

Katarzyna KURPIAS\*  
Politechnika Świętokrzyska, Kielce

## OKREŚLANIE WSPÓŁCZYNNIKA FILTRACJI GRUNTÓW SPOISTYCH NA PODSTAWIE ILOŚCIOWEJ ANALIZY MIKROSTRUKTUR SEM

**Streszczenie.** Artykuł prezentuje analityczny sposób obliczania lokalnych wartości współczynnika filtracji gruntów spoistych na podstawie analizy ilościowej mikrostruktur SEM.

Przedstawiono szczegółowe wyprowadzenie równania, opisującego współczynnik filtracji w rejonie analizowanego wycinka mikrofotografii w funkcji pól przekrojów i promieni hydraulicznych mikroporów. Podano przykład obliczeniowy dla gliny niemrożonej oraz poddanej jednemu cyklowi zamarzania w systemie zamkniętym i otwartym.

## CALCULATION OF THE PERMEABILITY COEFFICIENT OF CLAYS ON THE BASIS OF QUANTITATIVE ANALYSIS OF SEM MICROSTRUCTURES

**Summary.** The paper presents an analytical method of the permeability coefficient calculation on the basis of quantitative analysis of the SEM microstructures.

A formula has been derived describing the permeability coefficient as a function of the area and the hydraulic radius of micropores in the region of analyzed section of the microphotography.

A computational example is given for a clay samples not subjected to freezing and subjected to one freeze-thaw cycle in open and closed water-soil systems.

### 1. Wprowadzenie

Wyniki dotychczasowych badań gruntów spoistych pozwoliły zauważyć, że podczas procesu zamarzania mają miejsce znaczące przeobrażenia mikrostruktury i modyfikacja właściwości filtracyjnych gruntów.

---

\* Opiekun naukowy: Dr hab. inż. Tomasz Kozłowski, prof. Politechniki Świętokrzyskiej

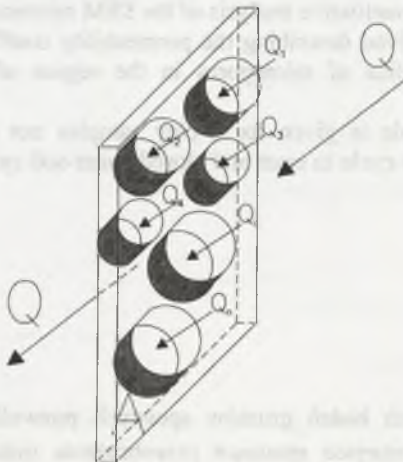
Spośród wielu dość skomplikowanych metod stosowanych przy badaniach i opisie parametrów mikrostrukturalnych gruntów najwięcej informacji dostarcza skaningowa mikroskopia elektronowa (SEM). Interpretacja zdjęć mikrostruktur gruntów spoistych z SEM obejmuje m.in. tak zwaną ilościową analizę mikrostrukturalnych parametrów przestrzeni porowej, takich jak porowatość, całkowita i średnia powierzchnia porów, całkowity i średni obwód porów, średnia średnica porów, współczynnik formy porów itp. [3].

W literaturze spotkać można różne metody tradycyjnych badań wykorzystywanych do wyznaczania współczynnika filtracji (metody laboratoryjne, równania empiryczne, metody oparte na próbnym pompowaniu), brak jest jednak takich, które uwzględniałyby interpretację zmian mikrostruktury [4].

W niniejszej pracy podjęto próbę określenia zależności, która umożliwiłaby szacowanie lokalnych wartości współczynnika filtracji na podstawie liczbowych parametrów przestrzeni porowej.

## 2. Równanie lokalnej wartości współczynnika filtracji dla wycinka gruntu z systemem mikroporów

Rysunek 1 przedstawia płaski wycinek gruntu spoistego, rozumianego jako system kanalików o zmiennych polach przekroju  $A_i$ . Pole całego wycinka wynosi  $A$ .



