ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1995
Seria: AUTOMATYKA z.116 Nr kol. 1296

Tadeusz SZKODNY
Politechnika Śląska

FORMALIZM LAGRANGE'A DLA MANIPULATORÓW ROBOTÓW PRZEMYSŁOWYCH

Streszczenie. Jednym z podstawowych problemów robotyki jest symulacja komputerowa pracy zaprojektowanych układów sterowania. Do symulacji tej są niezbędne modele dynamiki ruchu manipulatorów. Modele dynamiki przedstawione w literaturze [2,6,7,8,10,11,12,20] są użyteczne do symulacji ruchu manipulatorów robotów przemysłowych z siłownikami zamocowanymi tylko w osiach par kinematycznych członów. W niniejszej pracy przedstawiono ogólny model dynamiki użyteczny do symulacji ruchu manipulatorów z siłownikami zamocowanymi w osiach par kinematycznych i poza nimi. Model ten jest użyteczny dla bezpośrednich i pośrednich napędów manipulatorów. W przypadku napędu bezpośredniego siłowniki są mocowane w osiach par kinematycznych członów. Człony te są napędzane bezpośrednio przez siłowniki. W przypadku napędu pośredniego siłowniki mogą być mocowane w osiach par kinematycznych członów lub poza nimi. Wtedy napęd z siłowników jest przekazywany na człony odpowiednio poprzez przekładnie lub zespoły przekazu napędów.

LAGRANGE'S FORMALISM FOR INDUSTRIAL ROBOT MANIPULATORS

Summary. One of basic problems of robotics is computer simulation of the work of designed robot control systems. For this simulation the dynamics model of manipulator move is indispensable. The dynamics model presented in literature [2,6,7,8,10,11,12,20] are useful in the simulation of move of industrial robot manipulators with actuators installed only in the axes of kinematics pairs of links. The paper has presented general dynamics model useful in the simulation of move of manipulators with actuators installed in axes of kinematic pair joining links and beyond them. The model is useful for direct and indirect driving of manipulators. In the case of direct driving of manipulators, actuators are installed in axes of kinematic pair joining links and they drive direct the links. In the case of indirect driving manipulators actuators may be installed in axes of kinematic pair joining links or beyond them. In this case the drive from actuators to links is transmitted by a gear and other additional elements.

LAGRANGESCHEN GLEICHUNGEN FÜR MANIPULATOREN DER INDUSTRIEROBOTER

Zusammenfassung. Die Simulation der entwickelten Steuerungen zählt man zur Grundprobleme der Robotik. Diese Systeme brauchen die dynamische Modelle der Bewegung der Manipulatoren. Die dynamische Modelle, dargestellte in der Literatur [2,6,7,8,10,11,12,20], eignen sich nur für die Simulation der Bewegung der Manipulatoren der Industrieroboter mit Aktoren, welche ausschließlich in Achsen der kinematischen Paaren der Glieder befestigt sind. In der Arbeit allgemeines dynamisches Modell für die Simulation der Bewegung der Manipulatoren mit Aktoren befestigten in

und außerhalb Achsen der kinematischen Paaren wird vorgestellt. Dieses Modell ist für direkte und indirekte Antriebe nutzbar. Im Fall des direkten Antriebes die Aktoren sind in Achsen der kinematischen Paaren befestigt und diese Glieder sind direkt durch Aktoren angetrieben. Im Fall des indirekten Antriebes die Aktoren sind in und außerhalb Achsen der kinematischen Paaren befestigt. Damals der Antrieb wird von Aktoren auf Glieder über Getriebe oder andere Einheiten übertragen.

1. Wprowadzenie

Dla uproszczenia będziemy dalej stosować skrót MRP oznaczający manipulator robota przemysłowego. Skupimy się na manipulatorach typowych [2], tzn. o strukturze łańcuchów kinematycznych szeregowych[10]. Podstawa manipulatora jest członem bazowym, który będziemy traktować jako człon początkowy. Człon ten będziemy oznaczać indeksem zerowym. Ostatni człon, do którego mocowany jest chwytak, elektroda spawalnicza bądź inny element wykonawczy, będziemy nazywać członem roboczym. Człon ten będziemy oznaczać indeksem N. W większości typowych MRP pary kinematyczne łączące człony są klasy V i tu skupimy się tylko na takich parach. Współrzędne opisujące ruch względny członów będziemy nazywać współrzędnymi naturalnymi członów [9,16,17,18].

