

Elżbieta KOKOCIŃSKA – PAKIET*
Politechnika Opolska

ANALIZA MES STATECZNOŚCI SKARPY Z UWZGLĘDNIENIEM NIELINIOWEJ ODKSZTAŁCALNOŚCI MASYWU GRUNTOWEGO

Streszczenie. W pracy podano założenia teoretyczne i algorytm operacyjny iteracyjnej procedury MES przeznaczonej do analizy zagadnienia stateczności skarpy. Do opisu zachowania gruntu (tworzącego masyw gruntowy) zastosowano nieliniowo-sprężysty model Duncana-Changa [2].

THE ANALYSIS FEM SLOPE STABILITY WITH TAKING INTO ACCOUNT NONLINEAR DEFORMABILITY OF SOIL MASSIVE

Summary. The paper presents theoretical foundations and algorithm of the FEM iterative procedure for analyzes the problem of slope's stability. The behavior of soil has described by Duncan-Chang's nonlinear elastic model [2].

1. Wstęp

Zastosowanie MES do analizy zagadnienia stateczności skarpy pozwala, w odróżnieniu od metod klasycznych [8, 9], na ustalenie rzeczywistego stanu deformacji i naprężenia wewnątrz „masywu” skarpy. W niniejszej pracy prezentuje się takie numeryczne sformułowanie rozważanego problemu stateczności skarpy zbudowanej z gruntu, którego zachowanie opisuje nieliniowo-sprężysty model Duncana-Changa [2,5,6,7]. W jego analizie wykorzystuje się standardowe podejście MES [10], wymagające zastosowania iteracyjnej techniki obliczeniowej.

* Opiekun naukowy: Dr hab. inż. Wojciech Anigacz, prof. Politechniki Opolskiej

2. Założenia

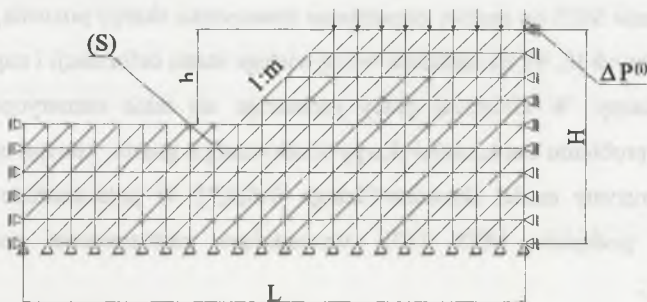
W analizie rozważanego problemu stateczności skarpy zakłada się, że:

- 1) zagadnienie traktuje się jako dwuwymiarowe,
- 2) masyw gruntowy znajduje się w płaskim stanie odkształcenia,
- 3) ośrodek gruntowy jest fizycznie nieliniowy i początkowo izotropowy,
- 4) masyw podlega małym natychmiastowym deformacjom (częściowo odwracalnym, a częściowo trwałym).

3. Dyskretyzacja MES zagadnienia

Do rozwiązania problemu stosuje się technikę iteracyjną, realizującą obliczenia „krok po kroku” dla kolejnych przyrostów obciążenia i stopniowo modyfikowanej macierzy sztywności $K^{(n)}$. Dyskretyzacja MES rozważanego zagadnienia wymaga następujących dodatkowych założeń:

- a) masyw jest regularnym płaskim wielobokiem zamkniętym, zbudowanym z elementów trójkątnych (rys. 1),
- b) naziom nasypu jest obciążony statycznie zestawem sił umieszczonym w węzłach struktury,
- c) spodnie brzegowe węzły (zdyskretyzowanej i wyciętej z masywu figury) spoczywają na podporach przegubowo-nieprzesuwnych, natomiast pionowe boczne – na podporach przegubowo-przesuwnych.