Rys. 1. Schemat systemu kanalików w płaskim wycinku gruntu  
Fig. 1. The capillaries diagram in the flat element of soil

W przypadku filtracji wartość sumarycznego przepływu przez wycinek  $Q$  odpowiada sumie przepływów  $Q_i$  przez kanaliki wchodzące w obręb wycinka [1]:

$$Q = \sum Q_i \quad (1)$$

Wychodząc z równania Darcy'ego

$$v = k \cdot i \quad (2)$$

otrzymuje się dla całego wycinka

$$Q = k \cdot i \cdot A \quad (3)$$

gdzie:

$Q$  – przepływ [ $m^3/s$ ],

$v$  – prędkość przepływu [ $m/s$ ],

$k$  – lokalny współczynnik filtracji w rejonie wycinka [ $m/s$ ],

$i$  – spadek hydrauliczny.

Podstawiając równanie (1) do (3), otrzymuje się:

$$\sum Q_i = k \cdot i \cdot A \quad (4)$$

Z kolei, przepływ  $Q_i$  przez elementarny kanalik  $i$  można wyrazić, stosując znane z hydrauliki równanie Hagen-Poiseuille'a, opisujące przepływ przez przewód rurowy [3] jako

$$Q_i = \frac{\gamma \cdot i \cdot A_i \cdot R_i^2}{8\mu} \quad (5)$$

gdzie:

$R_i$  – promień przekroju kanalika o przekroju kołowym  $i$ , m,

$\mu$  – lepkość dynamiczna wody,  $Ns/m^2$ .

Podstawienie (5) do (4) daje związek

$$\sum \frac{\gamma \cdot i \cdot A_i \cdot R_i^2}{8\mu} = k \cdot i \cdot A \quad (6)$$

z którego po przekształceniu, w tym wyprowadzeniu stałych wartości przed znak sumy i uporządkowaniu, otrzymuje się równanie, wyrażające lokalną wartość współczynnika filtracji:

$$k = \frac{\gamma \sum A_i \cdot R_i^2}{8\mu \cdot A} \quad (7)$$

Po uwzględnieniu zależności

$$R_i = 2R_{h,i} \quad (8)$$

między promieniem  $R_i$  kanalika o przekroju kołowym a promieniem hydraulicznym  $R_{h,i}$  kanalika o dowolnym kształcie przekroju równanie przybiera ostatecznie postać

$$k = \frac{\gamma \sum A_i \cdot R_{h,i}^2}{2\mu \cdot A} \quad (9)$$

Po podstawieniu do równania (9) stałych wartości lepkości ( $\mu = 0,0013077 \text{ Ns/m}^2$ ) oraz ciężaru objętościowego wody ( $\gamma = 10000 \text{ N/m}^2$ ) otrzymano równanie, umożliwiające szacowanie współczynnika filtracji na podstawie parametrów przekroju na mikrofotografii SEM:

$$k = \frac{\sum A_i \cdot R_{h,i}^2}{A} \cdot 3,846 \cdot 10^{-6} \quad (10)$$

gdzie :

$k$  – współczynnik filtracji [m/s],

$A_i$  – pole przekroju poru  $i$  [ $\mu\text{m}^2$ ],

$A$  – pole całego analizowanego obszaru [ $\mu\text{m}^2$ ],

$R_{h,i}$  – promień hydrauliczny poru  $i$  [ $\mu\text{m}$ ].

