ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1996
Seria: AUTOMATYKA z.117 Nr kol. 1337

Andrzej JASZKIEWICZ
Politechnika Poznańska

SAMOADAPTUJĄCA SIĘ METAHEURYSTYCZNA PROCEDURA DLA WIELOKRYTERIALNYCH PROBLEMÓW KOMBINATORYCZNYCH

Streszczenie. Artykuł prezentuje samoadaptującą się wersję metaheurystycznej procedury Pareto Simulated Annealing (PSA) przeznaczonej do rozwiązywania wielokryterialnych problemów kombinatorycznych. Celem tej procedury jest znalezienie w krótkim czasie próby rozwiązań potencjalnie Pareto-optymalnych będących dobrym przybliżeniem zbioru rozwiązań Pareto-optymalnych. W odróżnieniu od klasycznej, jednokryterialnej metody symulowanego wyżarzania PSA operuje w każdej iteracji próbą (populacją) rozwiązań generujących. Wielkość tej próby jest automatycznie dobierana w trakcie procesu obliczeniowego.

SELF-ADAPTIVE METAHEURISTIC PROCEDURE FOR MULTIPLE OBJECTIVE COMBINATORIAL PROBLEMS

Summary. The paper presents a self-adaptive version of metaheuristic procedure Pareto Simulated Annealing (PSA) for multiple objective combinatorial problems. The goal of the method is to find in a relatively short time a sample of potentially efficient solutions being a good approximation of the set of efficient solutions. The method differs from the classical single objective simulated annealing by the use of a sample (population) of generating solutions at each iteration. The size of the sample is automatically set during the computational process.

1. Wprowadzenie

Wiele rzeczywistych problemów decyzyjnych ma charakter kombinatoryczny, tj. polega na wybraniu jednego rozwiązania ze skończonego, lecz bardzo licznego zbioru dopuszczalnych decyzji. Jednocześnie, w praktycznych sytuacjach, wzięcie pod uwagę tylko jednego kryterium oceny rozwiązań jest często niewystarczające. Konieczne jest zatem uwzględnienie szeregu, zwykle wzajemnie sprzecznych, punktów widzenia opisywanych przez różne funkcje kryterialne. Tego typu sytuacje decyzyjne określa się mianem problemów wielokryterialnej optymalizacji kombinatorycznej (WOK).

Problemy kombinatoryczne są trudne już w wersji jednokryterialnej. Wiąże się to z dużą, często wykładniczą, złożonością obliczeniową dokładnych metod ich rozwiązywania [4]. Uwzględnienie wielu kryteriów wprowadza oczywiście dodatkowy stopień trudności. Dotychczas podjęto kilka prób opracowania metod rozwiązywania problemów WOK [10]. Metody te cechują się jednak ograniczoną efektywnością. Są także z reguły przeznaczone dla

wąskiej podklasy tych problemów. W efekcie liczba zastosowań optymalizacji wielokryterialnej w przypadku problemów kombinatorycznych jest stosunkowo niewielka.

W przypadku jednokryterialnych problemów kombinatorycznych bardzo użyteczne okazały się metody metaheurystyczne typu symulowanego wyżarzania [7], przeszukiwania tabu [5] oraz algorytmy genetyczne [6]. Są to metody uniwersalne, definiujące ogólny schemat procedury optymalizacyjnej, który jest dostosowywany do konkretnego problemu. Jednocześnie, metody te charakteryzują się wysoką efektywnością, tj. pozwalają stosunkowo szybko uzyskać rozwiązania bliskie optymalnym.

