

Jarosław POLCZYŃSKI\*  
Politechnika Szczecińska

## TEORETYCZNE I DOŚWIADCZALNE BADANIA POŁA TEMPERATUR W NAWIERZCHNI DROGOWEJ

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono ogólny model matematyczny dla ustalonego oraz niustalonego przepływu ciepła w nawierzchni drogowej jako układ „płyta wielowarstwowa nasyp - podłoże gruntowe”. Dla niustalonego przepływu ciepła zastosowano metodę elementów skończonych, natomiast dla stanu ustalonego skorzystano ze wzorów analitycznych. Wyniki obliczeń zostały porównane z danymi zmierzonymi w przekroju drogi wojewódzkiej nr 297 na odcinku Żagań-Kozuchów (województwo lubuskie).

## THEORETICAL AND EXPERIMENTAL ANALYSIS OF HEAT TRANSFER IN THE LAYERS OF ROAD PAVEMENT

**Summary.** A heat transfer problem for the road pavement system “layered plate – embankment – soil base” is formulated. There are suggested mathematical models in this work; the unsteady heat transfer are realized with finite element analysis, however in the case of steady state problem it is given an analytical solution. The analytic results are compared with the experiment data for the real road pavement of Lubuski province road No 297 on the route Zagan-Kozuchow in Poland.

### 1. Wstęp

Posadowienie kanalizacji deszczowej w konstrukcji drogowej wymaga odpowiedniej izolacji cieplnej. Występującym wówczas problemem staje się głębokość jej posadowienia, wynikająca z granicy przemarzania gruntów.

Znaczna długość odcinków kanalizacji wymusza zaprojektowanie początkowych jej odcinków na rzędnych znajdujących się powyżej granicy przemarzania gruntu. Wysokość

\* Opiekun naukowy: Prof. dr hab. inż. Piotr Aliawdin

posadowienia sprawia, że niemożliwe staje się spełnienie warunków określonych przez Polskie Normy. W związku z powyższym istotna staje się odpowiedź na pytania, czy nawierzchnia jezdni nie jest dostateczną izolacją cieplną, czy kanalizacji nie można posadowić płycej.

W pracy przedstawiono ogólny model matematyczny dla ustalonego oraz nieustalonego przepływu ciepła w nawierzchni drogowej. Konstrukcja drogowa przeanalizowana została jako układ „płyta wielowarstwowa - nasyp - podłoże gruntowe” [1], gdyż znane autorowi opracowania na temat wymiany ciepła w drogownictwie ograniczały się głównie do wpływu temperatur na górną warstwę jezdni [2,3].

## 2. Opis badanego odcinka i model fizyczny konstrukcji drogowej

W celu przeprowadzenia pomiarów, na odcinku drogi wojewódzkiej nr 296 relacji Żagań – Kozuchów, wybrane zostały dwa odcinki badawcze o szerokości 3 m i długości 4 m każdy. Powyższy fragment drogi, przebiegający w nasypie wybudowanym z gruntów niewysadzinowych o grupie nośności podłoża G1, zaprojektowany został zgodnie z katalogiem typowych konstrukcji podatnych i półsztywnych (rys. 1), o następujących przekrojach poprzecznych:

	Odcinek 1	Odcinek 2
1. Warstwa ścierna z mieszanki SMA o uziarnieniu 0-12,8	5 cm	5 cm
2. Warstwa wiążąca z betonu asfaltowego o uziarnieniu 0-20	6 cm	7 cm
3. Podbudowa z betonu asfaltowego 0-20	7 cm	7 cm
4. Podbudowa z kruszywa łamanego stabilizowanego mechanicznie	20 cm	-
5. Podbudowa z gruntu stabilizowanego spoiwem hydraulicznym	-	20 cm

Właściwości fizyczne wyżej przedstawionych materiałów zebrano w tabeli 1.