Rys. 1. Schemat struktury MES skarpy
Fig. 1. Scheme of the FEM structure of the slope

Zastosowane w pracy podejście MES w wersji przemieszczeniowej [10] wymaga określenia przyrostów: przemieszczenia w węzłach struktury $\Delta\delta^{(i)}$, odkształceń $\Delta\varepsilon^{(i)}$ i naprężeń $\Delta\sigma^{(i)}$ w wybranych punktach wewnątrz elementów, spełniających:

1. warunki równowagi

$$\int_{(S)} \mathbf{B} \Delta\sigma^{(i)} dS = \Delta\mathbf{P}^{(i)}, \quad (1)$$

2. związki geometryczne

$$\Delta\varepsilon^{(i)} = \mathbf{B} \cdot \Delta\delta^{(i)}, \quad (2)$$

3. związki fizyczne

$$\Delta\sigma^{(i)} = \mathbf{D}(\sigma^{(i)}, \Psi^{(i)}, \mathbf{C}) \Delta\varepsilon^{(i)}, \quad (3)$$

4. warunki brzegowe i początkowe (uwzględniające schemat obciążenia i „podparcia skarpy” oraz naprężenia pierwotne),

w których:

\mathbf{B} – oznacza macierz odkształceń,

\mathbf{D} – macierz konstytutywną nieliniowej sprężystości,

$\Delta\mathbf{P}^{(i)}$ – kolejny przyrost obciążenia,

$\Psi^{(i)}$ – parametry wewnętrzne modelu Dancana-Changa,

\mathbf{C} – stałe modelu Dancana-Changa [3,4].

Elementarne podejście MES [1,10] wiąże poszukiwane przyrosty przemieszczenia $\Delta\delta^{(i)}$ i obciążenia $\Delta\mathbf{P}^{(i)}$ globalną zależnością dla całej struktury:

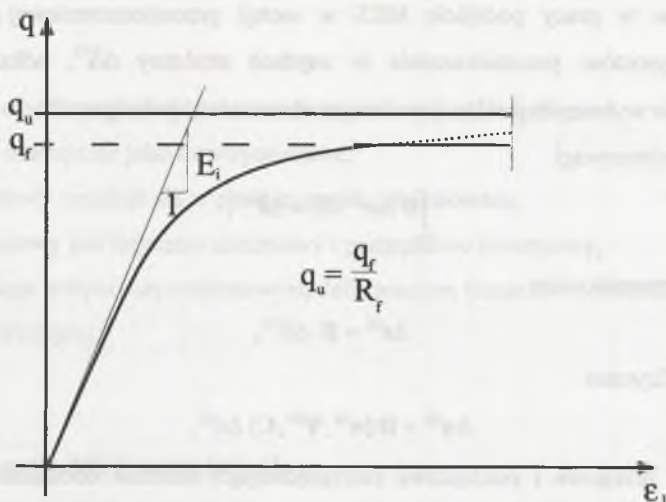
$$\mathbf{K}^{(i)} \Delta\delta^{(i)} = \Delta\mathbf{P}^{(i)}. \quad (4)$$

Macierz sztywności $\mathbf{K}^{(i)}$ definiuje wzór:

$$\mathbf{K}^{(i)} = \int_{(S)} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dS. \quad (5)$$

4. Hiperboliczny model ośrodka gruntowego

Zachowanie gruntu w masywie skarpy modeluje hiperboliczny związek Duncana-Changa [2, 6] (rys. 2).



Rys. 2. Model hiperboliczny Duncana-Changa

Fig. 2. Duncan-Chang's hyperbolic model

Operuje on parą zależnych od bieżącego stanu naprężenia „wielkości funkcyjnych”: modułu odkształcenia E i współczynnika Poissona ν , opisanych zależnościami:

$$E = K p_{\varepsilon} \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \cdot \left[1 - \frac{R_f (1 - \sin \phi) (\sigma_1 - \sigma_3)}{2c \cdot \cos \phi + 2\sigma_3 \cdot \sin \phi} \right]^2, \quad (6)$$

$$\nu = \frac{G - F \cdot \log \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)}{\left[1 - \frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{K p_{\varepsilon} \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \left[1 - \frac{R_f (\sigma_1 - \sigma_3) (1 - \sin \phi)}{2c \cdot \cos \phi + 2\sigma_3 \cdot \sin \phi} \right]} \right]^2} \quad (7)$$

w których:

p_a – ciśnienie jednostkowe,

R_f – współczynnik zniszczenia,

c – spójność gruntu,

ϕ – kąt tarcia wewnętrznego gruntu,

K, G, F, d – stałe wyznaczone doświadczalnie [2, 6].