Promień hydrauliczny określano na podstawie znanego równania

$$R_{h,i} = \frac{A_i}{U_i} \quad (11)$$

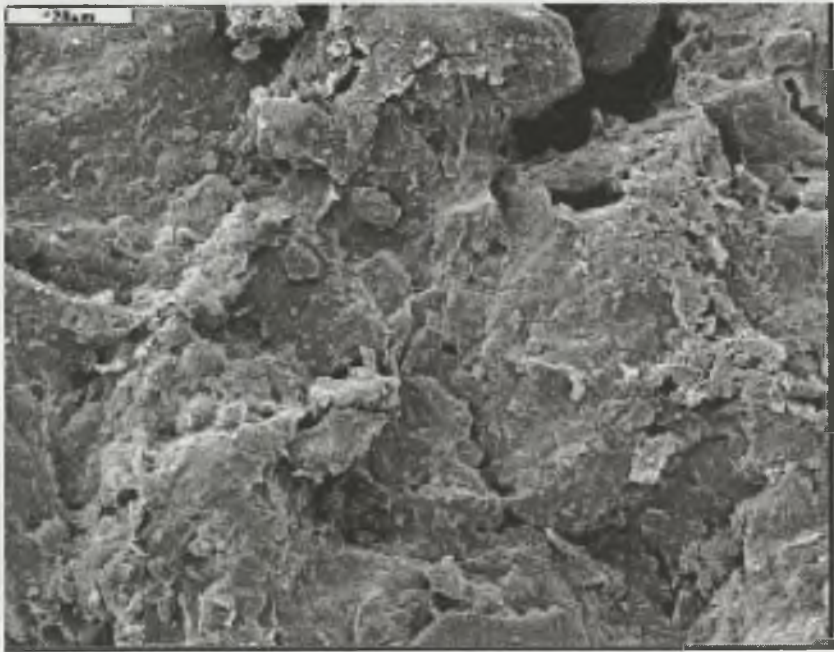
gdzie  $U_i$  oznacza obwód poru  $i$  [ $\mu\text{m}$ ].

### 3. Przykład obliczeniowy

Podane poniżej przykłady szacowania wartości współczynnika filtracji na podstawie równania (10) dotyczą próbek gliny badanej w stanie naturalnym oraz po najbardziej krytycznym, pierwszym cyklu zamarzania dla czasu  $t=24\text{h}$  w zamkniętym i otwartym systemie zamrażania.

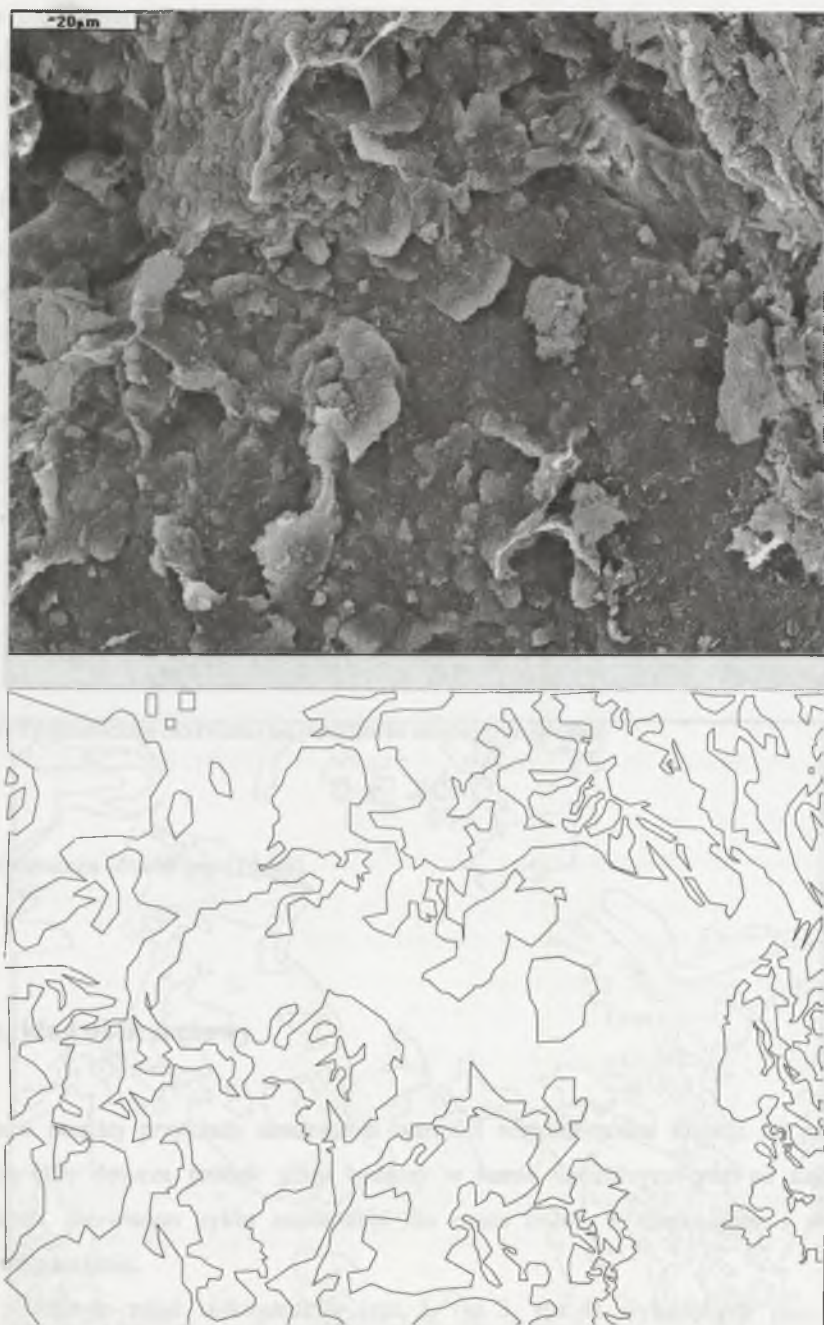
Na podstawie zdjęć mikrostruktur (rys. 2, rys. 3, rys. 4) wykonanych przy użyciu elektronowego mikroskopu skaningowego SEM, dokonano charakterystyki ich parametrów morfometrycznych, na podstawie których określono lokalne wartości współczynnika filtracji przy użyciu równania (10). Wyniki przedstawione zostały w tabeli 1.