Tabela 1

Charakterystyka materiałów drogowych

Materiał	Współczynnik przewodnictwa cieplnego $\lambda$ , W/(m·K)	Ciepło właściwe $c_p$ , kJ/(kg·K)	Gęstość $\rho$ , kg/m <sup>3</sup>
SMA/beton asfaltowy	1.4	0.47	2530
Kamień łamany stabilizowany mechanicznie	0.4	0.35	1940
Grunt stabilizowany cementem	0.99	0.25	1880
Piasek suchy	0.58	0.23	1600

Jednocześnie zamontowano czujniki do badania temperatur, które wbudowane zostały w śladzie osi jadącego pojazdu (pomiędzy kołami) dla obu odcinków pod poszczególnymi warstwami, tj. w warstwie ścieralnej (1-0), (2-0) (rys. 1); pod warstwą ścieralną (1-1), (2-1); warstwą podbudowy bitumicznej (1-2), (2-2); podbudową zasadniczą (1-3), (2-3); oraz pod podłożem gruntowym na głębokości 80 cm (1-4), (2-4); - granica przemarzania.

### 3. Matematyczny model wymiany ciepła

Dwuwymiarowy problem wymiany ciepła przeanalizowany został dla nawierzchni drogowej zbudowanej jako izotropowa płyta posadowiona na nasypie i podłożu gruntowym (rys. 1). Wielkość strumienia (wymiany) ciepła dla przestrzeni dwuwymiarowej  $O_{xy}$  określić można równaniem Fouriera-Kirchhoffa [4]:

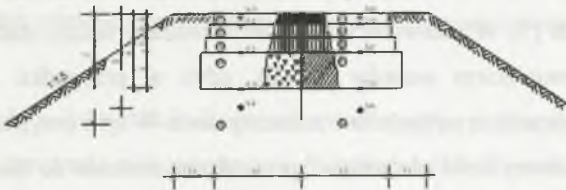
$$\frac{\partial T}{\partial t} = a(x) \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right], \quad t > 0, \quad x \geq 0, \quad (1)$$

gdzie:  $T(\cdot) = T(x, t)$  – temperatura, K;  $x = (x, y)$  – wektor punktu ciała,  $x \in \Omega$ ;  $\Omega$  – region w przestrzeni dwuwymiarowej dla zmiennej  $x$ ,  $\Omega \subseteq R^2$ ;  $t$  – czas, s;  $a(x)$  – dyfuzyjność cieplna (lub współczynnik wyrównywania temperatur) jako funkcja współrzędnych  $x$ , stała dla każdego punktu ciała,  $m^2/s$ ;  $a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$ ,  $\lambda$  – współczynnik przewodzenia ciepła, W/(m·K);  $\rho$  – gęstość,  $kg/m^3$ ;  $c_p$  – ciepło właściwe dla stałego ciśnienia,  $kJ/(kg \cdot K)$ .

Temperatura ciała spełnia warunki początkowe oraz brzegowe. Warunek początkowy

$$T(x, 0) = \Phi_0(x), \quad x \in \Omega, \quad (2)$$

oznacza, że temperatura  $T(x, 0) = \Phi_0(x)$  dla każdego punktu ciała  $x$  regionu  $\Omega$  oraz czasu początkowego  $t = 0$  jest określona. Funkcja  $\Phi_0(x)$  jest ciągła dla wszystkich punktów  $x \in \bar{\Omega}$ , gdzie  $\bar{\Omega} = \Omega \cup \Gamma$ ;  $\Gamma$  jest zewnętrzną powierzchnią ciała  $\Gamma := bd \Omega$ .



Rys. 1. Przekrój przez badaną konstrukcję drogi  
Fig. 1. Elements of road structure

Jako warunki brzegowe dla zewnętrznej powierzchni ciała (płyta wielowarstwowa, nasyp)  $S$  oraz temperatury  $t$  przyjęto warunek I rzędu, który wyznacza dystrybucję temperatury:

$$T(\mathbf{x}, t) = \Phi(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{x} \in \Gamma, \quad t > 0; \quad (3)$$

gdzie:  $\Phi(\mathbf{x}, t)$  jest daną funkcją ciągłą od  $(\mathbf{x}, t)$  dla wszystkich punktów regionu  $\Gamma$ .

