

Małgorzata ORZECZOWSKA *

Politechnika Śląska, Gliwice

ROZBUDOWA SPRĘŻYSTO-PLASTYCZNEGO MODELU MATERIAŁÓW GEOLOGICZNYCH MWW3 PRZEZ UWZGLĘDNIENIE WŁAŚCIWOŚCI REOLOGICZNYCH BETONU

Streszczenie. Konstrukcja poddana długotrwałemu obciążeniu może ulec zniszczeniu, zanim powstały w niej stan naprężenia osiągnie poziom graniczny określony dla obciążeń krótkotrwałych. Zjawisko to jest związane z przyrostem odkształceń spowodowanych pełzaniem. Sprężysto-plastyczny model betonu i innych materiałów geologicznych MWW3 w aktualnej postaci nie uwzględnia reologicznych własności materiału oraz wpływu obciążeń długotrwałych. Rozbudowa modelu obejmie modyfikację kryterium zniszczenia reprezentowanego w przestrzeni naprężeń przez powierzchnię graniczną poprzez uwzględnienie osłabienia materiału na skutek obciążenia długotrwałego. Literaturowe studium zagadnienia oraz program badań laboratoryjnych betonu pod obciążeniem długotrwałym o poziomie zbliżonym do niszczącego zostanie przedstawiony w niniejszej pracy.

DEVELOPMENT OF ELASTO-PLASTIC MATERIAL MODEL MWW3 FOR GEOLOGICAL MEDIA THROUGHOUT INTRODUCING THE REOLOGICAL PROPERTIES OF CONCRETE

Summary. The structure subjected to sustained load can fail despite the fact, that the level of stress doesn't break the material failure criterion. This effect can be explained by the influence of long-time creep of the material. Currently the elasto-plastic material model MWW3 for concrete and other geological media doesn't take into account material's rheological properties and the influence of long-term loading. Recently the developing of this model throughout taking into account material softening due to long-term loading was undertaken. The problem's state of the art and the layout of laboratory tests of concrete subjected to the high-level long-term loading will be presented in the paper.

1. Wstęp

Symulacja komputerowa bardzo różnych procesów i zjawisk staje się coraz skuteczniejszym narzędziem poznawania rzeczywistości oraz wspomagania projektowania w różnych dziedzinach techniki, w tym również w budownictwie. Aby ta symulacja reprezentowała rzeczywisty przebieg analizowanych zjawisk, musi być oparta na wiarygodnych modelach opisujących zachowanie materiałów w warunkach zadawanych oddziaływań. Dotyczy to zwłaszcza takich materiałów, jak beton, mury z elementów drobnowymiarowych czy grunty, dla których opis liniowo-sprężysty, oraz uproszczone do jednoosiowych stanów naprężenia kryteria zniszczenia daleko odbiegają od ich rzeczywistego zachowania w warunkach oddziaływania złożonych stanów naprężenia. Od kilkunastu lat w Katedrze Inżynierii Budowlanej Politechniki Śląskiej jest rozwijany sprężysto-plastyczny model betonu [1] uogólniony ostatnio na inne materiały geologiczne (mury z cegły, grunty) określony symbolem MWW3*. Ostatnio podjęto prace zmierzające do uwzględnienia w modelu właściwości reologicznych betonu oraz wpływu obciążenia długotrwałego, zwłaszcza na kryterium zniszczenia betonu w warunkach złożonego stanu naprężenia.

2. Beton pod obciążeniem długotrwałym

Jak powszechnie wiadomo, beton pod wpływem długotrwałe działających obciążeń doznaje dodatkowych odkształceń (pełzanie). Pod wpływem naprężeń, jakie występują w betonie, zhydratyzowany zaczyn cementowy ulega pełzaniu w stopniu większym niż większość kruszyw. Zatem zwiększenie zawartości objętościowej zaczynu cementowego w betonie powoduje zwiększenie pełzania. Różnice w pełzaniu przy użyciu różnych kruszyw stwierdził Rüşch [7].

Czynnikiem zewnętrznym oddziałującym na przebieg i wielkość pełzania jest wilgotność względna powietrza. Obniżenie wilgotności powoduje wysychanie betonu, co przyspiesza pełzanie. Zapewnienie stanu równowagi wilgotnościowej z otoczeniem przed przyłożeniem obciążenia skutkuje pomijalnie małym wpływem wilgotności względnej powietrza [5].

