

Zbigniew MUSZYŃSKI\*  
Politechnika Wroclawska

## PORÓWNANIE WARTOŚCI IMPERFEKCJI GEOMETRYCZNYCH PŁASZCZA CHŁODNI KOMINOWEJ OBLICZONYCH RÓŻNYMI METODAMI†

**Streszczenie.** Wiarygodny opis kształtu eksploatowanego obiektu stanowi podstawę do sporządzania ekspertyz budowlanych, oceny stanu technicznego i poziomu bezpieczeństwa konstrukcji. W artykule podjęto problem wyznaczania zniekształceń geometrycznych płaszcza chłodni kominowej. Analizowano wpływ zastosowanych metod obliczeniowych (płaskiej i przestrzennej) na wartość wyznaczonych imperfekcji. Zagadnienie zilustrowano przykładem obliczeniowym.

## THE COMPARISON OF THE GEOMETRICAL IMPERFECTION VALUES OF COOLING TOWER SHELL CALCULATED BY USING DIFFERENT METHODS

**Summary.** Correct assessment of construction safety requires reliable information about geometrical shape of the analyzed object. In the paper the problem of determination of geometrical imperfections of the cooling tower shell was taken up. The influence of applied methods (the planar method and the spatial one) on values of calculating imperfections was being analyzed. The problem was illustrated with the numerical example.

### 1. Wprowadzenie

Pomiary zniekształceń geometrycznych obiektów budowlanych należą do najważniejszych zadań geodezji inżynierskiej. Pomiary te mają charakter inwentaryzacyjny i wykonywane są na potrzeby oceny stanu technicznego elementów konstrukcyjnych i budowli. Do najważniejszych, okresowo kontrolowanych obiektów budowlanych należą hiperboloidalne, żelbetowe chłodnie kominowe. W zależności od zastosowanej metody

\* Opiekun naukowy: Prof. dr hab. inż. Edward Osada

† Praca naukowa finansowana ze środków budżetowych na naukę w latach 2005-2006 jako projekt badawczy

obliczeniowej wyznaczone odchyłki kształtu mogą przyjmować różne wartości. W niniejszej pracy porównano metodę płaską wyznaczania zniekształceń geometrycznych z dwoma wariantami metody przestrzennej.

## 2. Istota zniekształceń geometrycznych

Zniekształcenia geometryczne (imperfekcje, odchyłki kształtu) definiowane są jako różnice między rzeczywistym kształtem geometrycznym obiektu a kształtem teoretycznym (projektowym) [2]. Przyjmowany model teoretyczny zależy od rodzaju badanej konstrukcji. Rzeczywisty stan geometryczny obiektu określany jest w wyniku pomiarów geodezyjnych i dotyczy momentu, w którym przeprowadzono pomiar. Wyznaczanie zniekształceń geometrycznych chłodni kominowych wykonywane jest systematycznie w trakcie ich użytkowania, w celu oceny wpływu eksploatacji na stan techniczny i poziom bezpieczeństwa konstrukcji. Zarejestrowane odstępstwa od kształtu teoretycznego zawierają w sobie, oprócz zniekształceń wynikających z eksploatacji, wpływ niedokładności wykonania obiektu, wpływ błędów pomiarowych i środowiska pomiarowego. Aby zminimalizować niekorzystne działanie nasłonecznienia i parcia wiatru na badany obiekt, okresowe pomiary wykonuje się o tej samej porze roku (późną jesienią) i w sprzyjających warunkach atmosferycznych (pochmurne i bezwietrzne dni). Wpływ błędów wykonania obiektu można eliminować na podstawie pierwszego pomiaru kontrolnego, wykonanego w ramach inwentaryzacji powykonawczej. Wartość nieuchronnych błędów pomiarowych ustala się w ramach analizy dokładności pomiarów geodezyjnych i uwzględnia przy interpretacji wyników.