W pracy [1] przedstawiono wielokryterialną metodę metaheurystyczną Pareto-SA do rozwiązywania realnych problemów decyzyjnych o charakterze kombinatorycznym. Celem tej procedury jest znalezienie w krótkim czasie próby rozwiązań będącej dobrym przybliżeniem zbioru rozwiązań Pareto-optymalnych. Uzyskane rozwiązania nazywane są *potencjalnie Pareto-optymalnymi*. Procedura ta wykorzystuje koncepcje znane z klasycznej, jednokryterialnej wersji metody symulowanego wyżarzania, takie jak: generowanie nowych rozwiązań z sąsiedztwa aktualnego rozwiązania oraz akceptowanie nowych rozwiązań z pewnym prawdopodobieństwem zależnym od parametru zwanego temperaturą. Metodę PSA wyróżnia operowanie w każdej iteracji próbą rozwiązań, tzw. *rozwiązań generujących*, stosowanie funkcji lokalnie agregujących poszczególne kryteria oraz automatyczne modyfikowanie wag kryteriów w poszczególnych iteracjach. Wagi kryteriów ustawiane są tak, aby zapewnić tendencję do przybliżania się rozwiązań generujących do zbioru rozwiązań Pareto-optymalnych, przy jednoczesnym zapewnieniu dyspersji tych rozwiązań.

Metoda PSA w naturalny sposób pozwala na równoległą implementację. Eksperymenty obliczeniowe (np. [2]) wykazały, że stosowanie próby rozwiązań generujących pozwala na osiągnięcie wyraźnie lepszych wyników także w wypadku implementacji sekwencyjnej, przy odpowiednim doborze wielkości tej próby. Liczba rozwiązań w próbie generującej staje się jednak dodatkowym parametrem podstawowej wersji metody PSA. Niewłaściwy dobór tego parametru, w przypadku implementacji sekwencyjnej, może zniweczyć korzyści związane ze stosowaniem tej metody.

Liczba parametrów metody metaheurystycznej jest istotnym czynnikiem wpływającym na jej praktyczną przydatność. Metoda, bardzo efektywna przy właściwym doborze parametrów, może się okazać praktycznie nieprzydatna, jeżeli trudno jest znaleźć odpowiednie dla danego problemu wartości tych parametrów. Artykuł prezentuje samoadaptującą się wersję metody PSA, która w automatyczny sposób modyfikuje wielkość próby generującej w trakcie procesu obliczeniowego. Liczba parametrów tej wersji metody PSA pozostaje więc taka sama jak liczba parametrów klasycznej, jednokryterialnej metody symulowanego wyżarzania.

Następny rozdział zawiera podstawowe pojęcia i definicje. Kolejny rozdział opisuje podstawową wersję metody PSA. Rozdział czwarty omawia zagadnienia oceny

wielokryterialnych algorytmów heurystycznych. Samoadaptująca się wersja metody PSA jest omówiona w rozdziale piątym.

2. Podstawowe pojęcia i definicje

Ogólny problem WOK można sformułować następująco:

$$\max\{f_j(\mathbf{x})\}, \quad j=1,\dots,J$$

przy ograniczeniach $\mathbf{x} \in D$,

gdzie: *rozwiązanie* $\mathbf{x}=[x_1,\dots,x_L]$ jest wektorem zmiennych decyzyjnych, D jest przeliczalnym zbiorem rozwiązań dopuszczalnych, $f_1,\dots,f_J$ są funkcjami kryterialnymi.

Rozwiązanie $\mathbf{y}$ *dominuje* $\mathbf{x}$ jeżeli $f_j(\mathbf{y}) \geq f_j(\mathbf{x}) \forall_j$ i $f_j(\mathbf{y}) > f_j(\mathbf{x})$ dla co najmniej jednego j [9].

Rozwiązanie $\mathbf{x} \in D$ jest rozwiązaniem *Pareto-optymalnym* (niezdominowanym, efektywnym, sprawnym), jeżeli nie istnieje rozwiązanie $\mathbf{x}' \in D$ dominujące $\mathbf{x}$. Zbiór wszystkich rozwiązań Pareto-optymalnych oznaczany jest przez N. Inne definicje dotyczące Pareto-optymalności znajdują się np. w [11].

3. Metoda PSA

Metoda PSA wykorzystuje pewne koncepcje pochodzące z klasycznych, jednokryterialnych procedur metaheurystycznych: symulowanego wyżarzania [7] i algorytmów genetycznych [6]. Koncepcje te oraz ich źródła wymienione są poniżej:

- symulowane wyżarzanie:
  - idea sąsiedztwa,
  - akceptowanie nowych rozwiązań z pewnym prawdopodobieństwem,
  - zależność prawdopodobieństwa akceptacji od parametru nazywanego temperaturą,
  - schemat zmian temperatury,
- algorytmy genetyczne
  - wykorzystanie próby (populacji) rozwiązań.