Ponadto, na granicy pomiędzy nawierzchnią drogi a otoczeniem  $\Gamma_p$  (dla zagadnienia konwekcji) można zapisać warunek brzegowy III rodzaju:

$$-\lambda[\partial T(\mathbf{x}, t)/\partial \mathbf{n}] = h[\Phi_s(\mathbf{x}, t) - T_p(\mathbf{x}, t)] = q, \quad \mathbf{x} \in \Gamma_p, \quad t > 0, \quad (4)$$

gdzie:  $h$  jest współczynnikiem wymiany ciepła przez promieniowanie,  $W/(m^2 \cdot K)$ ;  $T_p$  jest temperaturą powietrza, natomiast  $q$  gęstością strumienia ciepłego,  $W/m^2$ .

Na podstawie powyższych wzorów określić można warunki brzegowe na styku nawierzchni drogowej i warstwy nasypu (warunek brzegowy IV rodzaju). Należy tu przyjąć, że na wewnętrznych powierzchniach  $\Gamma_{ij}$  pomiędzy wymienionymi warstwami  $i, j$  istnieje idealny kontakt. Wówczas dla temperatur  $T_i$  oraz  $T_j$  słuszne jest równanie:

$$T_i(\mathbf{x}, t) = T_j(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{x} \in \Gamma_{ij}, \quad t > 0; \quad (5)$$

$$\lambda_i[\partial T_i(\mathbf{x}, t)/\partial \mathbf{n}] = \lambda_j[\partial T_j(\mathbf{x}, t)/\partial \mathbf{n}], \quad \mathbf{x} \in \Gamma_{ij}, \quad t > 0 \quad (6)$$

w seriach dla wszystkich punktów ciała  $(i, j) \in [1:5]$ .

W rezultacie otrzymujemy dwuwymiarowe złożone zagadnienie wymiany ciepła (1)-(6) z warunkami brzegowymi I, II i IV rodzaju. Stacjonarny problem zostanie uproszczony, poprzez sprowadzenie do  $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$  w równaniu (1) i  $T(\cdot) = T(\mathbf{x})$ , z pominięciem początkowego warunku (2); zawiera to równanie (1) oraz warunki (3)-(6).

#### 4. Analiza wymiany ciepła za pomocą metody elementów skończonych

Problem przepływu ciepła w niniejszej pracy przeanalizowany został poprzez metodę elementów skończonych [5]. W pierwszej kolejności rozważany będzie stacjonarny problem wymiany ciepła, z pominięciem wzorów (4)-(6), gdyż w przypadku niejednorodnego (warstwowego) ciała warunki te są spełniane automatycznie. W tym przypadku przestrzeń  $\Omega$  składająca się ze skończonej ilości elementów sprowadzona zostanie do elementarnego pola  $\Omega_e$ . Pola temperatur dla każdego z elementów będą aproksymowane przez liniowe połączenie funkcji

$$\bar{T}(x, y) = \sum_{\Omega_1}^{i=1, P} C_i^{(1)} N_i^{(1)}(x, y) + \sum_{\Omega_2}^{i=1, P} C_i^{(2)} N_i^{(2)}(x, y) + \dots + \sum_{\Omega_M}^{i=1, P} C_i^{(M)} N_i^{(M)}(x, y) \quad (7)$$

gdzie:  $P$  jest liczbą niezależnych  $C_i^e$  parametrów w każdym  $e$ -tym elemencie,  $M$  jest całkowitą liczbą elementów.

Zgodnie z równaniem Eulera, równanie (1) i warunek (3) są równoważne warunkowi istnienia ekstremum:

$$\int_{\Omega} \left[ \frac{\partial N_i}{\partial x} \lambda \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \lambda \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right] dx dy - \int_{\Omega} N_i Q dx dy = 0 \quad (8)$$

lub biorąc pod uwagę zależność (7), po sumowaniu komponentów dla każdego  $e$  – tego elementu

$$\sum_{e=1}^M \int_{\Omega_e} \left[ \frac{\partial N_i^e}{\partial x} \lambda \frac{\partial \bar{T}^e}{\partial x} + \frac{\partial N_i^e}{\partial y} \lambda \frac{\partial \bar{T}^e}{\partial y} \right] dx dy - \sum_{e=1}^M \int_{\Omega_e} N_i^e Q dx dy = 0 \quad (9)$$

gdzie:

$$\bar{T}^e(x, y) = \sum_{\Omega_e}^{i=1, P} C_i^e N_i^e(x, y) \quad (10)$$

$\Omega_e$  jest polem  $e$ -tego elementu,  $e \in [1:M]$ .