Jednym z podstawowych problemów sterowania robotów przemysłowych jest projektowanie algorytmów planujących optymalne trajektorie zadane oraz serwomechanizmów spełniających pewne wymagania [2,4].

Efektywność algorytmów planowania trajektorii, które optymalizują wskaźnik jakości korespondujący z dynamiką ruchu MRP, zależy znacznie od dokładności tych modeli dynamiki. Szczególnie ważna jest dokładność modeli dynamiki ruchu dla algorytmów symulujących pracę zaprojektowanych serwomechanizmów.

Ogólny model dynamiki ruchu MRP wynikający z równań Newtona przedstawiają między innymi prace [2,6,7,10,20]. W pracach tych uwzględnia się reakcje oddziaływania na siebie tylko członów i dlatego modele te są przydatne tylko do opisu ruchu manipulatorów z napędem bezpośrednim. Ogólny model dynamiki ruchu MRP wynikający z równań Lagrange'a II rodzaju i uwzględniający rozkład masy członów i siłowników przedstawia podręcznik [11]. Model ten jest przydatny tylko dla MRP z siłownikami zainstalowanymi w osiach par kinematycznych członów. W pracach [6,8,20] wszystkie czynniki związane z siłownikami pominięto. Jednak czynniki te mają dominujący wpływ na efektywną bezwładność siłowników MRP z napędem pośrednim [11,15].

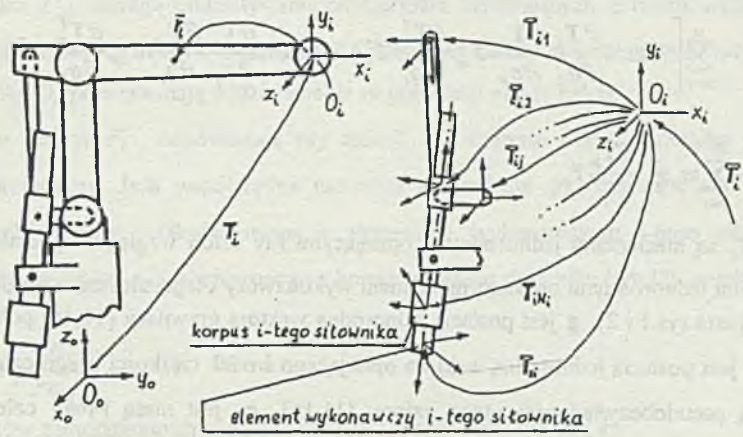
Praca przedstawia ogólny model dynamiki ruchu manipulatorów z dowolnym napędem, tj. bezpośrednim i pośrednim, z uwzględnieniem czynników związanych z siłownikami. Przyjmiemy, że wszystkie elementy składowe MRP są doskonale sztywne.

W drugim punkcie przedstawimy ogólny model dynamiki ruchu MRP wynikający z formalizmu Lagrange'a [13,14]. W trzecim punkcie sformułujemy wnioski.

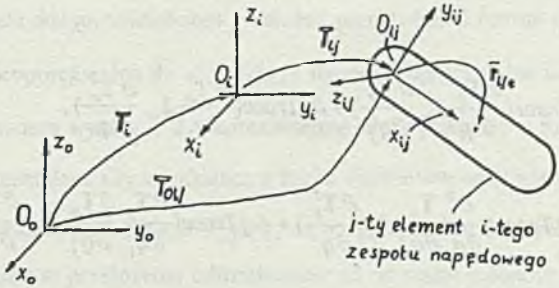
2. Formalizm Lagrange'a dla MRP

Podstawowym zadaniem siłowników MRP [16] jest wytworzenie takich sił lub momentów napędowych, które zapewnią ruch obiektu manipulacji po zadanej trajektorii z zadaną dynamiką. Siły lub momenty wytwarzane przez siłowniki będziemy nazywać siłami napędowymi siłowników F_{oid} [5]. Odpowiadające im siły poruszające człony będziemy nazywać siłami napędowymi członów F_{id}.