Powyższe koncepcje dostosowane są do potrzeb problemów WOK.

Nowe koncepcje wprowadzone w PSA to: wykorzystanie funkcji skalaryzujących lokalnie agregujących wartości poszczególnych kryteriów oraz automatyczne modyfikacje wag kryteriów w każdej iteracji.

W przypadku jednokryterialnej metody symulowanego wyżarzania prawdopodobieństwo akceptacji zależy od wartości pojedynczego kryterium i jest równe jeden, jeśli nowe rozwiązanie ma wartość kryterium nie gorszą od poprzedniego oraz mniejszą od jeden w przeciwnym przypadku. Gdy mamy do czynienia z wieloma kryteriami, podczas porównywania ze sobą aktualnego i nowego rozwiązania, nowe rozwiązanie może:

- dominować lub być równe aktualnemu,
- być zdominowane przez aktualne,
- być niezdominowane w stosunku do aktualnego.

W pierwszym przypadku nowe rozwiązanie może zostać uznane za nie gorsze od aktualnego i zaakceptowane z prawdopodobieństwem równym jeden. W drugim przypadku nowe rozwiązanie może zostać uznane za gorsze od aktualnego i zaakceptowane z prawdopodobieństwem mniejszym od jedności. W [8] oraz [3] zaproponowano kilka lokalnych funkcji skalaryzujących, które są wykorzystywane do wyznaczenia prawdopodobieństwa akceptacji w przypadku wielokryterialnym. Funkcje te w różny sposób traktują trzecią sytuację, kiedy nowe rozwiązanie jest niezdominowane w stosunku do aktualnego. W metodzie PSA wykorzystywana jest następująca funkcja skalaryzująca:

$$s(\mathbf{x},\mathbf{y},\Lambda)=\sum_{j=1}^{J}\lambda_j\left(f_j(\mathbf{y})-f_j(\mathbf{x})\right).$$

Funkcja ta wykorzystywana jest do obliczenia prawdopodobieństwa akceptacji:

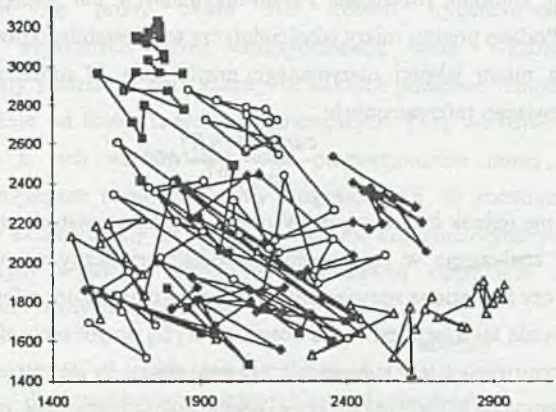
$$P(\mathbf{x},\mathbf{y},T,\Lambda)=\min\left\{1,\exp\left(s(\mathbf{x},\mathbf{y},\Lambda)/T\right)\right\}.$$

Należy zauważyć, że im większa jest waga λ_j danego kryterium f_j, tym mniejsze jest prawdopodobieństwo zaakceptowania ruchów pogarszających wartość tego kryterium, a większe jest prawdopodobieństwo zaakceptowania ruchów poprawiających wartość tego kryterium. Zmieniając te wagi, można więc sterować prawdopodobieństwem poprawy wartości poszczególnych kryteriów.

Ogólny schemat metody PSA jest następujący:

Wybierz początkową próbę rozwiązań generujących $S \subset D$
dla każdego $\mathbf{x} \in S$ **powtarzaj**
Biorąc pod uwagę **x**,uaktualnij zbiór M rozwiązań potencjalnie Pareto-optymalnych
$T := T_0$
powtarzaj
  dla każdego $\mathbf{x} \in S$ **powtarzaj**
    Skonstruuj z czynnikiem losowym $\mathbf{y} \in V(\mathbf{x})$
    Biorąc pod uwagę **y**, uaktualnij zbiór M rozwiązań potencjalnie Pareto-optymalnych
    Wybierz rozwiązanie $\mathbf{x}' \in S$ najbliższe **x** i niezdominowane w stosunku do **x**
    jeżeli nie istnieje takie **x'** lub jest to pierwsza iteracja dla rozwiązania **x** **to**
      Wygeneruj losowe wagi, takie że:
      $$\forall_j \lambda_j \geq 0 \text{ i } \sum_j \lambda_j = 1$$
    w przeciwnym wypadku
      dla każdego kryterium f_j
      $$\lambda_j = \begin{cases} \alpha\lambda_j^{\mathbf{x}}, & \text{dla} \quad f_j(\mathbf{x}) \geq f_j(\mathbf{x}') \\ \lambda_j^{\mathbf{x}}/\alpha, & \text{dla} \quad f_j(\mathbf{x}) < f_j(\mathbf{x}') \end{cases}$$
      znormalizuj wagi tak, aby $\sum_j \lambda_j = 1$
    x := **y** (zaakceptuj **y**) z prawdopodobieństwem $P(\mathbf{x},\mathbf{y},T,\Lambda)$
  jeżeli spełnione są warunki zmiany temperatury **to**
    zmniejsz T
dopóki nie są spełnione warunki zatrzymania

gdzie: $\Lambda^x = [\lambda_1^x, \ldots, \lambda_J^x]$ oznacza wektor wag wykorzystywany dla rozwiązania **x** w poprzedniej iteracji, $\alpha > 1$ jest stałą bliską jedności (np. $\alpha = 1.05$), $V(\mathbf{x})$ oznacza sąsiedztwo rozwiązania **x**, tj. zbiór rozwiązań, które można osiągnąć z **x** wykonując pojedynczy, elementarny krok, M jest zbiorem rozwiązań potencjalnie Pareto-optymalnych, tj. rozwiązań niezdominowanych przez żadne z wygenerowanych rozwiązań.



Rys 1. Ślad w przestrzeni kryteriów ruchów poszczególnych rozwiązań generujących dla dwukryterialnego problemu plecakowego
Fig. 1. The trace of moves of particular generating solutions in the objective space of a bi-objective knapsack problem

W każdej iteracji metody wykorzystywana jest próba rozwiązań, nazywanych rozwiązaniami generującymi. Główna idea PSA polega na zapewnieniu tendencji do zbliżania się tych rozwiązań do zbioru rozwiązań Pareto-optymalnych, przy jednoczesnym zachowaniu dążenia do rozprzestrzeniania się tych rozwiązań po całym zbiorze N. Każde z rozwiązań generujących powinno więc generować rozwiązania w innym regionie zbioru N (patrz rys. 1).

Tendencję do zbliżania się rozwiązań generujących do zbioru rozwiązań Pareto-optymalnych zapewnia sposób obliczania prawdopodobieństwa akceptacji, który zapewnia akceptowanie wszystkich nowych rozwiązań dominujących aktualne rozwiązanie. Dążenie do rozprzestrzeniania się tych rozwiązań po całym zbiorze N jest realizowane poprzez sterowanie wagami poszczególnych kryteriów. Dla danego rozwiązania $\mathbf{x} \in S$ wagi te są ustalane tak, aby zwiększyć prawdopodobieństwo oddalenia się **x** od swojego najbliższego sąsiada w próbie S oznaczanego prze **x'**. Osiąga się to przez zwiększanie wag dla kryteriów, na których rozwiązanie **x** jest lepsze od **x'** oraz zmniejszanie wag dla kryteriów, na których rozwiązanie **x** jest gorsze od **x'**.

4. Ocena wielokryterialnych procedur metaheurystycznych

Rozwiązania otrzymane za pomocą jednokryterialnych metod heurystycznych są oceniane poprzez porównanie z losowo wygenerowanymi rozwiązaniami, z rozwiązaniami

uzyskanymi za pomocą innej metody lub z pewnymi rozwiązaniami odniesienia (np. ze znanym optimum globalnym lub najlepszym znanym dotąd rozwiązaniem). Podobnie w przypadku wielokryterialnym zbiór rozwiązań potencjalnie Pareto-optymalnych M będący przybliżeniem zbioru N może być oceniany przez porównanie z rozwiązaniami wygenerowanymi losowo, innym przybliżeniem uzyskanym za pomocą innej metody lub pewnym zbiorem odniesienia R (np. ze znanym zbiorem rozwiązań Pareto-optymalnych lub najlepszym dotąd znanym przybliżeniem). Podane poniżej miary jakości dotyczą tego ostatniego przypadku.