Stwierdzono również wpływ temperatury na wielkość pełzania. Badania Nassera i Neville'a [6] dowiodły, że przy temperaturze 70°C wzrost wielkości odkształcenia betonu

*Modyfikacja trójparametrowego modelu Willama-Warncke.

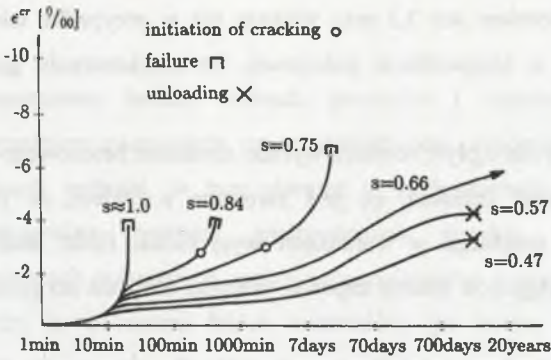
spowodowanego pełzaniem jest 3,5 razy większy niż w przypadku tak samo obciążonego elementu badanego w temperaturze pokojowej. Po przekroczeniu granicy 70°C wpływ temperatury maleje.

Na pełzanie betonu ma wpływ również wymiar elementu betonowego. Wzrost wymiarów skutkuje zmniejszeniem pełzania, co jest związane z faktem, że pełzanie w pobliżu powierzchni próbki przebiega w warunkach wysychania. Efekt skali może jednak nie występować, gdy pielęgnacja betonu zapewni warunki zbliżone do panujących w masywie betonowym [5].

Zasadnicze znaczenie dla wielkości i przebiegu pełzania ma stan naprężenia i jego relacja do wytrzymałości betonu oraz wiek betonu w chwili obciążenia. Młody beton będzie wykazywał znaczące pełzanie, nawet przy bardzo niskim poziomie wyężenia. Równocześnie istotny jest fakt, że w trakcie działania obciążenia długotrwałego beton dojrzewa, co powoduje spowolnienie procesu pełzania i asymptotyczny charakter odkształceń reologicznych. Rozważając zagadnienie w kategoriach jednoosiowego stanu naprężenia (ściskania lub rozciągania) zauważmy jednak, że tak się dzieje tylko wtedy, gdy poziom wyężenia materiału jest mniejszy od jego wytrzymałości trwałe. Według badań Rüsha [2] i Smadiego [4], jeżeli poziom wyężenia betonu przekroczy 75% jego wytrzymałości dla betonów o niskiej i średniej wytrzymałości oraz 80% dla betonów o wysokiej wytrzymałości (rys. 1), przyrost odkształceń spowodowanych pełzaniem traci charakter asymptotyczny i zawsze skutkuje zniszczeniem materiału. Shkoukani [9] określił wytrzymałość trwałą betonu przy rozciąganiu na poziomie 70% jego wytrzymałości pod obciążeniem krótkotrwałym. W ogólnym przypadku złożonego stanu naprężenia konieczne więc będzie sformułowanie w przestrzeni naprężeń dodatkowej powierzchni zniszczenia usytuowanej poniżej powierzchni granicznej. Wyjście ścieżki naprężenia ponad tę powierzchnię i pozostawanie ponad nią przez odpowiednio długi okres czasu musi skutkować zniszczeniem materiału, mimo że formalnie nie została osiągnięta jego powierzchnia zniszczenia.

Sformułowanie takiej powierzchni, a tym samym uogólnienie kryterium zniszczenia betonu na obszar obciążeń długotrwałych będzie przedmiotem dalszych prac obejmujących zarówno badania laboratoryjne betonu, jak i rozbudowę istniejącego oprogramowania i symulacje komputerowe.

Warto w tym miejscu zauważyć, że dla pełnego zdefiniowania kryterium zniszczenia betonu w złożonym stanie naprężenia należałoby rozważyć również wpływ dynamicznych obciążeń wielokrotnie zmiennych (cyklicznych), dla których określa się wytrzymałość zmęczeniową.



