Marek KWAŚNIEWSKI

Katedra Geomechaniki, Budownictwa Podziemnego i Zarządzania Ochroną Powierzchni Politechnika Śląska

WYTRZYMAŁOŚĆ SKAŁY W WARUNKACH TRÓJOSIOWEGO ŚCISKANIA

Streszczenie. W artykule przedstawione są wyniki najnowszych badań nad wytrzymałością skał w warunkach osiowo symetrycznego i asymetrycznego (prawdziwie trójosiowego) stanu naprężeń ściskających. Na próbkach pewnego piaskowca zbadano wpływ nie tylko ciśnienia okólnego, ale i – oddzielnie – najmniejszego i pośredniego naprężenia głównego na wytrzymałość skały. Dane empiryczne aproksymowano uogólnionym przez Mogiego warunkiem stanu granicznego Hubera-Misesa-Hencky'ego. Zgodnie z tym warunkiem graniczne styczne naprężenie oktaedryczne (${}^{F}\tau_{oct}$) jest funkcją rosnącą średniego naprężenia głównego ($\sigma_{m,2}$), gdzie $\sigma_{m,2}=(\sigma_1+\sigma_3)/2$.

STRENGTH OF ROCK UNDER TRIAXIAL COMPRESSION CONDITIONS

Summary. Results of recent experimental studies on the strength of rocks under axisymmetric and asymmetric (true triaxial) state of compressive stresses are presented in the paper. Using samples of a certain sandstone, the effect of not only confining pressure but also, independently, minimum and intermediate principal stress was determined. Empirical data were approximated using the Huber-Mises-Hencky failure criterion generalised by Mogi for brittle rocks. According to this criterion, the limiting octahedral shear stress ($^{F}\tau_{oct}$) is a monotonically increasing function of a mean normal stress ($\sigma_{m,2}$), where $\sigma_{m,2}=(\sigma_{1}+\sigma_{3})/2$.

1. Wprowadzenie

Wiedza o właściwościach wytrzymałościowych skał w warunkach trójosiowego stanu naprężeń ściskających wywodzi się głównie z prowadzonych na walcowych próbkach skalnych testach na tzw. konwencjonalne trójosiowe ściskanie (zob. Sheorey, 1997; Kwaśniewski, 2002; Paterson i Wong, 2005; Mogi, 2006). W pierwszym stadium takiego testu próbka poddawana jest w tzw. komorze trójosiowej działaniu ciśnienia hydrostatycznego cieczy, w wyniku czego generowany jest w próbce tzw. hydrostatyczny stan naprężenia ($\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3=p$). W stadium drugim ciśnienie okólne w komorze utrzymywane jest na stałym poziomie (p=const), a próbka obciążana jest dodatkowo, aż do przekroczenia nośności granicznej, w kierunku pionowym; w ten sposób generowany jest w niej osiowo symetryczny stan naprężeń ściskających $\sigma_1>\sigma_2=\sigma_3=p$ (rys. 1). Znacznie rzadziej wykonywane są testy na tzw. redukowane trójosiowe ściskanie (RTC), podczas których w stadium drugim utrzymywane jest stałe obciążenie pionowe (a więc i σ_1 =const), natomiast zmniejszane jest ciśnienie okólne. W próbkach poddanych takim testom, podobnie jak w przypadku prób na konwencjonalne trójosiowe ściskanie (CTC), generowany jest osiowo symetryczny stan naprężeń ściskających σ_1 > σ_2 = σ_3 =p (rys. 1).

Na podstawie wyników prób CTC i RTC można ocenić wpływ jedynie ciśnienia okólnego na zachowanie się skał przy ściskaniu; celem dokonania oceny wpływu, oddzielnie, pośredniego (σ_2) i najmniejszego (σ_3) naprężenia głównego niezbędne jest wytworzenie w próbkach skalnych prawdziwie trójosiowego (asymetrycznego) stanu naprężenia ($\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$).