## 3. Metody wyznaczania imperfekcji

Założmy, że znany jest model teoretyczny zdefiniowany w dokumentacji projektowej. Rzeczywisty kształt chłodni został pomierzony metodami geodezyjnymi. Punkty pomiarowe znajdują się na zewnętrznej powierzchni płaszcza chłodni kominowej i rozmieszczone są w kilkudziesięciu przekrojach południkowych (pionowych przekrojach osiowych). Na każdym z południków punkty pomiarowe rozmieszczone są na podobnej wysokości (na tych samych cyklach betonowania płaszcza), tworząc kilkanaście przekrojów równoleżnikowych. Po geodezyjnym opracowaniu danych pomiarowych każdy pomierzony punkt ma określone współrzędne przestrzenne  $x, y, z$  i charakterystykę dokładnościową. Następnie oblicza się nowe

współrzędne punktów pomiarowych, zmieniając ich położenie z zewnętrznej powierzchni płaszcza na środek grubości płaszcza (miejsce modelu teoretycznego). Wspomnianą redukcję przeprowadza się radialnie, w oparciu o znaną z dokumentacji projektowej grubość płaszcza chłodni dla poszczególnych cykli betonowania.

*Metoda płaska (dwuwymiarowa)* polega na indywidualnym rozpatrywaniu każdego z pionowych przekrojów osiowych (południków). W oparciu o zdefiniowaną oś chłodni oblicza się promienie radialne do każdego punktu pomiarowego. Promienie te razem z rzędnymi tworzą nowy układ współrzędnych płaskich. Określenie zniekształceń geometrycznych sprowadza się zatem do wpasowania hiperboli (reprezentującej model teoretyczny) w punkty pomiarowe. Wpasowanie to przeprowadza się zazwyczaj metodą najmniejszych kwadratów. W przypadku występowania obserwacji odstających korzystne jest wykorzystanie w tym celu metod estymacji odpornej [4]. Zaletą metody płaskiej jest łatwa do uzyskania powtarzalność rozmieszczenia punktów pomiarowych na płaszczu chłodni. Słabą stroną jest fragmentaryczne traktowanie chłodni (niezależne rozpatrywanie każdego południka), uproszczenie zakładające położenie wszystkich punktów dokładnie w przekrojach południkowych oraz definiujące położenie  $x, y$  pionowej osi obrotu.

*Metoda przestrzenna.* W literaturze można znaleźć różne algorytmy obliczeniowe, w zależności od rodzaju danych pomiarowych i przyjmowanych warunków [m.in. 1, 3]. W niniejszym artykule podjęto problem przestrzennego wpasowania modelu teoretycznego w zbiór punktów o znanych współrzędnych  $x, y, z$  (reprezentujących środek grubości płaszcza) przy założeniu pionowej osi obrotu hiperboloidy teoretycznej. Zastosowano dwa warianty obliczeń:

- *wpasowanie przy zdefiniowanych parametrach półosi hiperboloidy teoretycznej;*
- *aproksymacja parametrów modelu teoretycznego (półosi hiperboloidy) stosowana w przypadku, gdy dokumentacja projektowa jest niekompletna lub występują duże rozbieżności między kształtem wykonanej chłodni a założeniami projektowymi.*

Zaletą stosowania metody przestrzennej jest całościowe potraktowanie bryły chłodni i możliwość bardziej równomiernego rozmieszczenia punktów pomiarowych. Nieco trudności może sprawić uzyskanie powtarzalności usytuowania punktów pomiarowych między kolejnymi pomiarami. Stosując metodę przestrzenną, przyjęto następujące założenia. Jeżeli przyjmujemy zewnętrzny matematycznie opisany układ kartezjańskich współrzędnych przestrzennych, wówczas równanie jednopowłokowej hiperboloidy obrotowej (reprezentującej model teoretyczny) w takim układzie będzie miało postać (1).

$$\frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{a^2} - \frac{(z-z_0)^2}{c^2} = 1, \quad (1)$$

gdzie:

$x, y, z$  - współrzędne dowolnego punktu znajdującego się na powierzchni jednopowłokowej hiperboloidy obrotowej;  $x_0, y_0, z_0$  - współrzędne środka symetrii hiperboloidy;  $a, c$  - półoś rzeczywista i półoś urojona hiperboloidy.

