ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2006
Seria: BUDOWNICTWO z. 109 Nr kol. 1735

Andrzej KUCHARCZYK*
Politechnika Opolska

PRZEPŁYWY LEPKIE W MATERIAŁACH KAPILARNO-POROWATYCH

Streszczenie. W pracy zostały przedstawione bilanse masy, ładunku elektrycznego, pędu, energii, nierówność entropii oraz nierówność rezydualna. Na podstawie tych zależności zostały wyznaczone równania konstytutywne oraz równania na prąd elektryczny oraz na strumień masy i ciepła.

VISCOUS FLOWS IN POURS MATERIALS

Summary. In paper was presented mass, electric charge, momentum and energy balances. With the help of this statements we can calculate physical equations and equations for electric current, heat and mass flux.

1. Wprowadzenie

W pracy analizuje się ośrodki kapilarno-porowate składające się z elektrycznie obojętnego szkieletu oraz z wypełniających sieć kapilar roztworów elektrolitów. W zależności od rodzaju elektrolitu i jego stężenia obserwujemy przepływy lepkiego roztworu w sieci kapilar. Przypadek ten chcemy analizować przy wykorzystaniu metody termomechaniki.

Zjawiska elektryczne zachodzące w tego typu materiałach mają duże znaczenie w opisie korozji elektrochemicznej czy też w opisie elektroosmotycznego osuszania murów [1]. Zależność parametrów materiałowych od pola elektrycznego służy do oznaczania: zawartości wody, porowatości lub trwałości betonów, ceramiki itp.

* Opiekun naukowy: Prof. dr hab. inż. Jan Kubik

2. Sformułowanie problemu

Rozważa się mieszaninę n-składnikową, w której pory są całkowicie wypełnione roztworami elektrolitów. Do opisu stosuje się termomechanikę ośrodków wieloskładnikowych, co pozwala na określenie równań konstytutywnych. W pierwszej kolejności należy sformułować bilans masy, ładunku elektrycznego, pędu, energii, entropii i wynikającą z nich nierówność rezydualną. Na podstawie tej nierówności określa się ograniczenia nakładane na równania konstytutywne.

3. Bilanse procesu

3.1. Bilans masy

- Parcjalny bilans masy

$$\frac{d}{dt}\int_V \rho^\alpha dV = \int_V \rho^\alpha R^\alpha dV \tag{1}$$

- Globalny bilans masy

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho + (\rho w_i)_{,i} = 0 \tag{2}$$

3.2. Bilans ładunku elektrycznego

- Parcjalny bilans ładunku elektrycznego

$$\frac{d}{dt}\int_V \rho^\alpha e^\alpha dV = \int_V \rho^\alpha e^\alpha R^\alpha dV \tag{3}$$

- Globalny bilans ładunku elektrycznego [1]

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e) + (\rho e w_i + J_i)_{,i} = 0 \tag{4}$$

gdzie:

$$J_i = \sum_\alpha J_i^\alpha = \sum_\alpha \left(\rho^\alpha e^\alpha u_i^\alpha\right) = \sum_\alpha \left(e^\alpha j_i^\alpha\right)$$

3.3. Bilans pędu [1]

- Parcjalny bilans pędu

$$\frac{d}{dt}\int_V \rho^\alpha v_i^\alpha dV = \int_V \left(\rho^\alpha F_i^\alpha + \rho^\alpha e^\alpha E_i^\alpha + \phi_i^\alpha\right) dV + \int_F \left(\sigma_{ij}^\alpha + \tau_{ij}^\alpha\right) n_j dF \tag{5}$$

gdzie:

$\rho^\alpha e^\alpha E_i^\alpha = \rho^\alpha e^\alpha \hat{E}_i + \rho^\alpha e^\alpha G_i^\alpha$ - pole elektrostatyczne, które jest sumą pola średniego i odchyłką związaną z indywidualnymi właściwościami każdego ze składników $\sum_\alpha \rho^\alpha e^\alpha E_i^\alpha = \sum_\alpha \rho^\alpha e^\alpha \hat{E}_i + \sum_\alpha \rho^\alpha e^\alpha G_i^\alpha = \rho e \hat{E}$ oraz $\tau_{ij}^\alpha = \rho^\alpha \eta^\alpha v_{i,j}^\alpha$ - naprężenia lepkie