Rys. 1. Wyniki badań pełzania przy różnych poziomach naprężeń ściskających [2]
 Fig. 1. Creep test with different levels of compressive loading [2]

3. Model materiałowy MWW3 [1]

Model MWW3 jest sprężysto-plastycznym modelem materiałowym ze stowarzyszonym prawem osłabienia i wzmocnienia. Kryterium zniszczenia materiału w złożonym stanie naprężenia reprezentuje powierzchnia zniszczenia zdefiniowana w trójwymiarowej przestrzeni naprężeń określonej przez średnie naprężenie normalne σ_m , naprężenia styczne τ_{ok} , oraz kąt Lodego θ . Pierwowzorem tego modelu jest znany model Willama-Warncke'a. Podstawą określenia powierzchni zniszczenia w modelu Willama-Warncke'a są badania betonu w trójosiowym stanie naprężenia. Powierzchnia ta dobrze reprezentuje kryterium zniszczenia betonu w obszarze naprężeń średnich $\sigma_m \geq -f_c$. W obszarze większego ściskania hydrostatycznego kryterium daje zawyżone wartości „wytrzymałości” betonu. Z tego względu w modelu MWW3 przyjęto nieco zmodyfikowaną strategię określenia powierzchni zniszczenia.

Podstawą określenia powierzchni granicznej modelu MWW3 są również wyniki badań betonu w trójosiowym stanie naprężenia, z tym że:

- Południk rozciągania wyznacza się jako najlepszą liniową aproksymację wyników badań z dodatkowym założeniem, że musi on przechodzić przez punkt reprezentujący wytrzymałość betonu na równomierne dwuosiowe ściskanie.

$$t'_o = \frac{\tau_{okt}}{f_c} = -0,470153s_m + 0,184824 \quad (1)$$

- Południk ściskania jest najlepszą liniową aproksymacją wyników badań i przecina oś naprężeń średnich w tym samym punkcie co południk rozciągania.

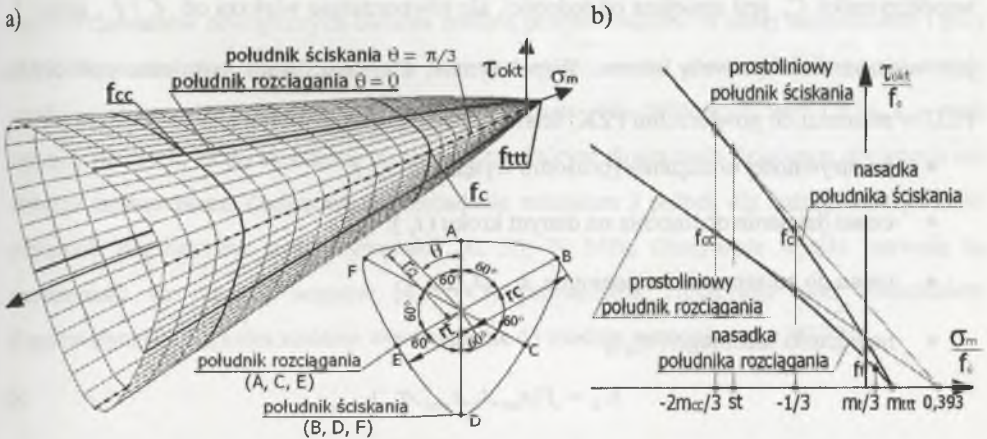
$$t_o^c = \frac{\tau_{okt}^c}{f_c} = -0,713363s_m + 0,280434 \quad (2)$$

- W obszarze hydrostatycznych naprężeń rozciągających i niewielkich ściskających skonstruowano paraboliczne nasadki stycznne do odpowiednich południków prostoliniowych, tak by południk ściskania przechodził przez punkt odpowiadający wytrzymałości betonu na jednoosiowe ściskanie, a południk rozciągania przez punkt odpowiadający wytrzymałości betonu na jednoosiowe rozciąganie (rys. 2c).

$$t_{o,n}' = a_i s_m^2 + b_i s_m + c_i, \quad t_{o,n}^c = a_c s_m^2 + b_c s_m + c_c \quad (3)$$