- Rys. 1. Ścieżki naprężenia w płaszczyźnie trójosiowej (σ₂=σ₃) dla prób trójosiowych, dla których właściwy jest osiowo symetryczny stan naprężeń ściskających σ₁>σ₂=σ₃: CTC – próba na konwencjonalne trójosiowe ściskanie i RTC - próba na redukowane trójosiowe ściskanie
- Fig. 1. Stress paths in triaxial plane ($\sigma_2=\sigma_3$) corresponding to the triaxial tests characterised by an axisymmetric state of compressive stresses $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$: CTC conventional triaxial compression test and RTC reduced triaxial compression test

Do poznania zachowania się skał w warunkach prawdziwie trójosiowego stanu naprężeń ściskających przyczyniły się przede wszystkim badania wykonane przez Mogiego z Instytutu Trzęsień Ziemi Uniwersytetu Tokijskiego (Mogi, 1971a-1972b, 1977), Takahashiego i Koidego z Japońskiego Instytutu Geologicznego w Tsukubie (Takahashi, 1984; Takahashi i Koide, 1989) oraz Haimsona i Changa z Uniwersytetu Wisconsin w Madison, USA (Chang i Haimson, 2000; Haimson i Chang, 2000). Były to badania, których podstawowym celem było wykrycie wpływu wielkości pośredniego naprężenia głównego na wytrzymałościowe i odkształceniowe własności skał izo- i quasi-izotropowych. Mogi i Kwaśniewski badali ponadto wpływ wielkości i orientacji pośredniego naprężenia głównego względem płaszczyzn osłabienia (zmniejszonej spójności) na wytrzymałość oraz charakter odkształcania się i makropękania skał anizotropowych (Mogi i in., 1978; Kwaśniewski i Mogi, 1990, 1996,

2000). Wszystkie te badania zostały przeprowadzone za pomocą aparatów trójosiowych, w których próbki prostopadłościenne – zgodnie z pomysłem Mogiego – obciążane są w kierunkach naprężenia największego (σ_1) i pośredniego (σ_2) za pomocą tłoków, a trzecia, najmniejsza składowa trójosiowego stanu naprężenia (σ_3) wywoływana jest w nich ciśnieniem oleju (rys. 2). Szczegółowy przegląd, omówienie i podsumowanie wyników tamtych badań można znaleźć w rozprawie Kwaśniewskiego (2002) i książce Mogiego (2006).



Rys. 2. Ścieżka naprężenia w próbie na prawdziwe trójosiowe ściskanie (TTC) Fig. 2. Stress path in true triaxial compression (TTC) test

W tym artykule przedstawione zostaną wyniki najnowszych badań, przeprowadzonych ostatnio w ramach międzynarodowego, polsko-japońskiego projektu badawczego pt. "Study of the dilatant behaviour of rocks under general triaxial compression conditions". Celem tego projektu, wykonanego wspólnie przez Laboratorium Mechaniki Skał Politechniki Śląskiej i Laboratorium Odkształceń Skał w Narodowym Instytucie Zaawansowanych Nauk Przemysłowych i Techniki (AIST) w Tsukubie, było określenie wpływu ciśnienia okólnego (p), pośredniego naprężenia głównego (σ_2) i najmniejszego naprężenia głównego (σ_3) na właściwości odkształceniowe i wytrzymałościowe okruchowych skał osadowych. Przedmiotem szczególnego zainteresowania był wpływ p, σ_2 i σ_3 na odkształcenia objętościowe i efekt dylatancji w tych skałach.

