ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2007
Seria: BUDOWNICTWO z. 111 Nr kol. 1756

Anna SIEMIŃSKA-LEWANDOWSKA, Monika MITEW-CZAJEWSKA
Instytut Dróg i Mostów
Politechnika Warszawska

METODA ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH W ANALIZIE STATYCZNEJ GŁĘBOKICH WYKOPÓW

Streszczenie. W artykule opisano dwa przykłady analizy ścian szczelinowych - kotwionych i rozpartych stropami podziemnych kondygnacji. Stosując idealnie sprężysto - plastyczny model gruntu z warunkiem plastyczności Coulomba-Mohra, wyznaczono teoretyczne wartości przemieszczeń poziomych obudowy wykopu i porównano je z wynikami pomiarów geodezyjnych i inklinometrycznych. Przeprowadzono analizę wsteczną oraz analizę wrażliwości modelu na jego parametry wiodące.

STATIC ANALYSIS OF DEEP EXCAVATIONS USING FINITE ELEMENTS METHOD

Summary. The paper presents two cases of FEM analysis of diaphragm walls with consideration of Coulomb-Mohr elastic perfectly plastic soil model. Back analysis as well as sensitivity analysis has been performed and the results are presented.

1. Wstęp

Analiza statyczna ścian głębokich wykopów oraz wyznaczanie ich przemieszczeń wymaga zastosowania zaawansowanego narzędzia obliczeniowego, jakim jest metoda elementów skończonych. Wybór adekwatnego modelu konstytutywnego gruntu i wyznaczenie parametrów modelu są niezwykle istotne i mają wpływ na końcowe wyniki analizy oraz aspekty ekonomiczne budowy. Literatura przedmiotu jest obszerna, a jej fundamentalne pozycje stanowią prace prof. dr. hab. inż. Maciej Gryczmańskiego. Z publikacji tych korzysta szerokie grono zarówno badaczy, jak i praktyków. Najważniejsze z nich to: *Wprowadzenie do opisu sprężysto-plastycznych modeli gruntów,* Wyd., KILiW PAN, IPPT PAN Studia z zakresu inżynierii; *O kalibrowaniu modeli konstytutywnych,* Konferencja Środowiskowa Sekcji MGSiF, KILiW PAN; *Analytical and numerical subsoil models for soil – foundation interaction problems,* Studia Geotechnica et Mechanica. W niniejszym artykule przedstawiono wyniki dwóch prac, w których do analizy statycznej

ściany szczelinowej stanowiącej obudowę głębokiego wykopu zastosowano MES i sprężysto idealnie plastyczny model gruntu z warunkiem plastyczności Coulomba-Mohra. Z osobą Profesora Gryczmańskiego łączy je fakt, że był recenzentem obydwu rozpraw: habilitacyjnej i doktorskiej.

2. Analiza statyczna kotwionej ściany szczelinowej

Ściana szczelinowa o grubości 80 cm i 20,7 m głębokości stanowiła obudowę wykopu o głębokości 14,60 m i szerokości 20 m. Stateczność ściany zapewniały dwa poziomy kotew iniekcyjnych i jeden rząd rozpór. Roboty ziemne do rzędnej docelowej dna wykopu obejmowały 9 faz wykonawczych z kolejnym wierceniem i sprężaniem kotew o nośności 500 i 600 kN oraz zakładaniem rozpór. Analizowany obiekt posadowiono w osadach trzeciorzędowych plioceńskich, silnie zaburzonych glacitektonicznie. Były to głównie utwory spoiste (iły, gliny pylaste), zawierające cienkie warstwy nawodnionych piasków pylastych i drobnych. Podczas głębienia prowadzono pomiary osiadań i przemieszczeń poziomych ścian szczelinowych w 9 przekrojach pionowych na głębokościach 1m (punkt X01), 3,8 m (punkt X02), 8 m (X03) i 13,5 m (punkt X04) oraz przemieszczeń powierzchni terenu i unoszenia dna wykopu ocenione na podstawie pomiarów wykonanych na reperach wgłębnych.

Celem badań była analiza porównawcza rzeczywistych i teoretycznych wartości przemieszczeń ściany i terenu. Na jej podstawie przeprowadzono kalibrację przyjętego w rozważaniach modelu gruntu oraz metodą uproszczonej analizy wstecznej podjęto próbę ustalenia wartości modułu odkształcenia iłów plioceńskich. Harmonogram pomiarów dostosowano do kolejnych faz głębienia wykopu, zakładania kotwi lub rozpór oraz wznoszenia konstrukcji.

