 \sqrt{3 + \alpha_1^4}}{\pi d_1^2 (1 - \alpha_1^2)} P^* \qquad (2.37)$$

$$R^o_{e_2} = \frac{4\, n_2}{\pi D_2^2 (1 - \alpha_2^2)} P^* \qquad (2.38)$$

$$R^o_{e_3} = \frac{4\, n_3}{\pi D_3^2} P^* \qquad (2.39)$$

Siłę dopuszczalną P^* dla stojaka konstrukcji jednoteleskopowej bez przedłużacza (rys. 4) można wyznaczyć za pomocą wzoru:

$$P^* = \min(P_1, P_2, P_3), \tag{2.40}$$

gdzie:

P_1 - siła dopuszczalna dla spodnika przyjętego jako rura grubościenna obciążona wewnętrznym ciśnieniem p,

P_2 - siła dopuszczalna dla rdzennika pracującego na ściskanie,

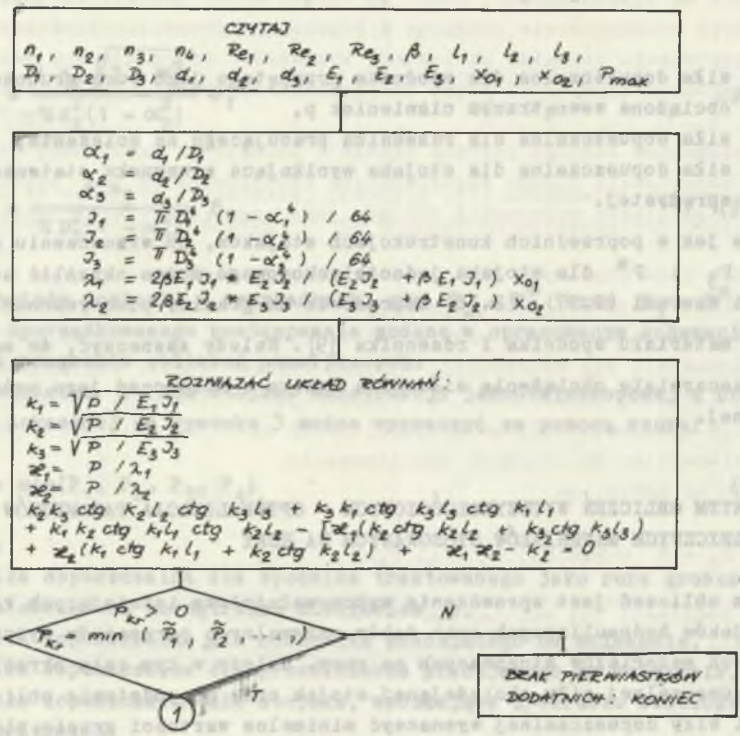
P_3 - siła dopuszczalna dla stojaka wynikająca z warunku stateczności sprężystej.

Podobnie jak w poprzednich konstrukcjach stojaków, po wyznaczeniu sił P_1, P_2, P_3 i P^* dla stojaka jednoteleskopowego można określić analogicznymi wzorami (2.37), (2.38) naprężenie na granicy plastyczności $R^o_{e_1}$, $R^o_{e_2}$ dla materiału spodnika i rdzennika [9]. Należy zaznaczyć, że maksymalne rzeczywiste obciążenie siłownika wynika z założonej jego nośności statycznej.