Równanie (1) będzie spełnione tylko dla punktów leżących na powierzchni hiperboloidy. Dla pozostałych punktów lewa strona równania będzie różna od jedynki. Wykorzystując odstępstwo od jedynki jako „odchyłkę” ( $v_i$ ) w  $i$ -tym punkcie, możemy napisać równanie (2).

$$v_i = \frac{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2}{a^2} - \frac{(z_i - z_0)^2}{c^2} - 1 \quad (2)$$

Sprowadzając powyższe równanie do postaci liniowej, rozwijamy je w szereg Taylora ograniczony do pierwszych wyrazów. Szukane wielkości (w pierwszym wariacie metody przestrzennej:  $x_0, y_0, z_0$ ; w drugim:  $x_0, y_0, z_0, a, c$ ) wyznaczamy metodą najmniejszych kwadratów, przy założeniu minimalizacji sumy ważonych kwadratów odchyłek, zdefiniowanych wzorem (2). Wagą dla punktu pomiarowego jest odwrotność kwadratu błędu średniego przestrzennego położenia punktu. Przekształcając równanie (1), otrzymamy wzór (3). Ogólne równanie powierzchni stopnia drugiego zapisywane jest jako (4). Porównując ze sobą równania (3) i (4), wyliczymy współczynniki wielomianu (4).

$$c^2x^2 + c^2y^2 - a^2z^2 - 2c^2x_0x - 2c^2y_0y + 2a^2z_0z + c^2x_0^2 + c^2y_0^2 - a^2z_0^2 - a^2c^2 = 0 \quad (3)$$

$$F(x, y, z) = a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{23}yz + 2a_{31}zx + 2a_{41}x + 2a_{42}y + 2a_{43}z + a_{44} = 0 \quad (4)$$

Następnie wyznaczmy wartości imperfekcji geometrycznych płaszcza chłodni kominowej, zarejestrowanych dla poszczególnych punktów pomiarowych, zgodnie z algorytmem opisanym w [3]. Obliczone imperfekcje są w istocie odległościami każdego punktu (reprezentującego powłokę rzeczywistą) od powłoki modelowej wzdłuż kierunków normalnych do powłoki modelowej. Zniekształcenia posiadające znak ujemny skierowane są do wnętrza chłodni, posiadające znak dodatni – na zewnątrz chłodni.

#### 4. Charakterystyka obiektu badawczego

Do analiz obliczeniowych wykorzystano hiperboloidalną, żelbetową chłodnię kominową znajdującą się na terenie Huty Miedzi „Głogów” w Żukowicach. Dla zapewnienia prawidłowej eksploatacji wspomnianego obiektu corocznie przeprowadzany jest pomiar

kontrolny, którego zasadniczą częścią jest określenie imperfekcji geometrycznych płaszczu chłodni. Ostatni pomiar okresowy wykonany został pod koniec października ubiegłego roku przez pracowników Instytutu Górnictwa Politechniki Wrocławskiej.

Charakterystyka geometryczna mierzonego obiektu jest następująca: wysokość chłodni: 44.8 m (samego płaszczu: 36.0 m), parametry hiperboloidy: teoretyczne i rzeczywiste (wyznaczone z poprzednich pomiarów) zestawiono w tabeli 1. Realizowane zlecenie wymagało pomierzenia punktów znajdujących się na zewnętrznej powierzchni płaszczu chłodni, usytuowanych w 20 pionowych przekrojach osiowych. Na każdym z nich należało pomierzyć 14 punktów leżących na wybranych cyklach betonowania. Dla celów naukowo-badawczych autor niniejszego artykułu pomierzył 72 punkty na każdym południku (w przybliżeniu po dwa punkty na każdy cykl betonowania). Pomiar geodezyjne przeprowadzono w dogodnych warunkach atmosferycznych. Zastosowano metodę biegunową z bezlustrowym, laserowym pomiarem odległości. Stanowiska pomiarowe zlokalizowane były w płaszczyznach zawierających pionowe przekroje osiowe chłodni. Stanowiska te powiązано siecią obserwacji niwelacyjnych i kąto-liniowych ze stabilizowaną trwale osnową pomiarową i punktami odniesienia zlokalizowanymi na słupach wsporczych chłodni. W rezultacie otrzymano zbiór 1436 punktów o znanych współrzędnych przestrzennych, zredukowanych do środka grubości płaszczu. Błąd średni przestrzennego położenia dla „najgorszego” punktu nie przekroczył  $\pm 6.5$  mm. Obliczenie imperfekcji płaszczu zgodnie z zaleceniami zamawiającego wykonano metodą płaską przy założeniu pionowej osi obrotu chłodni, a otrzymane wyniki zamieszczono w opracowaniu [5].