Według Gryczmańskiego [1] parametry modelu dla danego gruntu nie są nigdy stricte stałe, lecz zależą od historii naprężenia lub odkształcenia, a zależność ta ma naturę losową. Szczegółowa postać kryterium zależy od procedury kalibrowania i definicji zmiennych stanu w niej występujących. W przypadku modeli konstytutywnych wiążących bieżące stany naprężenia efektywnego i odkształcenia, funkcje regresji $\varepsilon_v, \varepsilon_s, \varepsilon_\vartheta$ dane są w postaci analitycznej. Wartości ε_{vi} , ε_{si} , $\varepsilon_{\theta i}$ uzyskuje się rozwiązując kolejnymi krokami równania kalibrowanego modelu, określanego przez daną ścieżkę naprężenia. Kryterium to Gryczmański [1] zapisuje w postaci:

$$J_\varepsilon = \sum_{i=1}^{N} [C_{vi}(\hat{\varepsilon}_{vi} - \varepsilon_{vi})^2 + C_{si}(\hat{\varepsilon}_{si} - \varepsilon_{si})^2 + C_{\vartheta i}(\hat{\varepsilon}_{\vartheta i} - \varepsilon_{\vartheta i})^2 = \min \qquad (1)$$

gdzie:

N – liczba pomiarów, $C_{vi}, C_{si}, C_{\vartheta i}$ C_{vi} – współczynniki wagi,

$\hat{\varepsilon}_{xi}, \hat{\varepsilon}_{yi}, \hat{\varepsilon}_{zi}$ – wyniki pomiaru dla $p' = p'_i$, $q = q_i$, $\theta = \theta_i$.

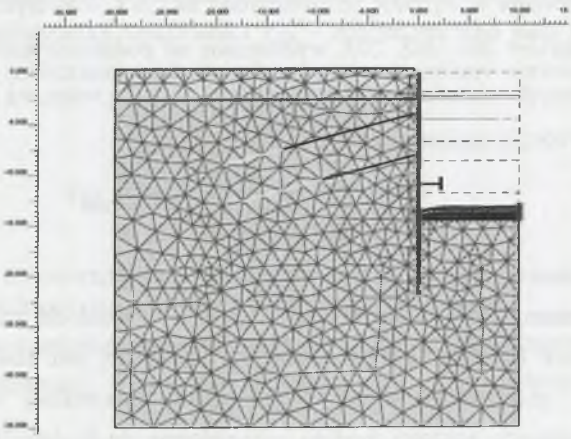
Z uwagi na charakter wyników badań, tzn. reprezentatywne pomiary przemieszczeń poziomych i pionowych ściany szczelinowej w każdej fazie głębienia wykopu, w opisywanej analizie zastosowano metodę uproszczonej analizy wstecznej. Rzeczywistość opisano wartościami przemieszczeń poziomych ściany w wybranym przekroju pomiarowym, jako odpowiedź nie na ścieżkę obciążenia, lecz jedną sytuację stanu naprężeń w gruncie i konstrukcji. Równanie (1) zostało sprowadzone do postaci:

$$J_\varepsilon = \sum_{i=1}^{N} [y_i - \hat{y}_i(E, \nu, \phi, c)]^2 = \min \tag{2}$$

gdzie:

y_i - wyniki pomiarów przemieszczeń poziomych kotwionej ściany szczelinowej w punkcie i,

$\hat{y}_i$ - teoretyczne przemieszczenia poziome ściany punktu i wyznaczone na podstawie kalibrowanego modelu.



Rys. 1. Model kotwionej ściany szczelinowej
Fig. 1. Anchored diaphragm wall - model

Obliczenia wykonano metodą elementów skończonych; zastosowano sprężysto idealnie plastyczny model podłoża gruntowego z warunkiem plastyczności Coulomba-Mohra, bez wzmocnienia izotropowego i kinematycznego. Przy zastosowaniu tego warunku plastyczności $\hat{y}_i$ we wzorze (2) jest funkcją parametrów modelu - E, ν, ϕ, c. Przyjęto założenie o niestowarzyszonym prawie płynięcia. Założono osiową symetrię względem środka wykopu. Wymiary modelowanego obszaru wynosiły 40 x 35 m. Na pionowych krawędziach obszaru przyjęto warunki brzegowe, zakładające możliwość przemieszczeń pionowych (u=0; v≠0), krawędź dolną całkowicie unieruchomiono (u = 0; v = 0). Na styku konstrukcji i gruntu

przewidziano zastosowanie elementów kontaktowych (interfejsów) o zerowej grubości. Parametry przyjęte w odniesieniu do elementów kontaktowych były zgodne z parametrami przylegających do nich gruntów.