5. ALGORYTM OBLICZEŃ WYTRZYMAŁOŚCIOWYCH - OPTYMALIZACJA PARAMETRÓW MECHANICZNYCH MATERIAŁÓW STOSOWANYCH NA RURY

Celem obliczeń jest sprawdzenie wytrzymałościowe istniejących konstrukcji stojaków hydraulicznych oraz dobór optymalnych parametrów wytrzymałościowych materiałów stosowanych na rury. Należy w tym celu określić wartość dopuszczalnej siły obciążającej stojak oraz na podstawie obliczonej wartości siły dopuszczalnej wyznaczyć minimalne wartości granic plastyczności materiałów stosowanych na rury. Algorytm obliczeń pomyślany jest tak, aby obejmował stojaki dwuteleskopowe o najogólniejszej konstrukcji oraz pozostałe prostsze konstrukcje stojaków, traktowane jako przypadki szczególne. Na rysunku 8 przedstawiono przykładowo schemat blokowy jednego z algorytmu obliczeń wytrzymałościowych dla stojaka dwuteleskopowego. Dane do programu obliczeń numerycznych przyjęto według rysunków konstrukcyjnych stojaka dwuteleskopowego obudowy GLINIK-08/22-Oz (szczegółowy program obliczeń siłowników dwuteleskopowych w języku "BASIC" znajduje się w pracy [9]). Wydruk wyników z monitora w postaci wykresów przedstawia rysunek 9, na którym naniesiono wartości P_1, P_2, P_3, P_4, R_{e_1}, R_{e_2}, R_{e_3}.

Schemat blokowy:



6. ANALIZA WYNIKÓW OBLICZEŃ

Z obliczeń wytrzymałościowych stojaka dwuteleskopowego otrzymano następujące wartości sił dopuszczalnych:

dla spodnika $P_1 = 1{,}85951$ [MN],

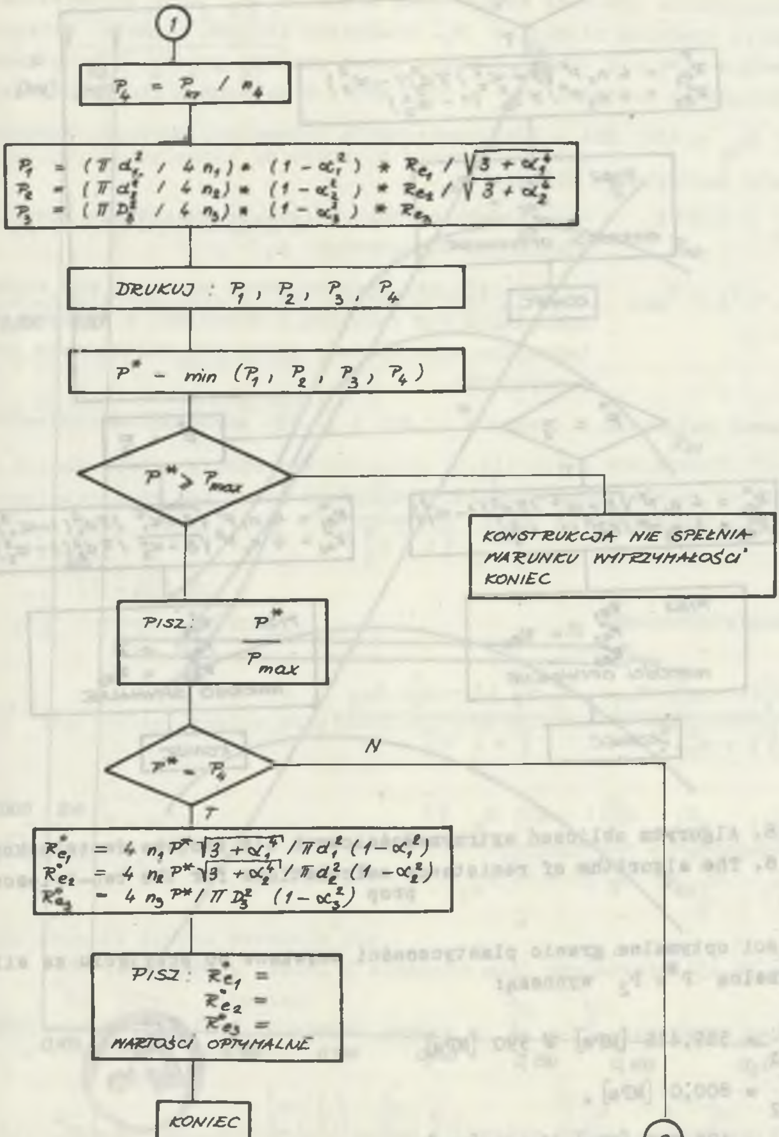
dla środnika $P_2 = 1{,}37003$ [MN],

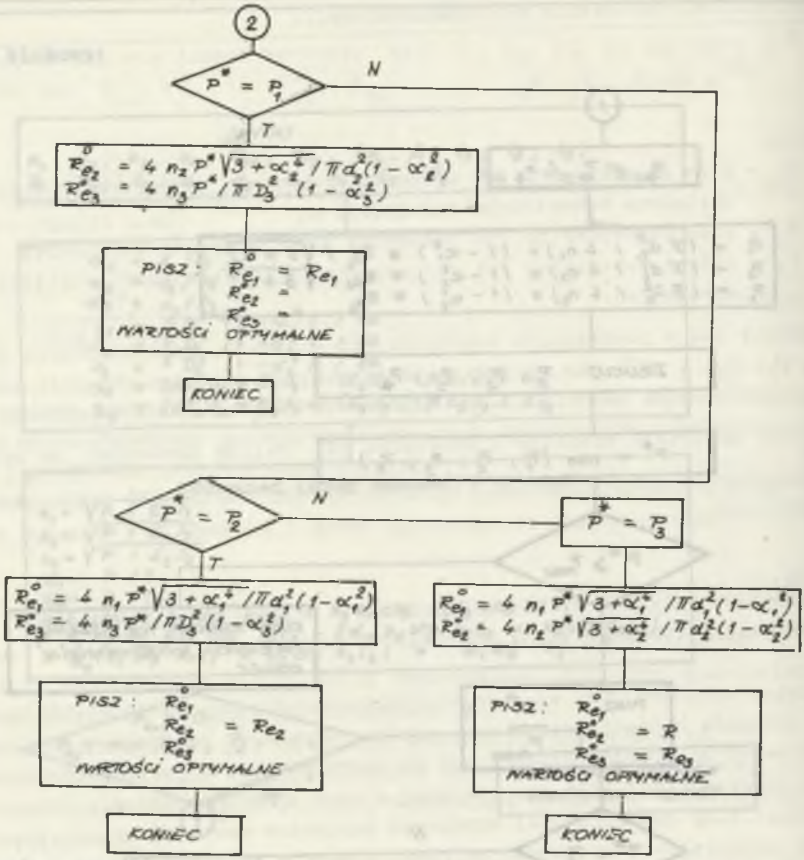
dla rdzennika $P_3 = 6{,}15752$ [MN]

oraz siłę dopuszczalną wynikającą ze stateczności stojaka

$P_4 = 2{,}29854$ [MN].

Z zestawienia tych sił wynika, że elementem stojaka najbardziej narażonym na zniszczenie jest środnik, dla którego siła dopuszczalna P_2 jest tylko nieznacznie większa od siły wynikającej z założonej nośności stojaka $P_{max} = 1{,}3$ [MN].


1
P4 = Pzr / n4
P1 = (π d1² / 4 n1) * (1 - α1²) * Re1 / √(3 + α1⁴)
P2 = (π d2² / 4 n2) * (1 - α2²) * Re2 / √(3 + α2⁴)
P3 = (π D3² / 4 n3) * (1 - α3²) * Re3
DRUKUJ : P1 , P2 , P3 , P4
P* = min (P1 , P2 , P3 , P4)
P* > Pmax
KONSTRUKCJA NIE SPEŁNIA WARUNKU WYTRZYMAŁOŚCI KONIEC
PISZ: P* / Pmax
P* = P4
N
T
Re1° = 4 n1 P* √(3 + α1⁴) / π d1² (1 - α1²)
Re2° = 4 n2 P* √(3 + α2⁴) / π d2² (1 - α2²)
Re3° = 4 n3 P* / π D3² (1 - α3²)
PISZ: Re1° =
Re2° =
Re3° =
WARTOŚCI OPTYMALNE
KONIEC
2