Tak określona powierzchnia graniczna (rys. 2a,b) dobrze reprezentuje kryterium zniszczenia betonu dla naprężeń średnich $\sigma_m \geq -5,0f_c$, a więc w znacznie większym zakresie niż oryginalne kryterium Willama-Warncke'a. Wzory uzależniające współczynniki w równaniach nasadek parabolicznych oraz współrzędne punktu styczności s_i oraz wierzchołka powierzchni zniszczenia m_{ii} podano poniżej (4):

$$\begin{aligned}
 m_{ii} &= 2,2097m_i^2 + 0,6945m_i, & s_i &= -15,1352m_i^2 + 0,5438m_i - 0,6080 \\
 a_i &= -7,7479m_i^2 + 4,2842m_i - 0,5753 & a_c &= -11,7558m_i^2 + 6,5004m_i - 0,8728 \\
 b_i &= -4,8777m_i^2 + 3,8145m_i - 1,1188 & b_c &= -7,4016m_i^2 + 5,7879m_i - 1,6975 \\
 c_i &= -0,9077m_i^2 + 0,82756m_i, & c_c &= -1,3771m_i^2 + 1,2556m_i
 \end{aligned} \quad (4)$$



Rys. 2a) Powierzchnia graniczna MWW3 i przekrój dewiatorowy powierzchni granicznej aproksymacja eliptyczna – koncepcja Willama-Warnke'a. b) Konstrukcja południków nasadki

Fig. 2a) Failure surface MWW3 and Deviatoric section of the failure surface - elliptic approximation - Willam-Warncke concept. b) Construction of the surface caps

Wewnątrz powierzchni zniszczenia sformułowano powierzchnię plastyczności, która podlega izotropowemu wzmocnieniu lub osłabieniu. Powierzchnia plastyczności rozgranicza

w przestrzeni naprężeń obszar pracy sprężystej, w którym odkształcenia są w pełni odwracalne, od obszaru pracy plastycznej, w której odkształcenia mają charakter trwały.

4. Powierzchnia zniszczenia pod obciążeniem długotrwałym

Powierzchnia zniszczenia opisana w rozdziale 3 jest powierzchnią graniczną, która określa kryterium zniszczenia betonu w złożonym stanie naprężenia pod obciążeniem krótkotrwałym (PZK). Przy wysokich poziomach obciążenia działających przez dłuższy okres czasu może dojść do zniszczenia betonu, zanim ścieżka naprężenia osiągnie powierzchnię PZK. Aby ten fakt uwzględnić, zdefiniowano dodatkową powierzchnię zniszczenia pod obciążeniem długotrwałym nazywaną dalej PZD (rys. 3). Zakładając analogię budowy PZD do PZK, można zapisać równania południków rozciągania i ściskania jako:

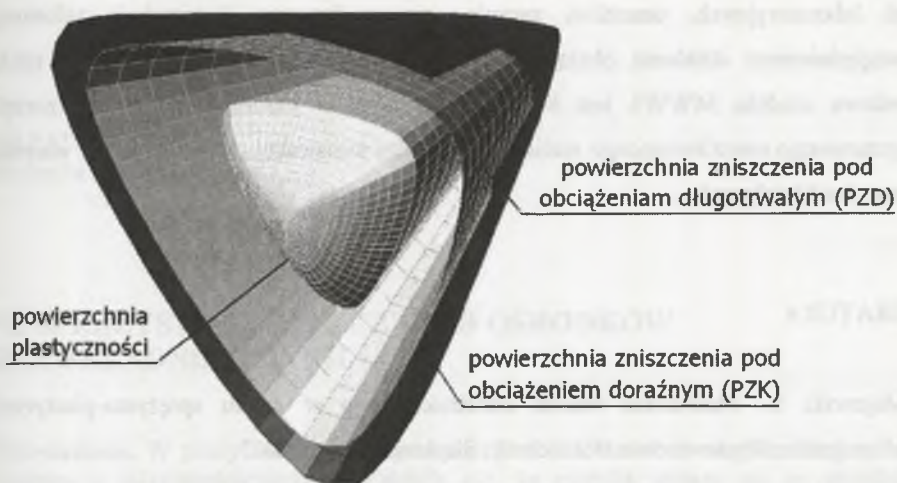
$$\begin{aligned}
 t'_o &= \frac{\tau_{okt}}{f_c} = (-0,470153s_m + 0,184824) \times C_d \\
 t''_o &= \frac{\tau_{okt}^c}{f_c} = (-0,713363s_m + 0,280434) \times C_d
 \end{aligned} \tag{5}$$