Rzeczywistość (y_i – we wzorze 2) była reprezentowana przez przemieszczenia poziome ściany w punkcie i. Jako podstawę do analizy wstecznej przyjęto dane pomiarowe zestawione w tabeli 1, a konkretnie wyniki z jedenastego pomiaru przemieszczeń punktów 201, 202, 203 opisujących pełny obraz odkształceń ściany wykopu.

Tabela 1

Przemieszczenia poziome kotwionej ściany szczelinowej w przekroju II

	Nr Pkt.	Pom. 1	Pom. 2	Pom. 3	Pom. 4	Pom. 5	Pom. 6	Pom. 7	Pom. 8	Pom. 9	Pom. 10	Pom. 11	Pom. 12	Pom. 13	Pom. 14
II	201	0	1	12	5	5	4	10	12	14	14	14	15	16	15
	202	0	0	0	1	-1	0	0	0	-2	-2	7	9	10	13
	203	0	0	0	0	0	1	1	-1	-5	3	5	8	-	-
	204							0	0	0	8	3	-	-	-

Dyskretyzację obszaru w tej fazie przedstawiono na rys.1. Teoretyczne przemieszczenia poziome ściany punktów 201, 202, 203, wyznaczane na podstawie kalibrowanego modelu, obliczano dla zmiennych wartości parametrów gruntu. Analizę wsteczną prowadzono metodą „krok po kroku". Wzór (2) zapisano w równoważnej postaci:

$$J_\varepsilon = \sum_{i=1}^{N} \left| y_i - \hat{y}_i(E,\nu,\phi,c) \right| = \varepsilon = \min$$

Macierz sprężystości izotropowej **D** w równaniach konstytutywnych modelu MC opisana jest dwoma parametrami: E i ν. Wartość współczynnika Poissona dla gruntów zmienia się w przedziale niewielkich wartości i przyjmowana jest najczęściej jako równa 0,3. Dlatego, do analizy wstecznej, przyjęto założenie, że określanie minimalnej wartości J_ε będzie realizowane dla rosnących wartości modułu odkształcenia iłu E_0 (od 24MPa do 280 MPa) oraz kombinacji ϕ (13°,16°,19°) i c (20, 37 kPa). Wartość E_0 = 24MPa została ustalona na podstawie dokumentacji geotechnicznej. Wartość współczynnika K_0, stałą na wysokości ściany, wyznaczono na podstawie wzoru Jaky'ego. Po analizie wstępnej (ε = 0,01) przyjęto założenie, że za miarodajną do szacowania parametrów modelu uznaje się kombinację ϕ, c i E_0, dla której w trzech punktach (201,202,203) $\varepsilon \leq 0{,}01$. Odrzucając wyniki ekstremalne, stwierdzono, że wyznaczona na podstawie analizy wstecznej wartość modułu odkształcenia iłu E_0, przy której spełniony jest warunek $\varepsilon \leq 0{,}01$, wynosi od 85 do 110 MPa. W przypadku parametrów efektywnych wartość ta wynosi 95 MPa, a uogólnionych – 110 MPa. Stosując wartość modułu określoną na podstawie dokumentacji geotechnicznej, tzn. E_0 = 24MPa, uzyskano wartość $\varepsilon \in \langle 0{,}056, 0{,}318 \rangle$. Oznacza to, że teoretyczne przemieszczenia poziome

ściany wyznaczone przy tej wartości modułu odkształcenia znacznie odbiegają od rzeczywistych.

3. Analiza wrażliwości modelu ściany głębokiego wykopu

Analiza wrażliwości jest w dziedzinie geotechniki zagadnieniem stosunkowo nowym. Jej zastosowania należy szukać przede wszystkim przy wyznaczaniu parametrów wejściowych, wywierających największy wpływ na wyniki uzyskiwane w analizach numerycznych. Ich określenie umożliwia redukcję liczby zmiennych parametrów wejściowych, a w konsekwencji znaczne uproszczenie modelu, zmniejszenie liczby cykli obliczeniowych oraz skrócenie czasu obliczeń. W geotechnice wyznaczenie parametrów wiodących odgrywa również ważną rolę przy projektowaniu zakresu badań laboratoryjnych i polowych, umożliwia projektantowi dokonanie właściwego doboru zakresu badań, ze szczególnym naciskiem na parametry znaczące.