Siły reakcji F_i i-1-szego członu na i-ty człon są momentami (dla par obrotowych) lub siłami (dla par przesuwnych) skierowanymi wzdłuż osi pary łączącej te człony. Formuły dla F_i zostały wyprowadzone w pracy [16]:



Rys.1. Zespól napędowy i-tego członu MRP
Fig.1. Driving unit of MRP i-th link



Rys.2. Opis j-tego elementu i-tego zespołu przekazującego napęd. $\vec{g}$ wektor grawitacji
Fig.2. Description of the j-th element of a drive unit transmitting drive of MRP i-th degree freedom. $\vec{g}$ gravity vector

$$F_i = \sum_{j=1}^{N} D_{ij}\ddot{q}_j + \sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{N} D_{ijk}\dot{q}_j\dot{q}_k + D_i \tag{1}$$

gdzie:

$$D_{ij} = \sum_{p=\max(i,j)}^{N} Trace\left(\frac{\partial \mathbf{T}_p}{\partial q_i}\mathbf{J}_p\frac{\partial \mathbf{T}_p^T}{\partial q_j}\right) + \sum_{p=1}^{N} Trace\left(\frac{\partial \mathbf{T}_{ap}}{\partial q_i}\mathbf{J}_{ap}\frac{\partial \mathbf{T}_{ap}^T}{\partial q_j}\right) \tag{2}$$

$$D_{ijk} = \sum_{p=\max(i,j,k)}^{N} Trace\left(\frac{\partial^2 \mathbf{T}_p}{\partial q_j \partial q_k}\mathbf{J}_p\frac{\partial \mathbf{T}_p^T}{\partial q_i}\right) + \sum_{p=i}^{N} Trace\left(\frac{\partial \mathbf{T}_p}{\partial q_i}\frac{\partial \mathbf{T}_{ap}}{\partial q_k}\mathbf{J}_{ap}\frac{\partial \mathbf{T}_{ap}^T}{\partial q_j}\mathbf{T}_p^T\right)$$

$$+\sum_{p=j}^{N}\left[Trace\left(\frac{\partial \mathbf{T}_p}{\partial q_j}\frac{\partial \mathbf{T}_{ap}}{\partial q_k}\mathbf{J}_{ap}\frac{\partial \mathbf{T}_{ap}^T}{\partial q_i}\mathbf{T}_p^T\right) - Trace\left(\frac{\partial \mathbf{T}_p}{\partial q_j}\frac{\partial \mathbf{T}_{ap}}{\partial q_i}\mathbf{J}_{ap}\frac{\partial \mathbf{T}_{ap}^T}{\partial q_k}\mathbf{T}_p^T\right)\right], \tag{3}$$

$$D_i = -\sum_{p=i}^{N} m_p \mathbf{g}^T \frac{\partial \mathbf{T}_p}{\partial q_i}\bar{\mathbf{r}}_p . \tag{4}$$

$\mathbf{T}_i$ są macierzami jednorodnymi opisującymi i-ty człon względem podstawy, $\mathbf{T}_{ai}$ są macierzami jednorodnymi opisującymi element wykonawczy i-tego siłownika względem i-tego członu (patrz rys.1 i 2). $\mathbf{g}$ jest postacią jednorodną wektora grawitacji [11,16] pokazanego na rys.2. $\bar{\mathbf{r}}_i$ jest postacią jednorodną wektora opisującego środek ciężkości i-tego członu. $\mathbf{J}_i$ jest macierzą pseudobezwładności i-tego członu [11,16]. m_i jest masą i-tego członu wraz z wszystkimi elementami przymocowanymi do niego. $\mathbf{J}_{ai}$ jest macierzą pseudobezwładności elementu wykonawczego i-tego siłownika.

Formuły te upraszczają się dla siłowników zamocowanych w parach kinematycznych tak, że $\partial \mathbf{T}_{ap}/\partial q_k = (\partial \mathbf{T}_{ap}/\partial q_k)\delta_{pk}$. Wtedy współczynniki D_{ijk} i D_{ij} mają następującą postać:

$$D_{ij} = \sum_{p=\max(i,j)}^{N} Trace\left(\frac{\partial \mathbf{T}_p}{\partial q_i}\mathbf{J}_p\frac{\partial \mathbf{T}_p^T}{\partial q_j}\right) + \delta_{ij} Trace\left(\frac{\partial \mathbf{T}_{ai}}{\partial q_i}\mathbf{J}_{ai}\frac{\partial \mathbf{T}_{ai}^T}{\partial q_i}\right), \tag{5}$$

$$D_{ijk} = \sum_{p=\max(i,j,k)}^{N} Trace\left(\frac{\partial^2 \mathbf{T}_p}{\partial q_j \partial q_k}\mathbf{J}_p\frac{\partial \mathbf{T}_p^T}{\partial q_i}\right) + \delta_{jk} Trace\left(\frac{\partial \mathbf{T}_j}{\partial q_i}\frac{\partial \mathbf{T}_{aj}}{\partial q_j}\mathbf{J}_{aj}\frac{\partial \mathbf{T}_{aj}^T}{\partial q_j}\mathbf{T}_p^T\right), \tag{6}$$

gdzie δ_{ij} są deltami Kroneckera.