Rys. 2. Zdjęcia mikrostruktur SEM i powierzchnie porowe gruntów naturalnych poddawanych analizie ilościowej

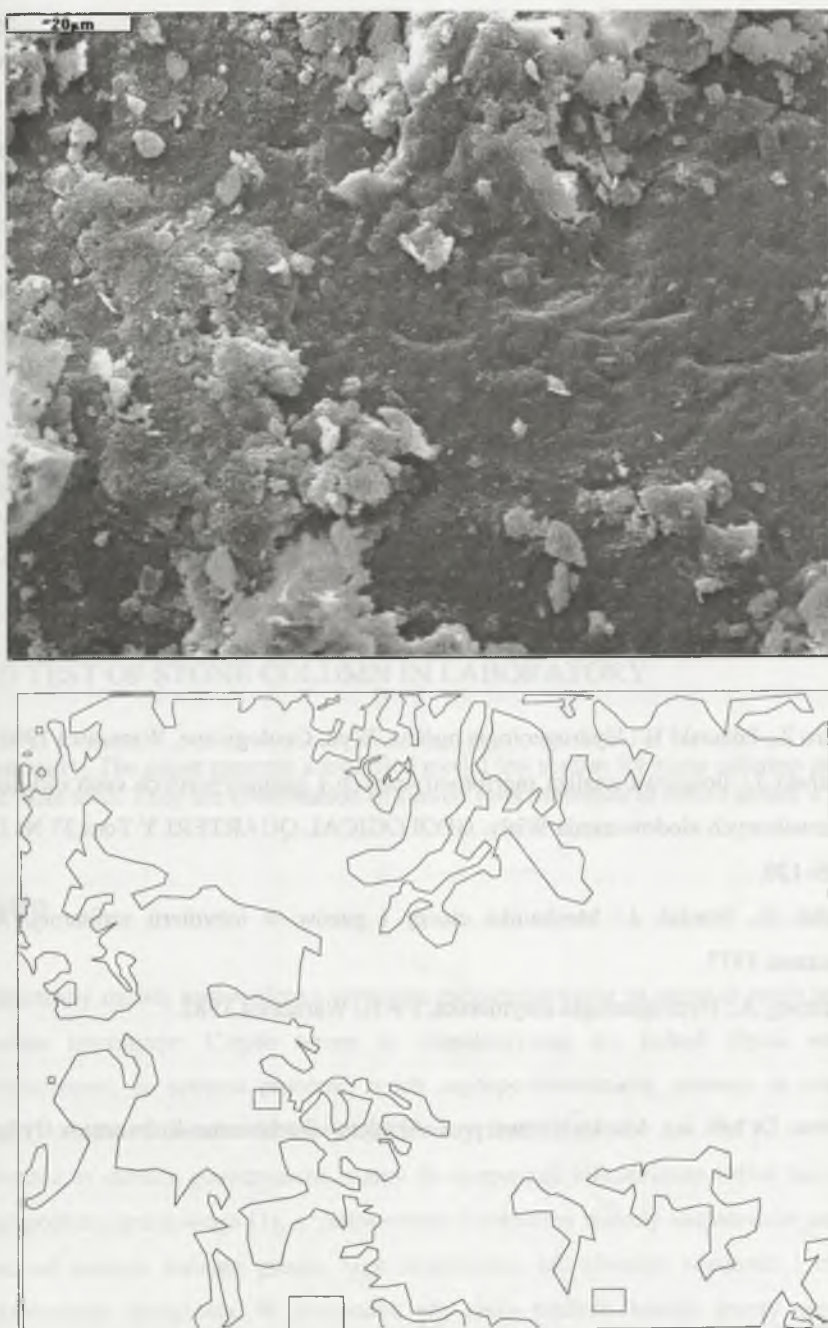
Fig. 2. SEM photomicrographs and pores areas of natural soils subjected to quantitative analysis