2. Program, technika i metodyka badań

Badania przeprowadzono na próbkach czterech różnych odmian piaskowców karbońskich z górotworu Górnośląskiego Zagłębia Węglowego. Poddano je próbom na jednoosiowe ściskanie ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3 = 0$), próbom na konwencjonalne trójosiowe ściskanie ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3 = p > 0$) i próbom na tzw. prawdziwe trójosiowe ściskanie ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 > 0$). Badania na konwencjonalne trójosiowe ściskanie przeprowadzono przy ciśnieniach okólnych (p) równych 12,5, 25,0, 37,5,

50,0 i 62,5 MPa. Badania na prawdziwe trójosiowe ściskanie, zmierzające do wykrycia wpływu pośredniego naprężenia głównego na właściwości zachowania się piaskowców, wykonano przy najmniejszym naprężeniu głównym (σ_3) równym 25,0 MPa i naprężeniu σ_2 1,5, 2 i 2,5 razy większym od σ_3 . Eksperymenty, których celem było wykrycie wpływu najmniejszego naprężenia głównego na zachowanie się piaskowców w warunkach trójosiowego ściskania, wykonano przy pośrednim naprężeniu głównym (σ_2) równym 62,5 MPa i naprężeniu σ_3 równym 0,4 σ_2 , 0,6 σ_2 i 0,8 σ_2 .

Doświadczenia przeprowadzono na próbkach w kształcie prostopadłościanów o wymiarach 35 mm × 35 mm × 70 mm, które obciążano i odciążano ze stałą, równą 1,0·10⁻³ mm/s, prędkością przemieszczeń pionowego tłoka maszyny wytrzyma-łościowej (tego generującego w próbce największe naprężenie główne). Podczas testów mierzono i rejestrowano liniowe odkształcenia podłużne (ε_1) i poprzeczne (ε_2 i ε_3) próbek; znając wartości tych odkształceń, obliczano następnie odkształcenia objętościowe (ε_V).

Testy trójosiowe przeprowadzono za pomocą serwosterowanego aparatu trójosiowego zbudowanego na przełomie lat 70. i 80. XX w. przez H. Koidego i następnie nieco zmodyfikowanego przez M. Takahashiego. Na urządzenie to, pokazane i objaśnione na rysunku 3, składa się komora wysokociśnieniowa, rama z siłownikami zadającymi obciążenie na próbkę w kierunku 1 (σ_1) i kierunku 2 (σ_2), układ sterowania pracą siłowników hydraulicznych i pompy wysokociśnieniowej, aparatura pomiarowa i komputerowy system akwizycji danych pomiarowych.

W komorze trójosiowej próbka obciążana jest w kierunku pionowym, tj. kierunku największego naprężenia głównego (σ_1) i w jednym z kierunków poziomych (kierunku pośredniego naprężenia głównego (σ_2)) przez tłoki napędzane serwosterowanymi pompami hydraulicznymi. Trzecia, najmniejsza, składowa trójosiowego stanu naprężenia (σ_3) wywoływana jest w próbce ciśnieniem oleju (rys. 2).



- Rys. 3. Schemat aparatu Koidego i Takahashiego do badania prostopadłościennych próbek skalnych na prawdziwe trójosiowe ściskanie: 1 - nieruchoma górna i dolna płyta aparatu, 2 - agregat zasilania hydraulicznego, 3 - układ sterujący, 4 - komora wysokociśnieniowa, 5 - siłomierze elektrooporowe do pomiaru sił działających w kierunku 1 (σ_1) i kierunku 2 (σ_2), 6 - tłoki wywierające obciążenie na próbkę w kierunku 1 (σ_1) i kierunku 2 (σ_2), 7 - serwozawory, 8 przetworniki służące do pomiaru odkształceń próbki w kierunku 1 i 2, 9 - stalowa podkładka boczna próbki (kierunek 2), 10 - stalowa podkładka dolna próbki (kierunek 1), 11 doprowadzenie wody porowej, 12 - odprowadzenie wody porowej, 13 - próbka skalna (Takahashi, 1984; Takahashi i Koide, 1989)
- Fig.3. Schematic diagram of Koide and Takahashi's apparatus for testing rectangular prismatic rock samples under true triaxial compression conditions (Takahashi, 1984; Takahashi and Koide, 1989)

Obciążenie pionowe oraz obciążenie poziome wywołujące w próbce naprężenie pośrednie (σ_2) przekazywane jest na próbkę przez prostopadłościenne podkładki stalowe. Celem wyeliminowania tarcia pomiędzy każdą z podkładek a próbkę wprowadza się wkładkę z cienkiej (0,05 mm) folii teflonowej. Aby zapobiec penetracji teflonu do skały przy dużych obciążeniach, ścianki próbki zabezpiecza się płatkiem cienkiej (0,05 mm) folii miedzianej.