Dla napędu bezpośredniego wszystkie macierze pseudobezwładności $\mathbf{J}_{ai}$ są równe zeru i formuły (5) ÷ (6) są jeszcze prostsze niż powyżej.

$$D_{ij} = \sum_{p=\max(i,j)}^{N} Trace(\frac{\partial \mathbf{T}_p}{\partial q_i} \mathbf{J}_p \frac{\partial \mathbf{T}_p^T}{\partial q_j}), \tag{7}$$

$$D_{ijk} = \sum_{p=\max(i,j,k)}^{N} Trace(\frac{\partial^2 \mathbf{T}_p}{\partial q_j \partial q_k} \mathbf{J}_p \frac{\partial \mathbf{T}_p^T}{\partial q_i}). \tag{8}$$

Współczynniki D_i nadal opisuje formuła (4). Drugi składnik w formule (5) pomnożony przez δ_{ij} jest stały i równy momentowi bezwładności elementu wykonawczego siłownika Ia_i [11]. Współczynniki D_{ij} opisują oddziaływanie sił bezwładności j-tego czonu na i-ty człon. Współczynniki D_{ijk} opisują oddziaływanie sił Coriolisa wynikających z ruchu względnego j-tego i k-tego członu na człon i-ty lub dla j=k oddziaływanie siły dośrodkowej na i-ty człon. Współczynniki D_i przedstawiają oddziaływanie sił grawitacji na i-ty człon.

Siłom reakcji F_i odpowiadają siły reakcji F_{ai} korpusu i-tego siłownika na jego element wykonawczy. Jeśli współrzędne naturalne siłowników q_{ai} opisują ruch układu współrzędnych $x_{ai}y_{ai}z_{ai}$ (skojarzonego z elementem wykonawczym i-tego siłownika) względem układu $x_{Ni}y_{Ni}z_{Ni}$ (skojarzonego z korpusem i-tego siłownika (rys.1)), wtedy [16]:

$$F_{ai} = \sum_{j=1}^{N} F_j \frac{\partial q_j}{\partial q_{ai}} . \tag{9}$$

Dla siłowników zamocowanych w parach kinematycznych członów tak, że

$$\partial q_j / \partial q_{ai} = (\partial q_j / \partial q_{ai}) \delta_{ij}$$

$$F_{ai} = F_i \frac{\partial q_i}{\partial q_{ai}} . \tag{10}$$

$\partial q_{ai} / \partial q_j$ odpowiada dużym wartościom przełożeń przekładni. Z formuł (9) wynika, że siły F_{ai} są odwrotnie proporcjonalne do $\partial q_{ai} / \partial q_j$ i wprost proporcjonalne do sił F_j. Formuła (1) opisująca F_j zawiera wyrazy z $\mathbf{J}_i$ reprezentujące siły wynikające z ruchu członów oraz wyrazy z $\mathbf{J}_{ai}$ reprezentujące siły wynikające z ruchu elementów wykonawczych siłowników. Wyrazy z $\mathbf{J}_{ai}$ zawierające pochodne $\partial \mathbf{T}_{ai} / \partial q_j$ są proporcjonalne do przełożenia przekładni. Zatem przy wzrastającym przełożeniu oddziaływanie sił od ruchu członów i grawitacji na siłę F_{ai} maleje. Przy wzroście przełożenia przekładni oddziaływanie sił od ruchu elementów wykonawczych siłowników na siłę F_{ai} może być niezależne od przełożenia (dla wyrazów z

$\mathbf{J}_{ai}$, które mają tylko jedną pochodną $\partial \mathbf{T}_{ai}/\partial q_j$, bądź wzrastać (dla wyrazów z $\mathbf{J}_{ai}$, które mają dwie pochodne $\partial \mathbf{T}_{ai}/\partial q_j$).

Duże wartości przełożeń przekładni minimalizują wpływ sił bezwładności ruchu członów wraz z obiektem manipulacji na obciążenie siłowników. Przy dużych wartościach przełożeń dominujące znaczenie we współczynnikach D_{ij} i D_{ijk} (opisanych formułami (2)÷(6)) mają wyrazy z $\mathbf{J}_{ai}$.