Tabela 1

Parametry geometryczne analizowanej chłodni kominowej

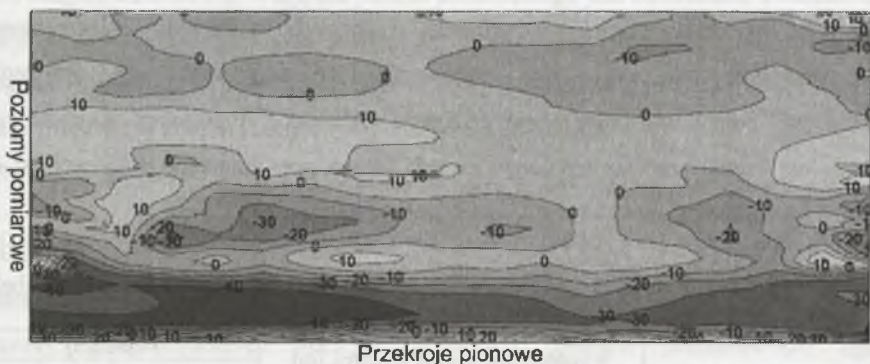
Parametry geometryczne:	Współrzędne środka symetrii [m]			Półoś [m]	
				rzeczywista	urojona
	$x_0$ bł. średni	$y_0$ bł. średni	$z_0$ bł. średni	$a$ bł. średni	$c$ bł. średni
projektowe	-	-	-	13.500	30.164
rzeczywiste (metoda płaska)	-	-	117.966	13.750	33.200
metoda przestrzenna, stałe $a, c$	199.999 0.002	399.992 0.002	117.796 0.007	13.750 -	33.200 -
metoda przestrzenna, aproksymowane $a, c$	199.999 0.002	399.992 0.002	118.007 0.023	13.761 0.002	33.643 0.035

W niniejszym artykule wykorzystano (za zgodą KGHM) dane źródłowe (współrzędne pomierzonych punktów płaszczu) do wyliczenia metodami przestrzennymi alternatywnych

wartości zniekształceń powłoki chłodni. Pochodzące z metody płaskiej imperfekcje radialne (zamieszczone w [5]) obliczone były dla rzeczywistych parametrów hiperboloidy, wyznaczonych z wcześniejszych pomiarów. Imperfekcje te przeliczono obecnie na zniekształcenia normalne i w postaci warstwic zaprezentowano na rys. 1.



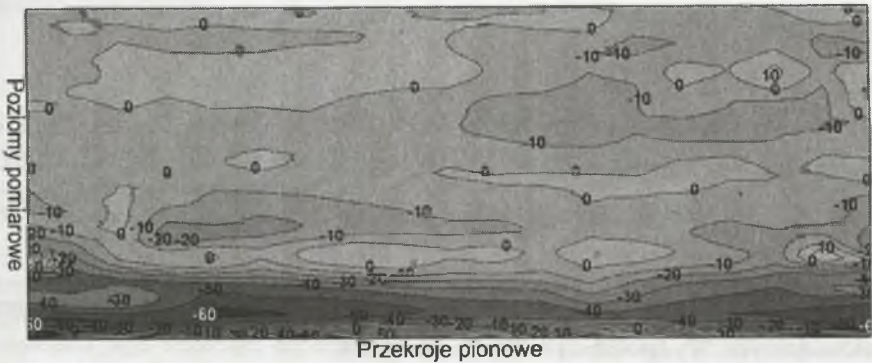
Rys. 1. Imperfekcje geometryczne chłodni kominowej [mm] wyznaczone metodą płaską  
 Fig. 1. Geometrical imperfections of cooling tower [mm] calculated with the planar method