Wyróżnia się dwa sposoby określania wrażliwości modelu na parametry wejściowe:

- wyznaczenie współczynnika wrażliwości η_{SR} - zdefiniowanego jako procentowa zmiana wartości wyjściowej (obliczanej wielkości) do procentowej zmiany wartości wejściowej:

$$\eta_{SR} = \frac{\left[\dfrac{f(u_{L,R}) - f(u)}{f(u)}\right] \times 100\%}{\left[\dfrac{u_{L,R} - u}{u}\right] \times 100\%} \tag{3}$$

u – wartość referencyjna zmiennego parametru wejściowego,

$u_{L,R}$ – zmieniona wartość parametru w zakresie lokalnym lub globalnym,

f(u) – wartość zmiennej wyjściowej obliczona przy użyciu referencyjnego parametru wejściowego,

$f(u_{L,R})$ – wartość zmiennej wyjściowej obliczona przy użyciu zmienionego parametru wejściowego w zakresie lokalnym lub globalnym.

- wyznaczenie wyniku wrażliwości η_{SS} – tj. współczynnika wrażliwości η_{SR} pomnożonego przez znormalizowaną miarę zmienności zmiennej wejściowej:

$$\eta_{SS} = \frac{\left[\dfrac{f(u_{L,R}) - f(u)}{f(u)}\right] \times 100\%}{\left[\dfrac{u_{L,R} - u}{u}\right] \times 100\%} \times \frac{\left(\max u_{L,R} - \min u_{L,R}\right)}{u} \tag{4}$$

gdzie dodatkowo:

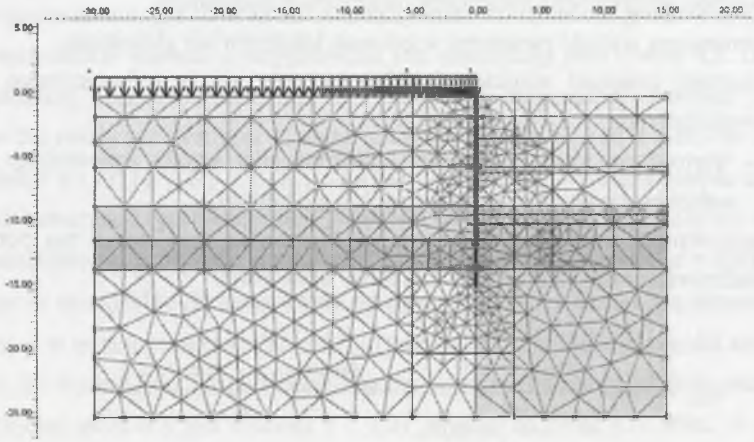
max $u_{L,U}$ – największa możliwa wartość zmiennego parametru,

min $u_{L,U}$ – najmniejsza możliwa wartość zmiennego parametru.

Analizę wrażliwości przeprowadzono na przykładzie ściany szczelinowej, stanowiącej obudowę głębokiego wykopu zrealizowanego w Warszawie [3]. Dane porównawcze stanowią profile rzeczywistych przemieszczeń poziomych ściany szczelinowej. Model numeryczny konstrukcji MES, dla którego, stosując analizę wrażliwości, określono parametry wiodące, przedstawiono na rysunku 2.

Z uwagi na brak niezależnych źródeł do ustalenia przedziałów wartości parametrów c' i φ', a także opierając się na analizie doświadczeń światowych, podjęto decyzję o przeprowadzeniu analizy wrażliwości jedynie w odniesieniu do modułów odkształcenia poszczególnych warstw. Określono przedziały wartości modułów, korzystając z różnorodnych źródeł ich pozyskiwania – norma, literatura, badania itp. Dzięki czemu oceniono sztywność, która z warstw ma największy wpływ na wyniki analizy numerycznej MES. Analizowano zmianę modułu odkształcenia warstw w obrębie wykopu i poniżej jego dna.

Analizę wrażliwości przeprowadzono na 8 zmiennych losowych, których zbiory losowe przedstawiono w tabeli 2. Liczba obliczeń K modelu metody elementów skończonych dla N=8 zmiennych wynosi: K = 4 x 8 + 1 = 33. W odniesieniu do każdego parametru wejściowego określono lokalny i globalny współczynnik wrażliwości η_{SR} oraz lokalny i globalny wynik wrażliwości η_{SS}. Jako wartości parametrów do wyznaczania wyników globalnych przyjęto skrajne wartości zakresu globalnego ze zbiorów losowych, natomiast do wyznaczenia wyników lokalnych – skrajne wartości parametrów „rdzenia" zbioru losowego, tj. części wspólnej zakresów wartości parametrów dwóch źródeł informacji.