W podręczniku [11] wyznaczono równanie sił F_i dla przypadku, kiedy wszystkie siłowniki są zamocowane w parach łączących człony. Model ten wynika z równań Lagrange'a, w których uwzględniono energię kinetyczną ruchu elementów wykonawczych tylko względem korpusów siłowników. Lecz w równaniach Lagrange'a energia kinetyczna tych elementów wykonawczych musi być liczona dla ruchu względem inercjalnego układu współrzędnych, który może być skojarzony z nieruchomą podstawą MRP. Z pracy [3] wynika, że układy współrzędnych nieruchome względem Ziemi można traktować jako inercjalne. Korpusy siłowników są ruchome względem nieruchomej podstawy (z wyjątkiem pierwszego, który jest na ogół przymocowany do podstawy) i dlatego energie kinetyczne elementów wykonawczych siłowników (z wyjątkiem pierwszego) są uwzględnione niepoprawnie w podręczniku[11]. Dlatego w formule opisującej współczynniki D_{ijk} wyrazy z $\mathbf{J}_{ai}$ znikły. W tym samym podręczniku (str.180, tabele 6.5 i 6.6) przytoczono momenty bezwładności dla robota Stanford. Z tabeli 6.6 [11] wynika, że w większości stoni swobody momenty bezwładności elementów wykonawczych siłowników są o rząd większe od momentów bezwładności członów. Dla czwartego stopnia moment bezwładności elementu wykonawczego siłownika jest nawet 100 razy większy niż moment bezwładności czwartego członu. Te same niepoprawności popełniono w podręczniku [12].

Dla MRP z napędem bezpośrednim wszystkie pochodne $\partial q_j/\partial q_{ai} = \delta_{ij}$ i dlatego $F_{ai} = F_i$ (wynika to z formuły (9)).

Jeśli uwzględnimy oddziaływanie elementów zespołu przekazującego napęd, wtedy współczynniki D_{ij}, D_{ijk} i D_i muszą być uzupełnione następującymi poprawkami:

$$\Delta D_{ij} = \sum_{l=1}^{N_l} Trace\left(\frac{\partial \mathbf{T}_{0il}}{\partial q_i} \mathbf{J}_{il} \frac{\partial \mathbf{T}_{0il}^T}{\partial q_j}\right), \tag{11a}$$

$$\Delta D_{ijk} = \sum_{l=1}^{N_l} Trace\left(\frac{\partial^2 \mathbf{T}_{0il}}{\partial q_j \partial q_k} \mathbf{J}_{il} \frac{\partial \mathbf{T}_{0il}^T}{\partial q_i}\right), \tag{11b}$$

$$\Delta D_i = -\sum_{l=1}^{Nl} \mathbf{g}^T \frac{\partial \mathbf{T}_{0il}}{\partial q_i} m_{il} \bar{\mathbf{r}}_{ile} \,. \tag{11c}$$

Macierz $\mathbf{T}_{0il}$ opisuje układ współrzędnych skojarzony z l-tym elementem zespołu napędowego i-tego członu względem układu bazowego (zobacz rys.2). $\bar{\mathbf{r}}_{ile}$ jest postacią jednorodną wektora środka ciężkości l-tego elementu zespołu napędowego i-tego członu (zobacz rys.2).

Zmiany współczynników równań dynamiki (1) są także spowodowane przez uchwycony obiekt manipulacji. Wywołuje to zmianę macierzy pseudobezwładności o $\Delta \mathbf{J}_N$ [16] i dlatego ulegają następującej zmianie współczynniki w równaniach dynamiki [16]:

$$\Delta D_{ij} = Trace\left(\frac{\partial \mathbf{T}_N}{\partial q_i} \Delta \mathbf{J}_N \frac{\partial \mathbf{T}_N^T}{\partial q_j}\right) , \tag{12a}$$

$$\Delta D_{ijk} = Trace\left(\frac{\partial^2 \mathbf{T}_N}{\partial q_j \partial q_k} \Delta \mathbf{J}_N \frac{\partial \mathbf{T}_N^T}{\partial q_i}\right), \tag{12b}$$

$$\Delta D_i = -m_P \mathbf{g}^T \frac{\partial \mathbf{T}_N}{\partial q_i} \bar{\mathbf{r}}_P \,. \tag{12c}$$

m_P i $\bar{\mathbf{r}}_P$ są odpowiednio masą i postacią jednorodną wektora opisującego środek ciężkości obiektu manipulacji względem układu $x_N y_N z_N$ skojarzonego z członem roboczym.