Rys. 2. Różnice bezwzględnych wartości imperfekcji [mm] pomiędzy metodą przestrzenną a metodą płaską (przy zdefiniowanych parametrach hiperboloidy)  
 Fig. 2. Differences of absolute values of imperfections [mm] calculated between the spatial method and the planar one (with fixed hyperboloid parameters)

Dla tych samych założeń (pionowa oś obrotu chłodni i znane, rzeczywiste parametry hiperboloidy) obliczono imperfekcje metodą przestrzenną (pierwszy wariant). Wspomniane rzeczywiste parametry hiperboloidy teoretycznej wyznaczono w poprzednich latach przy użyciu metody płaskiej. W związku z tym uznano za celowe zastosować metodę przestrzenną (drugi wariant) do ponownego aproksymowania tych parametrów z jednoczesnym wyznaczeniem imperfekcji. Dla łatwiejszego porównania wartości zniekształceń otrzymanych

z różnych metod obliczono różnice bezwzględnych wartości imperfekcji. Od wyników z obu wariantów metody przestrzennej odjęto imperfekcje otrzymane z metody płaskiej. Otrzymane zmiany wartości zniekształceń ilustrują rys. 2 i 3.



Rys. 3. Różnice bezwzględnych wartości imperfekcji [mm] pomiędzy metodą przestrzenną a metodą płaską (przy aproksymowanych parametrach hiperboloidy)

Fig. 3. Differences of absolute values of imperfections [mm] calculated between the spatial method and the planar one (with approximated hyperboloid parameters)

## 5. Podsumowanie

Niniejszy artykuł wskazuje na ogromne znaczenie właściwego doboru metody obliczania imperfekcji i uwidacznia zalety metody przestrzennej. Korzystając z tych samych danych pomiarowych, zastosowanie metody przestrzennej (wariant pierwszy) zwiększyło wartości imperfekcji w najniższym poziomie pomiarowym o wartości dochodzące do 52 mm oraz zmniejszyło wartości imperfekcji w kolejnych czternastu poziomach pomiarowych o wartości sięgającej 52 mm. Wynika to z całościowego potraktowania bryły chłodni i ze zmniejszenia wpływu znacznych lokalnych deformacji, występujących w dolnej części płaszcza. Stosowanie metody płaskiej do aproksymowania rzeczywistych (spowodowanych niedokładnością wykonania chłodni) parametrów modelu teoretycznego może prowadzić do błędnych wyników. Wykorzystanie w tym celu metody przestrzennej (wariant drugi) w istotny sposób zmienia wielkość półosi hiperboloidy teoretycznej. Jednocześnie następuje zwiększenie wartości imperfekcji w najniższym poziomie pomiarowym w zakresie do 78 mm, oraz zmniejszenie - w kolejnych czternastu poziomach pomiarowych o wartości sięgające 73 mm. Obecnie prowadzone są prace badawcze związane z uogólnieniem metody

przestrzennej (uwzględniającym nierównomierne osiadanie fundamentów chłodni) i wykorzystaniem metod estymacji odpornej.

## LITERATURA

1. Czaja J.: Geodezja inżyniersko-przemysłowa. Zbiór przykładów i zadań. Część druga, Wydawnictwa AGH, Kraków 1992.
2. Gałda M., Kujawski E., Przewłocki S.: Geodezja i miernictwo budowlane, PPWK, Warszawa 1994.
3. Gocał J.: Metody i instrumenty geodezyjne w precyzyjnych pomiarach maszyn i urządzeń mechanicznych, Wydawnictwo AGH, Kraków 1993.
4. Muszyński Z., Osada E., Ubysz A.: Zastosowanie estymacji mocnej w pracach realizacyjnych i inwentaryzacyjnych konstrukcji, 50 Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZiTb – Krynica 2004, Krynica, wrzesień 2004, t. II, s. 133-140.
5. Woźniak J., Cieśla J., Dudek A., Muszyński Z., Szczepanik H., Zajac P.: Pomiary geodezyjne geometrii chłodni hiperboloidalnych w Hucie I i II. Raport Instytutu Górnictwa Politechniki Wrocławskiej, seria Spr-76, Wrocław, 2005.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Andrzej Majde