Rys. 3. Zdjęcia mikrostruktur SEM i powierzchnie porowe gruntów po zamrażaniu w systemie otwartym poddawanych analizie ilościowej

Fig. 3. SEM photomicrographs and pores areas of soils in open freezing - thawing system subjected to quantitative analysis





Rys. 4. Zdjęcia mikrostruktur SEM i powierzchnie porowe gruntów po zamrażaniu w systemie zamkniętym poddawanych analizie ilościowej

Fig. 4. SEM photomicrographs and pores areas of soils in closed freezing - thawing system subjected to quantitative analysis

Tabela 1

Lokalne wartości współczynnika filtracji określane w oparciu o parametry ilościowej analizy mikrostruktur SEM dla gliny

Parametr	Glina		
	Stan naturalny	Zamknięty system zamrażania	Otwarty system zamrażania
Pole całego analizowanego obszaru, $A$ [ $\mu\text{m}^2$ ]	13713,07	13713,07	13713,07
Wartość $\sum A_i \cdot R_{h,i}^2$ porów całego obszaru [ $\mu\text{m}^4$ ]	13467,34	484009,26	77729,20
Współczynnik filtracji, $k$ [m/s]	$3,78 \cdot 10^{-6}$	$1,36 \cdot 10^{-4}$	$2,18 \cdot 10^{-5}$

Obecnie prowadzone są badania mające na celu weryfikację obliczanych przy użyciu równania (10) wartości współczynnika filtracji z wartościami określanymi tradycyjną metodą laboratoryjną.

#### LITERATURA

1. Pazdro Z., Pozerski B.: Hydrogeologia ogólna. Wyd. Geologiczne, Warszawa 1990.
2. Trzcziński J.: Ilościowa analiza morfometrycznych i geometrycznych cech mikrostruktur glin zwałowych zlodowacenia Wisły. GEOLOGICAL QUARTERLY Tom 37 Nr 1, 1993, s. 109-120.
3. Walden H., Stasiak J.: Mechanika cieczy i gazów w inżynierii sanitarnej. Arkady, Warszawa 1977.
4. Wieczysty A.: Hydrogeologia inżynierska. PWN, Warszawa 1982.

Recenzent: Dr hab. inż. Maciej Kumor, prof. Akademii Techniczno-Rolniczej w Bydgoszczy