259

Podkładki górna i dolna oraz podkładki boczne zaopatrzone są w gniazda, w których osadza się blaszkowe przetworniki tensometryczne do pomiaru odkształceń podłużnych (ε_1) i odkształceń poprzecznych w kierunku 2 (ε_2).

Ścianki próbki wystawione na działanie ciśnienia okólnego oleju oraz wszystkie odsłonięte miejsca na próbce pokrywa się kilkumilimetrową warstwą gumy silikonowej. Nanoszona na próbkę jako miękka pasta, dająca się łatwo formować, twardnieje z upływem czasu, tworząc po trzech dniach szczelną osłonkę chroniącą przed penetracją cieczy. Wcześniej, do ścianek tych przyklejane są gniazda, w których osadza się końce przetwornika tensometrycznego do pomiaru odkształceń poprzecznych w kierunku 3 (ε₃).

Wykonując próby na prawdziwe trójosiowe ściskanie, w pierwszej kolejności poddawano próbkę w komorze ciśnieniowej aparatu trójosiowego działaniu ciśnienia oleju (p), które wywoływało w próbce tzw. hydrostatyczny stan naprężenia $\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3=p$. Następnie zwiększano jednocześnie obciążenie w kierunku 1 i obciążenie w kierunku 2, tak by wywołać w próbce naprężenie σ_2 o żądanej wartości (przy czym $\sigma_2=\sigma_1>\sigma_3$). W końcu zwiększano obciążenie pionowe (kierunek 1), i tym samym, największe naprężenie główne (σ_1) (zob. rys. 2).

W wyniku przeprowadzonych eksperymentów oznaczono próg dylatancji bezwzględnej, granicę wytrzymałości oraz naprężenie uskokowania (naprężenie, przy którym dochodziło do makropekniecia skały w stadium pokrytycznym) i określono zależność tych charakterystycznych poziomów napreżenia. i odpowiadających odkształceń im objętościowych, od ciśnienia okólnego, od pośredniego naprężenia głównego i od najmniejszego naprężenia głównego. Określono zależność trwałych odkształceń objętościowych skały od wielkości naprężenia dewiatorowego (σ_1 - σ_3), do którego obciążano próbkę w stadium przedkrytycznym. Zbadano szczegółowo, jak ciśnienie okólne, pośrednie naprężenie główne i najmniejsze naprężenie główne wpływają na charakter odkształcania się i zniszczenia piaskowców, w tym na ich ciągliwość oraz spadki naprężenia i efekty akustyczne towarzyszace makropękaniu. Na tej podstawie stworzony został pełny obraz zachowania się skały w trójosiowym, osiowo symetrycznym i asymetrycznym, polu naprężeń ściskających.

3. Omówienie wyników

W artykule tym przedstawione zostaną jedynie wyniki badań nad właściwościami wytrzymałościowymi drobnoziarnistego piaskowca *Rozbark* (arenitu kwarcowego o wytrzymałości na jednoosiowe ściskanie $\sigma_C \approx 146$ MPa) w warunkach trójosiowego ściskania.

Jak pokazano na rysunku 4, graniczne największe naprężenie główne (${}^{F}\sigma_{1}$) silnie rośnie ze wzrostem ciśnienia okólnego (p= $\sigma_{2}=\sigma_{3}$). Przy ciśnieniu okólnym równym 62,5 MPa

naprężenie to było około 2,8 razy większe od σ_c . Zależność ${}^F\sigma_1=f(p)$ dobrze opisuje empiryczny warunek wytrzymałościowy Hoeka i Browna:

$$F_{\sigma_1} = \sigma_3 + \sqrt{m\sigma_C\sigma_3 + \sigma_C^2} \tag{1}$$

gdzie $\sigma_3=\sigma_2=p$, a *m* jest stałą empiryczną charakteryzującą tempo wzrostu ${}^{F}\sigma_1$ ze wzrostem ciśnienia okólnego. Dla badanego piaskowca wartość tej stałej wynosi 10,5.