Rys. 8. Algorytm obliczeń wytrzymałościowych dla stojaka dwuteleskopowego
Fig. 8. The algorithm of resistance calculations for the two-telescopic prop

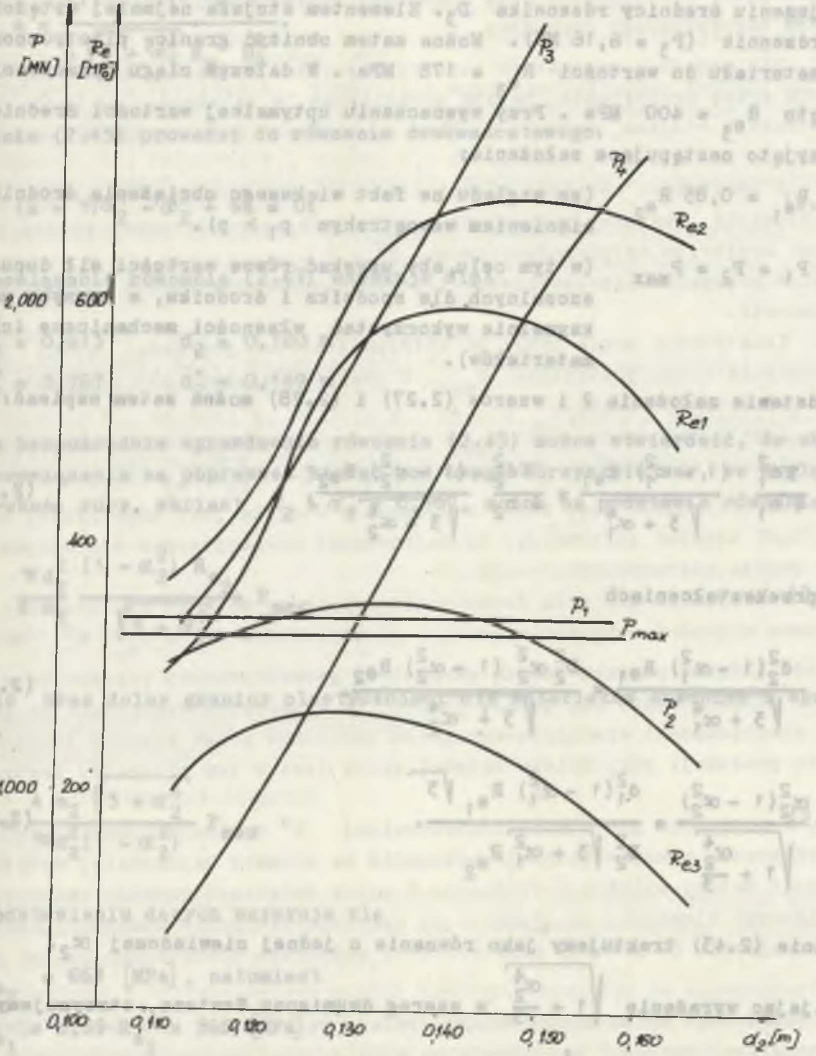
Wartości optymalne granic plastyczności uzyskane po przyjęciu za siłę dopuszczalną $P^* = P_2$ wynoszą:

$$R^o_{e_1} = 589{,}416\ [\mathrm{MPa}] \cong 590\ [\mathrm{MPa}]$$

$$R_{e_2} = 800{,}0\ [\mathrm{MPa}],$$

$$R^o_{e_3} = 177{,}998\ [\mathrm{MPa}] \cong 178\ [\mathrm{MPa}].$$

Dalsza optymalizacja wartości granic plastyczności jest niemożliwa bez naruszenia geometrii narzuconej przez istniejącą konstrukcję stojaka. Z uzyskanych wyników można wywnioskować, że obniżenie granicy plastyczno-