Dla pojedynczego, skończonego elementu zapis pod symbolem sumy w równaniu (9) określony może być w poniższy sposób:

$$K_{ij}^e T_j^e - f_i^e \quad (i, j) \in [1:P]; \quad (11)$$

gdzie:  $K_{ij}^e$  jest macierzą przewodnictwa,

$$K_{ij}^e = \int_{\Omega_e} \left[ \frac{\partial N_i^e}{\partial x} \lambda \frac{\partial N_j^e}{\partial x} + \frac{\partial N_i^e}{\partial y} \lambda \frac{\partial N_j^e}{\partial y} \right] dx dy \quad (i, j) \in [1:P]; \quad (12)$$

$f_i^e$  jest zadanym wektorem

$$f_i^e = \int_{\Omega_e} N_i^e Q dx dy \quad i \in [1:P]; \quad (13)$$

$T_j^e := C_j^e$  jest nieznaną wartością temperatury w  $j$ -tym węźle  $e$ -tego elementu skończonego  $e \in [1:M]$ .

Wymianę ciepła w konstrukcji drogowej opisać można przy wykorzystaniu zależności charakteryzującej przegrodę wielowarstwową. Współczynniki przewodzenia ciepła dla każdej warstwy są niezależne od temperatur i mają wartość stałą ( $\lambda = const$ ). Mają one różne wartości  $\lambda_1 \neq \lambda_2 \neq \lambda_3$  (tabela 1) i w związku z tym różne są wykresy rozkładów temperatur

w poszczególnych warstwach [4]. Dla dokonania analizy przepływu ciepła zakłada się stan ustalony.

## 5. Analityczne rozwiązanie dla ustalonego przepływu ciepła

Dla ustalonego przewodzenia ciepła warunek brzegowy pierwszego rodzaju przy ograniczonej głębokości  $x = H$  ma postać:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{h_g}{\lambda} (T - T_g), \quad (14)$$

gdzie:  $T_g$  jest temperaturą w gruncie na głębokości  $x = H$ ;  $h_g$  - współczynnik przewodzenia ciepła na głębokości  $x = H$ .

Rozwiązaniem równania różniczkowego (1) z uwzględnieniem warunków brzegowych (3) i (6) jest zależność nazywana prawem Peceta:

$$q = U(T_p - T_g), \quad (15)$$

gdzie:  $q$  - wartość strumienia cieplnego,  $W/m^2$ ;  $U$  - współczynnik przenikania ciepła przez warstwę  $W/m^2 \cdot K$ ,  $T_p$  - temperatura obliczeniowa zewnętrznej powierzchni warstwy  $^{\circ}C$ .

Współczynnik przenikania ciepła można wyznaczyć z poniższego wzoru:

$$U = \left( \frac{1}{h_p} + \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{\lambda_i} + \frac{1}{h_g} \right)^{-1} \quad (16)$$

gdzie:  $d_i$  - grubość warstwy gruntu  $i$ ,  $i \in 1:n$ ;  $\lambda_i$  - współczynnik przewodności cieplnej  $i$ ,  $i \in 1:n$ ;  $h_p$ ,  $h_g$  - współczynnik przewodzenia ciepła,  $W/m^2 \cdot K$ .

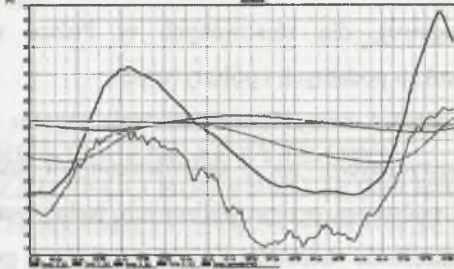
Wartość  $\tau_k$  określającą temperaturę wewnętrznej powierzchni konstrukcji  $k$  - warstwowej przegrody bez mostków liniowych obliczyć można ze wzoru:

$$\tau_k = T_p - (T_p - T_g) \left( \frac{1}{h_p} + \sum_{i=1}^k \frac{d_i}{\lambda_i} \right) U \quad (17)$$

## 6. Analiza otrzymanych danych

Dla sprawdzenia przedstawionych wcześniej zależności, opisujących teoretyczny rozkład temperatur dla nawierzchni drogowej (7)...(9), wykorzystano odczyty z urządzeń

pomiarowych wbudowanych w doświadczalny odcinek drogi. Odczyty dla każdej z warstw konstrukcji zarejestrowane zostały w równych odstępach czasowych ( $\Delta t=0,2$ ) h. Dane te posłużyły do stworzenia wykresu rozkładu temperatur (rys. 2).