Fig. 4. Results of experimental studies on the strength of Rozbark sandstone under conventional triaxial compression conditions fitted using the Hoek and Brown failure criterion

Wpływ pośredniego naprężenia głównego (σ_2) na wytrzymałość piaskowca *Rozbark*, aczkolwiek wyraźny i istotny, jest jednak znacznie słabszy od wpływu ciśnienia okólnego. Przy najmniejszym naprężeniu głównym (σ_3) równym 25 MPa, graniczne największe naprężenie główne (^F σ_1) odpowiadające naprężeniu pośredniemu (σ_2) równemu 62,5 MPa było tylko o ok. 19% większe od tego odpowiadającego $\sigma_2 = 25$ MPa (rys. 5A).

Zaobserwowano przy tym, podobnie jak Mogi w swoich pionierskich badaniach przeprowadzonych w latach 70. XX w. na próbkach dolomitu, wapienia, marmuru, andezytu, granitu, monzonitu i trachitu (Mogi, 1971a-1972b; 1977), że tempo narastania wytrzymałości skały ze wzrostem pośredniego naprężenia głównego stopniowo zmniejsza się (słabnie).

Przeprowadzone na próbkach drobnoziarnistego piaskowca Rozbark badania nad wpływem najmniejszego naprężenia głównego na własności wytrzymałościowe skał pokazały, że naprężenie to odgrywa podobną rolę jak naprężenie pośrednie (zob. rys. 5). Tempo wzrostu wytrzymałości ze wzrostem σ_3 było jednak nieco większe od tego zaobserwowanego przy zwiększaniu σ_2 . Okazało się, że przy pośrednim naprężeniu głównym równym 62,5 MPa, graniczne największe naprężenie główne (^F σ_1) odpowiadające naprężeniu najmniejszemu (σ_3) równemu 62,5 MPa było o blisko 28% większe od tego odpowiadającego $\sigma_3 = 25$ MPa (rys. 5B).



Rys. 5. Wpływ ciśnienia okólnego (\circ) oraz pośredniego naprężenia głównego (+) przy naprężeniu najmniejszym $\sigma_3 = 25$ MPa (A) i najmniejszego naprężenia głównego (+) przy naprężeniu pośrednim $\sigma_2 = 62,5$ MPa (B) na graniczne największe naprężenie główne

Fig. 5. Effect of confining pressure (\circ) and intermediate principal stress (+) at $\sigma_3 = 25$ MPa (A) and minimum principal stress (+) at $\sigma_2 = 62.5$ MPa (B) on maximum principal stress at failure

Okazało się ponadto, że wyniki wszystkich badań eksperymentalnych nad wytrzymałością w warunkach trójosiowego stanu naprężeń ściskających można doskonale opisać za pomocą warunku wytrzymałościowego

$${}^{F}T_{\text{oct}} = A \left[\frac{{}^{F} (\sigma_{1} + \sigma_{3})}{2} \right]^{n}, \qquad (2)$$

który w postaci

$$r_{\rm oct} = f(\sigma_1 + \sigma_3), \tag{3}$$

został zaproponowany, jako tzw. uogólniony warunek wytrzymałościowy Misesa, przez Mogiego (1971a, b). W równaniach powyższych τ_{oct} jest stycznym naprężeniem oktaedrycznym:

$$T_{\rm oct} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}, \qquad (4)$$

f oznacza funkcję monotonicznie rosnącą, $\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$ jest naprężeniem średnim, a A i n są pewnymi stałymi empirycznymi. Dla badanego piaskowca stałe te przyjmują wartości równe, odpowiednio, 2,879 i 0,740.