Ze względu na fakt, że powierzchnia PZD zawiera się w powierzchni PKZ, wartość współczynnika C_d jest mniejsza od jedności, ale równocześnie większa od f_u/f_c , gdzie f_u jest wytrzymałością trwałą betonu. Współczynnik C_d , określający położenie powierzchni PZD w stosunku do powierzchni PZK, ściśle zależy od:

- intensywności obciążenia (poziomu wyężenia s_{lev});
- czasu działania obciążenia na danym kroku (t_k);
- czasu do zniszczenia na poziomie s_{lev} (t_{slev});
- naprężenia średniego (σ_m);

$$C_d = f(s_{lev}, t_k, t_{slev}, \sigma_m) \tag{6}$$

Zmniejszanie intensywności obciążenia powoduje kurczenie się powierzchni PZD, czyli osłabienie polegające na przesuwaniu PZD w kierunku powierzchni plastyczności. Dopóki intensywność obciążenia długotrwałego będzie mniejsza od $s_{lev.min}$, która określa wytrzymałość trwałą betonu, powierzchnia PZD nie pojawi się.



Rys. 3. Powierzchnia wytrzymałości trwałej (PZD)

Fig. 3. Long-term failure surface (PZD)

5. Plan badań

W celu wyznaczenia powierzchni PZD planuje się przeprowadzić badania próbek poddanych długotrwałemu, jednoosiowemu obciążeniu rozciągającemu i ściskającemu. Dla uniknięcia wpływu czynników zewnętrznych badania zostaną przeprowadzone w stałej temperaturze i przy stałej wilgotności względnej. Planowane poziomy intensywności obciążenia, biorąc pod uwagę wyniki przytoczone w punkcie 2, przyjęto na poziomach: 75%, 80%, 85%, 90% i 95%, a w razie potrzeby niższych, aż do określenia poziomu, przy którym długotrwale działające obciążenie nie skutkuje zniszczeniem. Zaplanowano przebadanie minimum 3 próbek dla każdej intensywności obciążenia dla betonów o wytrzymałości 30, 50, 70 MPa. Otrzymałe wyniki pozwolą na wyznaczenie za pomocą wzorów (4) i (5) powierzchni zniszczenia pod obciążeniem długotrwałym (PZD), która zostanie wprowadzona do modelu materiałowego MWW3.

6. Podsumowanie

Sprężysto-plastyczny model MWW3, rozwijany od kilku lat w Katedrze Inżynierii Budowlanej Politechniki Śląskiej, w aktualnej postaci nie uwzględnia reologicznych własności materiału oraz wpływu obciążeń długotrwałych. Rozbudowa polegająca na wprowadzeniu powierzchni PZD, której kształt zostanie określony na podstawie wyników

badzeń laboratoryjnych, umożliwi symulowanie zachowania konstrukcji żelbetowych z uwzględnieniem działania obciążenia długotrwałego. Przedstawiona w tym artykule rozbudowa modelu MWW3 jest kolejnym krokiem w kierunku stworzenia narzędzia komputerowego umożliwiającego realistyczną analizę konstrukcji żelbetowych w warunkach złożonych oddziaływań.

LITERATURA

1. Majewski S.: Mechanika betonu konstrukcyjnego w ujęciu sprężysto-plastycznym. Monografia, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2003.
2. Rüschi H.: Researches Toward a General Flexural Theory for Structural Concrete. Journal Proceedings, July 1, 1960, p. 1-28.
3. Hofstetter G., Mang H.A.: Computational Mechanics of Reinforced Concrete Structures. Vieweg, Germany 1995, p. 23-27.
4. Smadi M. M., Slate F. O., Nilson A. H.: Shrinkage and Creep of High-, Medium-, and Low-Strength Concretes, Including Overloads. Materials Journal May 1, 1987, p. 224-234.
5. Neville A.M.: Właściwości betonu. Polski Cement, Kraków 2000, s. 295-300, s. 467-500.
6. Nasser K.W., Neville A.M.: Creep of Concrete at Elevated Temperatures. Journal Proceedings, December 1, 1965, p. 1567-1580.
7. Rüschi H., Kordina K., Hilsdorf H.: Der Einfluss des mineralogischen Charakters der Zuschläge auf das Kriechen von Beton. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Nr 146, Berlin 1963, s. 19-133.
8. Shkoukani H. T.: Behaviour of concrete under concentric and eccentric tensile loading. Darmstadt Concrete, 4, 1989, 113-232.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Maria Kamińska