- Globalny bilans pędu

$$\rho \frac{dw_i}{dt} = \rho F_i + \rho e \hat{E}_i + \sigma_{ij,j} + \tau_{ij,j} \tag{6}$$

3.4. Bilans energii [2]

- Bilans energii

$$\begin{aligned}\sum_\alpha \frac{d}{dt}\int_V \rho^\alpha \left(U^\alpha + K^\alpha\right) dV &= \sum_\alpha \int_V \left(\rho^\alpha r^\alpha + \rho^\alpha F_i^\alpha v_i^\alpha + \rho^\alpha e^\alpha E_i^\alpha v_i^\alpha + E^\alpha\right) dV + \\ &+ \sum_\alpha \int_F \left(\sigma_{ij}^\alpha v_j^\alpha + \tau_{ij}^\alpha v_j^\alpha - q_i^\alpha\right) n_i dF\end{aligned} \tag{7}$$

Po wykonaniu całkowania, przekształceniach i zsumowaniu po składnikach α uzyskuje się

$$\begin{aligned}\rho \frac{dU}{dt} &= \rho r - q_{i,i} + T_{ij} d_{ij} + \sum_\alpha \rho \frac{d}{dt} c^\alpha M^\alpha - \sum_\alpha \rho R^\alpha M^\alpha - \\ &- \sum_\alpha j_i^\alpha \left(M_{,i}^\alpha - e^\alpha G_i^\alpha\right) + J_i \hat{E}_i + \sum_\alpha \left(\tau_{ij}^\alpha u_j^\alpha\right)_{,i}\end{aligned} \tag{8}$$

gdzie:

$$T_{ij} = \sigma_{ij} + \tau_{ij}$$

3.5. Nierówność wzrostu entropii

$$\rho \frac{dS}{dt} T - \rho r + q_{i,i} - \frac{q_i T_{,i}}{T} \geq 0 \tag{9}$$

3.6. Nierówność rezydualna

$$-\rho\frac{dU}{dt}+\rho\frac{dS}{dt}T+T_{ij}d_{ij}+\sum_{\alpha}\rho\frac{d}{dt}c^{\alpha}M^{\alpha}-\sum_{\alpha}\rho R^{\alpha}M^{\alpha}-$$
$$-\sum_{\alpha}j_i^{\alpha}\left(M_{,i}^{\alpha}-e^{\alpha}G_i^{\alpha}\right)+J_i\hat{E}_i+\sum_{\alpha}\left(\tau_{ij}^{\alpha}u_j^{\alpha}\right)_{,i}-\frac{q_iT_{,i}}{T}\geq 0 \tag{10}$$

3.7. Równania konstytutywne

Energię wewnętrzną wygodniej jest przedstawić za pomocą energii swobodnej w postaci

$$\rho U=\rho A+\rho\Theta S \tag{11}$$

Zakładając, że stan przemieszczenia jest na tyle mały, że składowa konwekcyjna w pełnej pochodnej po czasie jest pomijalnie mała oraz uwzględniając pochodną równania (10), nierówność rezydualna przyjmuje formę

$$-\rho\dot{A}-\rho\dot{\Theta}S+T_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}+\sum_{\alpha}\rho\dot{c}^{\alpha}M^{\alpha}-\sum_{\alpha}\rho R^{\alpha}M^{\alpha}-$$
$$-\sum_{\alpha}j_i^{\alpha}\left(M_{,i}^{\alpha}-e^{\alpha}G_i^{\alpha}\right)+J_i\hat{E}_i+\sum_{\alpha}\left(\tau_{ij}^{\alpha}u_j^{\alpha}\right)_{,i}-\frac{q_iT_{,i}}{T}\geq 0 \tag{12}$$