- Rys. 6. Wyniki badań nad wytrzymałością piaskowca Rozbark w warunkach jednoosiowego, konwencjonalnego trójosiowego i prawdziwego trójosiowego ściskania, przedstawione w formie zależności pomiędzy granicznym stycznym naprężeniem oktaedrycznym a naprężeniem średnim i aproksymowane warunkiem wytrzymałościowym Mogiego
- Fig. 6. Results of experimental studies on the ultimate strength of Rozbark sandstone under uniaxial compression, conventional triaxial compression and true triaxial compression conditions plotted as the octahedral shear stress versus mean normal stress at failure and fitted using Mogi's failure criterion

Należy podkreślić dwie istotne właściwości funkcji (2): (i) zarówno dobrze aproksymuje ona wyniki badań w osiowo symetrycznym, jak i asymetrycznym stanie naprężenia, (ii) w przypadku testów prawdziwie trójosiowych jest przydatna dla warunków, gdy przy danym najmniejszym naprężeniu głównym (σ_3) wartości naprężenia pośredniego (σ_2) są różne, jak i dla warunków, gdy wartości naprężenia σ_3 są różne przy tej samej wartości σ_2 (rys. 6). Z pierwszej obserwacji wyprowadzić można wniosek, że empiryczny warunek wytrzymałościowy Mogiego (inaczej – uogólniony przez Mogiego warunek stanu granicznego Hubera-Misesa-Hencky'ego) można stosować do oceny wytężenia materiału skalnego w prawdziwie trójosiowym (asymetrycznym) stanie naprężenia także wtedy, gdy wartości występujących w nim stałych materiałowych są oznaczone na podstawie wyników testów na, jedynie, konwencjonalne trójosiowe ściskanie. Należy również zwrócić uwagę, że w stanowiącym o wytrzymałości skały naprężeniu średnim, tym występującym w warunku (2), pomija się pośrednie naprężenie główne. Jak pokazał Mogi w pracach wspomnianych powyżej, jest to uzasadnione szczególnymi właściwościami mechanizmu kruchego odkształcania się i pękania skał izotropowych. W warunkach prawdziwie trójosiowego ściskania próbki tych skał doznają zwykle makropęknięcia ścięciowego w płaszczyźnie zorientowanej równolegle względem kierunku naprężenia pośredniego. Tym samym to naprężenie wydaje się być bez wpływu na zależność granicznego stycznego naprężenia oktaedrycznego od naprężenia średniego.

4. Wnioski końcowe

Badania eksperymentalne przeprowadzone na próbkach drobnoziarnistego, quasiizotropowego piaskowca *Rozbark* zaowocowały odkryciem, że najmniejsze naprężenie główne ma nieco większy wpływ na wytrzymałość skały niż naprężenie pośrednie. Efekt ten wydaje się zrozumiały, jeśli weźmie się pod uwagę, że to w warunkach tzw. konwencjonalnego trójosiowego ściskania, gdy w próbkach generowany jest osiowo symetryczny stan naprężenia ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3 = p$), tempo wzrostu wytrzymałości ze wzrostem ciśnienia okólnego (p) jest największe. Tak więc gdy w próbach prawdziwie trójosiowych zwiększanie najmniejszego naprężenia głównego (σ_3) przy stałym naprężeniu pośrednim (σ_2) sprawia, że asymetryczny stan naprężenia zbliża się do osiowo symetrycznego, sprzyja to większemu (szybszemu) wzrostowi wytrzymałości ze wzrostem σ_3 . Zwiększanie σ_2 przy stałym σ_3 sprawia natomiast, że stan naprężenia odbiega coraz dalej od osiowosymetrycznego (rośnie naprężenie dewiatorowe (σ_2 - σ_3)), co skutkuje słabszym wzrostem wytrzymałości.

Szczegółowe dane liczbowe pochodzące z badań eksperymentalnych nad wytrzymałością piaskowca *Rozbark* w warunkach trójosiowego ściskania zamieszczone zostały w pracy przedstawionej niedawno na 4. Azjatyckim Sympozjum Mechaniki Skał w Singapurze (Kwaśniewski i Takahashi, 2006).