Rys. 2. Model MES analizowanej konstrukcji
Fig. 2. FEM model

Wartość referencyjną R parametru określono jako średnią wartość rdzenia zbioru losowego. Wartości zakresów: globalnego i rdzenia oraz wartości referencyjne modułów odkształcenia poszczególnych wydzieleń geotechnicznych przedstawiono w tabeli 2. Na podstawie przeprowadzonych obliczeń wyznaczono około 1000 wartości przemieszczeń teoretycznych ściany w kolejnych fazach obliczeniowych. Przemieszczenia te analizowano następnie w odniesieniu do wartości rzeczywistych przemieszczeń mierzonych na budowie [3].

Tabela 2

Zakresy wartości zmiennych losowych przyjętych do analizy wrażliwości

WYDZIELENIA GEOTECHNICZNE	WARTOSCI LITERATUROWE		WARTOSCI DOŚWIADCZALNE		ZAKRES GLOBALNY	ZAKRES „RDZEŃ"	WARTOŚĆ REFEREN-CYJNA
	NORMA	WIŁUN	BADANIA ARCHI-WALNE	PRESJO-METR			
	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa
WARSTWA II - Pg	32	27,1	50	14,6	14,6-50	27,1-32	29,6
WARSTWA III - Pd	68,8	52,8	75	50,7	50,7-75	52,8-68,8	60,8
WARSTWA IV -Gp	50	43,8	49	47	43,8-50	47-49	48
WARSTWA V - Ił	30	40	26	32,7	26-40	30-32,7	31,4
WARSTWA VI - Ps	110	78,8	100	101,8	78,8-110	100-101,8	101
WARSTWA VA - Ił (pod dnem wykopu)	30	40	26	32,7	26-40	30-32,7	31,4
WARSTWA VIA - Ps (pod dnem wykopu)	110	78,8	100	101,8	78,8-110	100-101,8	101

W analizie określono wrażliwość 4 wielkości wynikowych, tj. przemieszczeń poziomych ściany szczelinowej mierzonych w 4 poziomach, odpowiadających poziomom zainstalowania czujników pomiarowych, na zmiany parametrów wejściowych (modułów odkształcenia gruntów występujących w podłożu). W wyniku przeprowadzonej analizy wrażliwości wyznaczono współczynniki wrażliwości oraz wyniki wrażliwości modelu na parametry wejściowe, tj. moduły odkształcenia poszczególnych warstw gruntowych z wyodrębnieniem warstw zlokalizowanych pod dnem wykopu.

Na podstawie przeprowadzonych analiz stwierdzono, iż zdecydowanie wyższy od pozostałych wynik wrażliwości (ponad 0,4) osiągnął parametr E_{II} – moduł odkształcenia warstwy II – piasku gliniastego. Uwzględniając fakt, że wynik wrażliwości jest wartością względną, zależną od stopnia rozpoznania parametru wejściowego (zakresu wartości), przyjęto wyznaczone wyniki wrażliwości za niemiarodajne. Za miarodajne przyjęto uzyskane współczynniki wrażliwości, jako obraz ogólnego wpływu parametrów wejściowych na model, niezależne od stopnia rozpoznania parametru wejściowego. Wyznaczone w analizie

współczynniki wrażliwości wahają się w granicach 0,07 do 0,18 i nie są tak znacząco zróżnicowane jak wyniki wrażliwości. Najniższy współczynnik wrażliwości osiągnął moduł odkształcenia warstwy V – iłu zarówno w obrębie wykopu, jak i poza nim. Najwyższe współczynniki osiągnęły moduły odkształcenia warstw VI i VIA, występujących w strefie zakotwienia ściany; wyniosły one odpowiednio:

E_{VI} = 0,16 – moduł odkształcenia warstwy VI – piasku średniego poza wykopem,

E_{VIA} = 0,18 - moduł odkształcenia warstwy VIA – piasku średniego w obrębie wykopu.

Jednocześnie, analizując powyższe współczynniki, stwierdzono w obrębie warstwy VI, znajdującej się w strefie zakotwienia ściany, większy wpływ na wartości wynikowe parametru wejściowego gruntu zlokalizowanego wewnątrz wykopu. Potwierdza to doświadczenia światowe w tej dziedzinie.

Literatura

1. Gryczmański M.: O kalibrowaniu modeli konstytutywnych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Budownictwo, Nr 80, Gliwice 1995, 37-52
2. Siemińska-Lewandowska A.: Przemieszczenia kotwionych ścian szczelinowych. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Seria Budownictwo, Zeszyt 138, Warszawa 2001.
3. Mitew-Czajewska M.: Badania doświadczalne i analiza numeryczna przemieszczeń ścian szczelinowych. Politechnika Warszawska, Warszawa 2005.

Recenzent: Dr hab. inż. Jan Gaszyński, prof. Politechniki Krakowskiej