Wielkości E i v „tworzą” macierz konstytutywną nieliniowej sprężystości D , „wiążąca” kolejne przyrosty naprężenia $\Delta\sigma^{(i)}$ i odkształcenia $\Delta\epsilon^{(i)}$, zgodnie z prawem (3). Wartości tych parametrów wymagają zmiany w każdym kroku iteracji.

5. Algorytm procedury iteracyjnej

Do rozwiązania rozważanego problemu stateczności skarpy za pomocą MES stosuje się procedurę iteracyjną, realizującą obliczenia zgodnie z następującym tokiem:

1. podział obciążenia P na i przyrostów $\Delta P^{(i)}$ ($i=1,2,\dots,n$) i przyjęcie początkowych wartości parametrów wewnętrznych:

$$\Psi = \{E, v\} \quad (8)$$

2. podstawienie $i = 1$,
3. obliczenie globalnej macierzy sztywności $K^{(i)}$,
wyznaczenie przyrostu przemieszczenia węzłów struktury $\Delta\delta^{(i)}$ ze wzoru:

$$\Delta\delta^{(i)} = [K^{(i)}]^{-1} \Delta P^{(i)} \quad (9)$$

4. obliczenie przyrostów odkształcenia $\Delta\epsilon^{(i)}$ oraz naprężenia $\Delta\sigma^{(i)}$ w środkach elementów trójkątnych oraz aktualizacja bieżącego stanu naprężenia σ i odkształcenia ϵ ,
5. przyjęcie $i = i+1$,
6. zakończenie obliczeń dla $i > n$,
7. aktualizacja parametrów wewnętrznych modelu $E^{(i)}$ i $v^{(i)}$ i modyfikacja globalnej macierzy sztywności $K^{(i)}$,
8. powrót do punktu (4) i kontynuacja obliczeń.

6. Podsumowanie

Aktualnie przygotowwany jest program komputerowy MES przeznaczony do analizy rozważanego problemu, zgodnie z przedstawioną procedurą.

LITERATURA

1. Bowles J. E.: Analytical and Computer Methods in Foundation Engineering. McGraw – Hill Book Company, New York 1974.
2. Desai Ch. S., Christian J. T.: Numerical methods in geotechnical engineering. McGraw – Hill Book Company, New York 1974.
3. Fedczuk P.: MES w analizie brzegowego zagadnienia presjometrycznego. VII Krajowa Konferencja Mechaniki Gruntów i Fundamentowania, Poznań, październik 1984, s. 189 – 194.
4. Fedczuk P.: Algorytm i program numerycznej analizy zagadnień presjometrycznych. Prace Naukowe Instytutu Geotechniki Politechniki Wrocławskiej nr 52, Oficyna Wydawnicza PW, Wrocław 1987, s. 237 – 242.
5. Gryczmański M.: Wprowadzenie do opisu sprężysto-plastycznych modeli gruntów. Polska Akademia Nauk, Komitet Inżynierii Lądowej i Wodnej, Instytut Podstawowych Problemów Techniki, Studia z zakresu Inżynierii nr 40, Warszawa 1995.
6. Gryczmański M.: O konstytutywnych modelach gruntów. Inżynieria i Budownictwo, nr 2/1985, s.78 – 84.
7. Gryczmański M.: XX Ogólnopolska Konferencja Warsztat Pracy Projektanta Konstrukcji, Wisła - Ustroń, 01-04 marca 2005, s.159 – 208.
8. Madej J.: Metody sprawdzania stateczności zboczy. Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 1981.
9. Wiłun Z.: Zarys geotechniki. Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 2000.
10. Zienkiewicz O. C.: Metoda Elementów Skończonych. Arkady, Warszawa 1972.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Maciej Gryczmański