Literatura

- Chang C., Haimson B.: True triaxial strength and deformability of the German Continental Deep Drilling Program (KTB) deep hole amphibolite. "Journal of Geophysical Research" 2000, Vol. 105, No. B8, p. 18,999-19,013.
- Haimson B.C., Chang C.: A new true triaxial cell for testing mechanical properties of rock, and its use to determine rock strength and deformability of Westerly granite. "International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences" 2000, Vol. 37, p. 285-296.

Wytrzymałość skały w warunkach trójosiowego ściskania

- 3. Kwaśniewski M.: Zachowanie się skał izo- i anizotropowych w warunkach trójosiowego ściskania. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, ser. Górnictwo, z. 247, Gliwice 2002.
- Kwaśniewski M., Mogi K.: Effect of the intermediate principal stress on the failure of a foliated anisotropic rock. In "Mechanics of Jointed and Faulted Rock", edited by H.-P. Rossmanith, Balkema, Rotterdam 1990, 407-416.
- Kwaśniewski M., Mogi K.: Faulting of a foliated rock in a general triaxial field of compressive stresses. In "Tectonophysics of Mining Areas", edited by A. Idziak, p. 209-232. Prace Naukowe Uniwersytetu Śląskiego, 1996, nr 1602.
- Kwaśniewski M., Mogi K.: Faulting in an anisotropic, schistose rock under general triaxial compression. In "Pacific Rocks 2000 – Proceedings of the Fourth North American Rock Mechanics Symposium", edited by J. Girard *et al.*, Balkema, Rotterdam 2000, 737 -746.
- Kwaśniewski M., Takahashi M.: Behavior of a sandstone under axi- and asymmetric compressive stress conditions. In "Rock Mechanics in Underground Construction", edited by C. F. Leung and Y. X. Zhou. World Scientific Co. Pte. Ltd., Singapore 2006.
- 8. Mogi K.: Effect of the triaxial stress system on the failure of dolomite and limestone. "Tectonophysics" 1971a, Vol. 11, p. 111-127.
- 9. Mogi K.: Fracture and flow of rocks under high triaxial compression. "Journal of Geophysical Research" 1971b, Vol. 76, p. 1255-1269.
- 10. Mogi K .: Fracture and flow of rocks. "Tectonophysics" 1972a, Vol. 13, p. 541-567.
- 11. Mogi K.: Effect of the triaxial stress system on fracture and flow of rocks. "Physics of Earth and Planetary Interiors" 1972b, Vol. 5, p. 318-324.
- Mogi K.: Dilatancy of rocks under general triaxial stress states with special reference to earthquake precursors. "Journal of Physics of the Earth" 1977, Vol. 25, Suppl., p. S 203-S 217.
- 13. Mogi K .: Experimental Rock Mechanics. Taylor & Francis/Balkema, Leiden 2006.
- Mogi K., Kwaśniewski M., Mochizuki H.: Fracture of anisotropic rocks under general triaxial compression. "Bulletin of the Seismological Society of Japan" 1978, No. 1, D40, p. 225 (in Japanese).
- Paterson M. S., Wong T.-f.: Experimental Rock Deformation The Brittle Field. Springer-Verlag, Berlin and Heidelberg 2005.
- 16. Sheorey P. R.: Empirical Rock Failure Criteria. Balkema, Rotterdam 1997.
- 17. Takahashi M.: Fundamental Study of Mechanical Characteristics of Rocks under Combined Stress Conditions. Doctoral Thesis, Hokkaido University, Sapporo 1984.

 Takahashi M., Koide H.: Effect of the intermediate principal stress on strength and deformational behavior of sedimentary rocks at the depth shallower than 2000 m. In "Rock at Great Depth", edited by V. Maury and D. Fourmaintraux, Vol. 1, Balkema, Rotterdam 1989, 19-26.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Zbigniew Lechowicz