Dotychczas przyjmowaliśmy, że układ bazowy $x_0 y_0 z_0$ skojarzony z podstawą MRP jest nieruchomy lub dokładniej inercjalny [1]. Tylko w takim układzie współrzędnych formuły opisujące Lagrangian L są słuszne.

Dla MRP z ruchomą podstawą dynamika ruchu musi być opisana względem innego inercjalnego układu odniesienia. Jeśli układ bazowy może być opisany względem inercjalnego układu odniesienia za pomocą jednej współrzędnej q_0, wtedy stosujemy do opisu ruchu podstawy względem układu odniesienia macierze $\mathbf{T}_0 = \mathbf{A}_0$ oraz macierze $\mathbf{T}_{a0}$ i $\mathbf{J}_{a0}$ opisujące siłownik napędzający podstawę. Modyfikujemy także opis kinematyki MRP $\mathbf{T}_i = \mathbf{A}_0 \mathbf{A}_1 \ldots \mathbf{A}_i$. W podobny sposób modyfikujemy macierze $\mathbf{T}_{0il}$ w formułach (11a÷c). Po tych uzupełnieniach i modyfikacjach możemy stosować powyższe formuły do modelowania dynamiki ruchu, przy czym wskaźniki sumowania będą się zmieniać od zera, a nie od jedynki.

Opis tarcia suchego i lepkiego na poziomie siłowników przedstawiają prace [15,16]. Wypadkowa siła napędowa i-tego siłownika F_{aiw} jest różnicą siły napędowej F_{aid} wytwarzanej przez siłownik i siłą tarcia F_{ait} [15,16].

$$F_{aiw} = F_{aid} - F_{ait} \tag{13}$$

Siłom F_{aiw} odpowiadają siły napędowe członów F_{jd}.

$$F_{jd} = \sum_{j=1}^{N} \frac{\partial q_{ai}}{\partial q_j} F_{aiw} \tag{14}$$

3. Wnioski

Przedstawione tu modele umożliwiają rozwiązywanie zadań prostych i odwrotnych napędów MRP. Modele te są użyteczne dla MRP z siłownikami w osiach par kinematycznych i poza nimi. Rozwiązanie tych zadań jest niezbędne do projektowania algorytmów symulujących pracę MRP stosowanych przez serwomechanizmy ciągłe i dyskretne [2,9,11,16]. Modele te pozwalają projektować algorytmy komputerowe analizujące zmiany efektywnych momentów bezwładności siłowników - parametrów umożliwiających syntezę serwomechanizmów [4].

Synteza układów sterowania MRP wymaga wielu uproszczeń, takich jak: linearyzacja równań dynamiki, pominięcie wpływu tarcia itp.[2,4,9,11,16,20,21]. Można tym zakończyć etap koncepcyjny projektowania układów sterowania, nie dokonując oceny ich działania. Takie postępowanie możemy usprawiedliwić organiczną cechą układów sterowania ze sprzężeniem zwrotnym, polegającą na ich odporności na błędy uproszczeń opisu obiektu. Jednak MRP są z natury silnie nieliniowymi obiektami sterowania i ocena pracy zaprojektowanych układów sterowania jest konieczna jeszcze w fazie koncepcyjnej [19]. Ocenę taką umożliwiają modele MRP nieuproszczone, pozwalające analizować pracę zaprojektowanych układów sterowania za pomocą symulacji komputerowej. Jakość tej oceny zależy między innymi od dokładności modelu dynamiki ruchu MRP. Jednak cechą organiczną modelowania dowolnego obiektu sterowania są jego błędy. Dlatego im dokładniej opiszemy MRP, tym wiarygodniejsza będzie ocena zaprojektowanego układu sterowania.

Podobnie projektowanie mechanizmów MRP w fazie koncepcyjnej składa się z cyklów: synteza - analiza - ocena [19]. Roboty składają się z wielu złożonych systemów i dlatego:

"projektowanie złożonych systemów robotów wymaga oparcia się na metodach i zasadach teorii sterowania w połączeniu ze ścisłą analizą matematyczną występujących w systemach zjawisk fizycznych".