Rys. 9. Wykresy uzyskane z wydruków ETO dla stojaka dwuteleskopowego dla obudowy GLINIK - 08/22-0z

Fig. 9. Diagrams obtained from ETO printouts for the two-telescopic prop for the lining GLINIK - 08/22-0z

ści materiału stosowanego na środnik (R_{e_2} = 800 MPa) można zrealizować przez zmniejszenie średnicy wewnętrznej środnika d_2 przy odpowiednim zmniejszeniu średnicy rdzennika D_3. Elementem stojaka najmniej wytężonym jest rdzennik (P_3 = 6,16 MN). Można zatem obniżyć granicę plastyczności jego materiału do wartości R_{e_3} = 178 MPa. W dalszym ciągu opracowania przyjęto R_{e_3} = 400 MPa. Przy wyznaczaniu optymalnej wartości średnicy d_2 przyjęto następujące założenia:

1. $R_{e_1} = 0,85\ R_{e_2}$ (ze względu na fakt większego obciążenia środnika ciśnieniem wewnętrznym $p_1 > p$).
2. $P_1 = P_2 = P_{max}$ (w tym celu, aby uzyskać równe wartości sił dopuszczalnych dla spodnika i środnika, a zarazem maksymalnie wykorzystać własności mechaniczne ich materiałów).

Na podstawie założenia 2 i wzorów (2.27) i (2.28) można zatem napisać:

$$\frac{\pi d_1^2}{4\ n_1}\ \frac{(1-\alpha_1^2)\ R_{e1}}{\sqrt{3+\alpha_1^4}} = \frac{\pi d_2^2}{4\ n_2}\ \frac{(1-\alpha_2^2)\ R_{e2}}{\sqrt{3+\alpha_2^4}}, \tag{2.41}$$

a po przekształceniach

$$\frac{d_2^2(1-\alpha_1^2)\ R_{e1}}{\sqrt{3+\alpha_1^4}} = \frac{D_2^2\,\alpha_2^2\ (1-\alpha_2^2)\ R_{e2}}{\sqrt{3+\alpha_2^4}}, \tag{2.42}$$

$$\frac{\alpha_2^2(1-\alpha_2^2)}{\sqrt{1+\frac{\alpha_2^4}{3}}} = \frac{d_1^2(1-\alpha_1^2)\ R_{e_1}\sqrt{3}}{D_2^2\sqrt{3+\alpha_1^2}\ R_{e_2}}. \tag{2.43}$$

Równanie (2.43) traktujemy jako równanie o jednej niewiadomej α_2.

Rozwijając wyrażenie $\sqrt{1+\frac{\alpha_2^4}{3}}$ w szereg dwumienny Newtona, otrzymujemy:

$$\sqrt{1+\frac{\alpha_2^4}{3}} = \left(1+\frac{\alpha_2^4}{3}\right)^{\frac{1}{2}} = 1 + \binom{\frac{1}{2}}{1}\frac{\alpha_2^4}{3} + \binom{\frac{1}{2}}{2}\frac{\alpha_2^3}{9} + \ldots \cong 1 + \frac{1}{6}\alpha_2^4 \tag{2.44}$$

Uwzględniając przybliżenie (2.44) w równaniu (2.43) uzyskuje się:

$$\frac{\alpha_2^2(1-\alpha_2^2)}{6+\alpha_2^4} = a, \tag{2.45}$$

gdzie:

$$a = \frac{d_1^2(1 - \alpha_1^2)\, R_{e_1} \sqrt{3}}{6 \sqrt{3 + \alpha_1^2}\, R_{e_2}\, D_2^2}. \tag{2.46}$$

Równanie (2.45) prowadzi do równania dwukwadratowego:

$$(a + 1)\alpha_2^4 - \alpha_2^2 + 6a = 0. \tag{2.47}$$

Po rozwiązaniu równania (2.47) uzyskuje się:

$\alpha_2' = 0,613 \quad d_2' = 0,120$ m

$\alpha_2'' = 0,767 \quad d_2'' = 0,149$ m

Przez bezpośrednie sprawdzenie równania (2.43) można stwierdzić, że obydwa rozwiązania są poprawne. Biorąc pod uwagę korzystniejszy, ze względu na grubość rury, wariant $\alpha_2 = \alpha_2'' = 0,767$, można na podstawie równania

$$\frac{\pi d_2^2}{4\, n_2} \frac{(1 - \alpha_2^2)\, R_{e_2}}{\sqrt{3 + \alpha_2^4}} = P_{max} \tag{2.48}$$

ocenić kres dolny granicy plastyczności dla materiałów środnika i spodnika.

$$R_{e_2} = \frac{4\, n_2 \sqrt{3 + \alpha_2^4}}{\pi d_2^2(1 - \alpha_2^2)}\, P_{max} \tag{2.49}$$

Po podstawieniu danych uzyskuje się

$R_{e_2} = 661$ [MPa], natomiast

$R_{e_1} = 0,85\, R_{e_2} = 562$ [MPa]

W dalszej kolejności, biorąc pod uwagę otrzymane wyniki, przeprowadzono ponownie obliczenia stojaka wg programu przedstawionego na rysunku 8 przy następujących zmienionych danych wyjściowych:

$d_2 = 0,149$ [m]; $D_3 = 0,128$ [m]; $R_{e_1} = 580$ [MPa];

$R_{e_2} = 670$ [MPa]; $R_{e_3} = 400$ [MPa]

Pozostałe dane programu nie ulegają zmianie.

7. WNIOSKI

Kolejność postępowania przy omówionej optymalizacji należy przyjąć według następującego porządku:

1. Dla zadanych parametrów konstrukcyjnych i wytrzymałościowych, przyjętych przez projektanta, należy zrealizować, w zależności od rodzaju konstrukcji stojaka, schemat blokowy analogiczny do podanego w rozdziale 5.

2. Z realizacji obliczeń według odpowiedniego schematu blokowego wynika odpowiedź, czy przy przyjętych założeniach zaprojektowany stojak czyni zadość kryterium wytrzymałościowemu $P^* \geqslant P_{max}$.

3. W przypadku niedopełnienia tego kryterium konstrukcję stojaka należy zmienić.

4. Konstrukcję można uznać za wytrzymałościowo poprawną, jeżeli P^* nieznacznie tylko przewyższa P_{max}. W przeciwnym przypadku konstrukcja jest przedymensjonowana.

5. Jeżeli kryterium $P^* \geqslant P_{max}$ jest dopełnione, wówczas można podać kresy dolne naprężeń na granicy plastyczności $R^o_{e_1}$, $R^o_{e_2}$, $R^o_{e_3}$ i jednocześnie zorientować się, który z elementów stojaka jest najbardziej wytężony bądź uzyskać informację, że najbardziej niebezpieczna dla stojaka jest utrata stateczności.

6. W przypadku gdy siła dopuszczalna wynika z warunku stateczności, uzyskane wartości naprężenia granicy plastyczności $R^o_{e_1}$, $R^o_{e_2}$, $R^o_{e_3}$ można obniżyć jedynie poprzez zmianę parametrów geometrycznych przekrojów elementów stojaka. Może się jednak okazać, że wyznaczone naprężenia na granicy plastyczności spełniają wymagania narzucone przez warunki technologiczne produkcji rur. Dalsza optymalizacja jest w tym przypadku zbyteczna.

7. W przypadku gdy o sile dopuszczalnej P^* decydują spodnik, środnik lub rdzennik, wówczas istnieje wskazanie na element najbardziej wytężony. Stosując metodę opisaną w rozdziale 6 można zwiększać grubość najbardziej obciążonego elementu, co prowadzi do dalszego obniżenia wymaganej wartości naprężenia na granicy plastyczności materiału stosowanego na ten element.