Natomiast energię swobodną postulujemy w formie $\rho A=\rho A\left(\varepsilon_{ij},\Theta,c^{\alpha},\omega\right)$. Obliczając pochodną energii swobodnej i wstawiając ją do (11), otrzymujemy równania konstytutywne. Są to kolejno równania:

- na tensor naprężenia

$$T_{ij}=(1-\omega)E_{ijkl}\varepsilon_{kl}+(1-\omega)H_{ij}\Theta+(1-\omega)\sum_{\alpha}I_{ij}^{\alpha}c^{\alpha} \tag{13}$$

- na entropię

$$-\rho S=(1-\omega)H_{ij}\varepsilon_{ij}+C\Theta+\sum_{\alpha}L^{\alpha}c^{\alpha} \tag{14}$$

- na potencjał chemiczny

$$\rho M^{\alpha}=(1-\omega)I_{ij}^{\alpha}\varepsilon_{ij}+L^{\alpha}\Theta+F^{\alpha}c^{\alpha} \tag{15}$$

oraz ograniczenia stawiane w procesie dla:

- mechanizmu lepkiej dyssypacji

$$\sum_{\alpha}\left(\tau_{ij}^{\alpha}u_j^{\alpha}\right)_{,i}\geq 0 \tag{16}$$

- strumienia jonów przy braku źródeł masy, zmian koncentracji, zmian temperatury oraz uszkodzeń

$$J_i \hat{E}_i \geq 0 \tag{17}$$

- strumienia ciepła przy braku źródeł masy, pola elektrycznego, zmian koncentracji oraz uszkodzeń

$$-q_i T_{,i} \geq 0 \tag{18}$$

- strumienia masy przy braku źródeł masy, zmian temperatury oraz uszkodzeń

$$-\sum_{\alpha} j_i^{\alpha} \left(M_{,i}^{\alpha} - e^{\alpha} G_i^{\alpha} \right) \geq 0 \tag{19}$$

Analizując powyższe nierówności, otrzymujemy wyrażenia na prąd elektryczny, strumień ciepła oraz masy w następującej postaci

$$J_i = \gamma_{ij} \hat{E}_j \tag{20}$$

$$q_i = \lambda_{ij} T_{,j} \tag{21}$$

$$j_i^{\alpha} = -D_{ij} \left(M_{,j}^{\alpha} - e^{\alpha} G_j^{\alpha} \right) \tag{22}$$

SPIS OZNACZEŃ

u_i^{α} - prędkość dyfuzyjna,

v_i^{α} - prędkość konwekcyjna,

w_i - prędkość konwekcyjna barycentryczna,

$\rho^{\alpha} e^{\alpha}$ - ładunek elektryczny składnika α,

$\rho^{\alpha} e^{\alpha} R^{\alpha}$ - źródło ładunku elektrycznego składnika α,

τ_{ij}^{α} - naprężenia lepkie,

E_i^{α} - pole elektrostatyczne składnika α,

$\hat{E}_j$ - średnie pole elektrostatyczne,

G_i^{α} - odchyłka pola elektrostatycznego związana z indywidualnymi własnościami składnika,

T - temperatura,

M^{α} - potencjał chemiczny,

J_i - prąd elektryczny,

q_i - strumień ciepła,

j_i - strumień masy,

γ_{ij} - współczynnik przewodzenia prądu,

λ_{ij} - współczynnik przewodzenia ciepła,

D_{ij} - współczynnik dyfuzji.

LITERATURA

1. Jędrzejczyk-Kubik J.: Termomechanika przepływów jonowych. Roczniki Inżynierii Budowlanej – Zeszyt 2/2002.
2. Eringen A.C.: A mixture theory of electromagnetism and superconductivity. Elsevier Science 1998.
3. Jeżewski M.: Fizyka. PWN, Warszawa 1970.

Recenzent: Dr hab. inż. Adam Zybura, prof. w Politechnice Śląskiej