Przedstawiony tu formalizm Lagrange'a jest podstawą opracowanego przez autora tego artykułu algorytmu STER symulacji komputerowej ruchu manipulatora IRb-6 [16] sterowanego serwomechanizmami spełniającymi pewne wymagania [2,4,16].

LITERATURA

[1] Beer F., P., Russel E., J.: Vector Mechanics for Engineers, Dynamics. McGraw- Hill Book Comp. 1977.

[2] Craig J.J.: Introduction to Robotics. Mechanics and Control. Addison-Wesely Publ. Comp., New York 1989.

[3] Einstein A.: O szczególnej i ogólnej teorii względności. Książnica Towarzystwa Nauczycieli Szkół Wyższych, Lwów-Warszawa 1922.

[4] Irzeński W., Trybus L.:Fixed -Gain PID Class Servo for Industrial Robots. Archives of Control Sciences.,vol.1, no. 3-4. Warsaw 1992.

[5] Kowalowski H.: Maszyny i napęd elektryczny. PWN, Warszawa 1983.

[6] Li C. J.: A New Method of Dynamic for Robot Manipulators. IEEE Tr. on Systems, Man, and Cybernetics, vol. 18, no.1, 1988.

[7] Morecki A., Knapczyk J.: Podstawy robotyki. WNT, Warszawa 1993.

[8] Neuman C., P.: The Complete Model and Customized Algorithms of Puma Robot, IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, vol. 17, no. 4, 1987.

[9] Niederliński A.: Roboty przemysłowe, Wyd. Sz. i Pedagog., Warszawa 1983.

[10] Olędzki A.: Podstawy teorii maszyn i mechanizmów. PWN, Warszawa 1987.

[11] Paul R.P.:Robot Manipulators: Mathematic, Programming and Control. MIT Press, 1983.

[12] Ranky P.,G., Ho C.Y.:Robot Modelling Control and Applications with Software IFS, Springer - Verlag, 1985.

[13] Skalmierski B.: Kinematyka i dynamika dla automatyków. Wyd. Pol. Śl. skrypt nr 224, Gliwice 1968.

[14] Skalmierski B.: Mechanika i wytrzymałość materiałów. WNT, Warszawa 1983.

[15] Szkodny T.: Dynamics of Industrial Robot Manipulators. Mechanism & Machine Theory, Pergamon Press (przyjęte do druku).

[16] Szkodny T.: Modele matematyczne ruchu manipulatorów robotów przemysłowych na potrzeby sterowania. Wyd. Pol. Śl. Z.N. s. Automatyka, nr 112, Gliwice 1993.

[17] Szkodny T.: Modelling of Kinematics of the Irb-6 Manipulator. Computer Math. Applic., vol. 29., no. 9, Pergamon Press 1995.

[18] Szkodny T.: Generating a Reference Trajectory with Defined Kinematics for the Irb-6 Manipulator. Math. Comp. Modelling, vol.21, no.5. Pergamon Press 1995.

[19] Tomaszewski K.: Roboty przemysłowe, WNT, Warszawa 1993.

[20] Wloka D.: Roboter Systeme, Springer-Verlag 1992.

[21] Węgrzyn S.: Podstawy automatyki, WNT, Warszawa 1978.

Recenzent: Prof.dr hab.inż. Bogdan Skalmierski

Wpłynęło do Redakcji do 30.06.1995 r

Abstract

Efficiency of computer algorithms for planning trajectories optimizing quality coefficients which correspond to industrial robot manipulators motion dynamics, largely depends on the accuracy of the dynamic models. Accuracy of models of industrial robot manipulators motion dynamics is particularly important for computer simulation of operation industrial robots.

General models of industrial robot manipulators motion dynamics, resulting from Lagrange equations, which take into the contribution of links and actuators mass, have been shown in the book [11]. The models are fitting for forming series chains with driving actuators installed within the axes of pair joining the adjacent links, but they should not used for manipulators with the driving actuators installed outside the axes of pairs joining the adjacent links. Motoman, IRb-6, IRb-60, etc. are equipped with such manipulators.

This paper contains general models of manipulator's with driving actuators installed outside the axes of pairs joining the adjacent links. The models result from Lagrange equations of second kind.

Once the effect of particular Lagrangian components on its value has been analysed, general analytical formulas describing generalized forces of links and actuators cold be determined.

The formulas were used by the author of this paper to design STER algorithm for computer simulating work of manipulator IRb-6[16].