Z powyższego opisu metodycznego wynika, że istnieją możliwości obniżania wymaganej wartości naprężenia na granicy plastyczności materiałów stosowanych na rury stojaków. Można w pewnych przypadkach obniżać granice plastyczności bez zmiany parametrów geometrycznych zaprojektowanego stojaka. Dalsze obniżanie naprężeń na granicy plastyczności można uzyskiwać drogą nieznacznych zmian geometrycznych przekrojów. Każdą konstrukcję należy jednak badać indywidualnie opierając się na jednym z podanych schematów blokowych.

LITERATURA

[1] Katalog obudów zmechanizowanych. Komag, Gliwice 1985.
[2] Fiedosiejew V.I.: Dziesiat lekcji - biesied po soprotivleniju materiałov. Izd. Nauka, Moskwa 1969.
[3] Opolski T., Parkitny R., Tomski L.: Wyboczenie stojaka hydraulicznego jako zagadnienie pręta z przegubem sprężystym. Mechanizacja i Automatyka Górnictwa 1974, nr 8/69.
[4] Opolski T., Parkitny R., Tomski L.: Obciążenia dopuszczalne stojaków hydraulicznych poddanych wyboczeniu. Mechanizacja i Automatyzacja Górnictwa 1975, nr 10/83.
[5] Jakubowicz A., Orłoś Z.: Wytrzymałość materiałów. WNT, Warszawa 1978.
[6] Charin V.N., Mamontov S.V., Giejchman I.L.: Voprosy razczieta i nadieżnosti szachtnych gidrawliczeskich kriepiej. Izd. Nauka, Moskwa 1970.
[7] Huber M.T.: Pisma, t. II, PWN, Warszawa 1956.
[8] Niezgodziński M.E., Niezgodziński T.: Obliczenia zmęczeniowe elementów maszyn. PWN, Warszawa 1973.
[9] Szuścik W., Bogucki Z., Radzik B., Ober G., Lenart J.: Ujednolicenie wymagań wytrzymałościowych i geometrycznych rur na obudowę. NB-228/RF-2/83. Pracę ZZMwG IMG. Biblioteka Instytutu Mechanizacji Górnictwa Politechniki Śląskiej w Gliwicach.

Recenzent: Doc. dr inż. Roman KLUS

Wpłynęło do Redakcji w lutym 1987 r.

УНИФИЦИРОВАННЫЕ РАСЧЁТЫ СОПРОТИВЛЯЕМОСТИ
ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СТОЕК

Часть - Статические нагрузки

Р е з ю м е

В работе приведены расчёты сопротивляемости, имея ввиду критерий допустимой нагрузки и условий статичности для трёхчастичной модели гидродвигателя, применяемого в горных крепях.

Физические и математические модели принято в условиях их адекватности с реальными крепями с точки зрения статичности и прочности. Для определённых математических моделей разработана программа расчёта, имея ввиду статическую упругость и допустимое напряжение при статическом характере нагрузок. На основании полученных результатов проведён анализ оптимизации величины границ пластичности и геометрических параметров для отдельных частей стойки.

Приложенная программа расчёта может быть применена для всех аналогичных конструкций гидродвигателя.

UNIFICATION OF THE RESISTANCE CALCULATIONS
OF THE HYDRAULIC PROPS

Part I - Static Loads

S u m m a r y

The paper presents the resistance calculations considering the criterion of the permissible load and the stability condition for the triple-element hydraulic cylinder used in linings.

Physical and matehamatical models were accepted if adequate to real props considering resistance and stability.

For the mathematical models the calculation program taking into account elastic stability and permissible stress while static load has been worked out.

On the basis of the obtained results the analysis of the value optimalization of the plastic limits and geometric parameters for the particular prop elements has been carried out.

Calculation program inclueded may be used for all the analogic constructions of the hydraulic cylinders.