Rys. 2. Rozkład temperatur w konstrukcji drogowej 26.09.2003

Fig. 2. The temperature distribution registered on 26.09.2003

W celu porównania teoretycznego modelu rozkładu temperatur otrzymane wyniki zestawiono z wartościami odczytanymi przez urządzenia pomiarowe 28.09.2003 r. o godzinie 6.30. Wartości temperatur teoretycznych i doświadczalnych przedstawiono w tabeli 2.

Tabela 2

Teoretyczne i doświadczalne wyniki rozkładu temperatur w konstrukcji drogowej

Czujnik	Temperatura zmierzona $T$ , °C	Temperatura obliczona $T$ , °C	$\varepsilon$ %
1 1 (1)	15,2	15,2	0
1 2 (2)	17,7	15,7	-11,1
1 3 (3)	20,2	16,6	-17,7
1 4 (4)	20,3	20,3	0

Temperatura powietrza dla przyjętego okresu badawczego wynosiła  $T=12,2^{\circ}\text{C}$ . Obliczona wartość strumienia cieplnego dla analizowanej konstrukcji wynosiła  $q=3,872\text{ W/m}^2$ , natomiast współczynnik przenikania ciepła  $U=3,872\text{ m}^2\cdot\text{K/W}$ . Dla porównania ze sobą wartości temperatur (rzeczywistych i teoretycznych) w odpowiadających sobie punktach określono procentowo różnicę  $\varepsilon$  %. Maksymalna różnica porównywanych danych wystąpiła w punkcie pomiarowym 1\_3 (3) i wynosiła 17,7 %.

## 7. Wnioski

W pracy przedstawiono metody teoretycznego i doświadczalnego określania rozkładu temperatur w konstrukcji drogowej rozumianej jako układ „płyta wielowarstwowa - nasyp -

podłoże gruntowe". Wyniki obliczeń rozkładu temperatury w konstrukcji drogowej porównując z wartościami pomierzonymi w rzeczywistych warunkach eksploatacyjnych pokazują, iż przyjęte założenie dla przeanalizowanego przypadku jest słuszne. To oznacza, że nawierzchnia jezdni może być dostateczną izolacją cieplną dla płytszego posadowienia urządzeń infrastruktury drogowej, dla stosowanych w Polsce rozwiązań zgodnych z katalogiem typowych konstrukcji podatnych i półsztywnych.

Prawidłowość przyjętych założeń zweryfikowana zostanie poprzez kontynuację zarówno teoretycznych (również numerycznych), jak i doświadczalnych analiz wymiany ciepła w konstrukcji drogowej. Na podstawie przeprowadzonych badań numerycznych możliwe będzie również właściwe określenie konstrukcji pod względem grubości oraz doboru materiału w celu uzyskania żądanej izolacji cieplnej.

## LITERATURA

1. Aliawdin P., Marcinowski J., Wilk P.: Theoretical and experimental analysis of heat transfer in the layers of road pavement, Civil and environmental engineering reports No. 1, 2005, p. 7-18.
2. Peck L., Jordan R., Koenig G.: SNTHERM-RT Predictions of Pavement Temperature, U.S. Army Engineer Research and Development Center Cold Regions, Research and Engineering Laboratory (CRREL), London 2002.
3. Mieczkowski P.: Model fizyczny obliczania temperatury górnej warstwy nawierzchni asfaltowej. Drogownictwo 8, 2001, s. 230-235.
4. Samarski A. A., Vabischevich P.N.: Computational Heat Transfer, vol. 1 - Mathematical Modelling, vol. 2 - The Finite Difference Methodology, Wiley, 1995.
5. Zienkiewicz O.C., Taylor R. L.: The finite element method. Ed. 5. Vol. 1: The basis; Vol. 2: Solid mechanics; Vol. 3: Fluid dynamics, Butterworth-Heinemann, Oxford 2000.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Jerzy Pogorzelski