Naturalną miarą jakości otrzymanego przybliżenia M może się wydawać procent znalezionych rozwiązań referencyjnych:

$$\frac{card\{M \cap R\}}{card\{R\}} 100\%$$

Miara ta ma jednak istotne wady. W przypadku rzeczywistych problemów WOK może być niemożliwe znalezienie w rozsądnym czasie istotnej liczby rozwiązań referencyjnych. Ważniejsze jest, czy znalezione rozwiązania są bliskie rozwiązaniom referencyjnym.

Kolejną wadą tej miary jest to, że oceni ona wyżej przybliżenie składające się ze zbioru rozwiązań skoncentrowanych w jednym tylko rejonie zbioru R, ale zawierające pewien procent rozwiązań referencyjnych, niż przybliżenie obejmujące rozwiązania rozproszone po całym zbiorze R, lecz nie zawierające rozwiązań referencyjnych.

Prezentowane poniżej miary jakości starają się uniknąć powyższych wad mierząc bliskość zbioru M do zbioru R. Miary te opierają się na założeniu, że zbiór M jest dobrym przybliżeniem zbioru R, jeżeli dla każdego rozwiązania ze zbioru R istnieje stosunkowo bliskie mu rozwiązanie w zbiorze M. Następująca funkcja jest wykorzystywana jako miara odległości pomiędzy rozwiązaniem $\mathbf{y} \in R$ a rozwiązaniem $\mathbf{x} \in M$:

$$c(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \max_{j=1,\dots,J} \{0, w_j(f_j(\mathbf{y}) - f_j(\mathbf{x}))\}$$

Funkcja ta ma wartość 0, jeżeli $\mathbf{x}$ na wszystkich kryteriach osiąga wartości nie gorsze niż $\mathbf{y}$. W przeciwnym wypadku funkcja ta przybiera wartość największego ważonego odchylenia na poszczególnych kryteriach.

Wagi wykorzystywane w powyższym wyrażeniu są ustalane następująco:

$$w_j = \frac{1}{\Delta_j},$$

gdzie: Δ_j jest zakresem zmian f_j w zbiorze referencyjnym.

Pierwsza proponowana miara jest następująca:

$$Dist1 = \frac{1}{card\{R\}} \sum_{\mathbf{y} \in R} \{\min_{\mathbf{x} \in M} \{c(\mathbf{x},\mathbf{y})\}\}.$$

Kolejna miara ma następującą postać:

$$Dist2 = \max_{\mathbf{y} \in R} \{\min_{\mathbf{x} \in M} \{c(\mathbf{x},\mathbf{y})\}\}$$

Pierwsza z tych miar daje średnią odległość pomiędzy $\mathbf{y} \in R$ a najbliższym mu rozwiązaniem $\mathbf{x} \in M$, podczas gdy druga miara podaje tę wartość dla najgorszego przypadku.

Im niższe są te wartości, tym lepiej zbiór *M* przybliża zbiór *R*. Co więcej, im niższy jest stosunek *Dist2/Dist1*, tym bardziej równomierny jest rozrzut rozwiązań ze zbioru *M* po zbiorze *R*.

Tablica 1 zawiera przykładowe wyniki uzyskane dla czterokryterialnego problemu plecakowego (wyniki pochodzą z pracy [2]). Liczba elementów wynosiła 800. Zbiór referencyjny składał się próby około 500 losowo wygenerowanych rozwiązań Pareto-optymalnych uzyskanych przez maksymalizację sumy ważonej kryteriów z zastosowaniem metody podziału i ograniczeń. Na każdym poziomie temperatury wykonano 512 ruchów niezależnie od liczby rozwiązań generujących. Przy wzroście liczby rozwiązań generujących każde z nich wykonywało więc proporcjonalnie mniej kroków. Można zaobserwować, że najlepsze rezultaty zostały osiągnięte dla 16 rozwiązań generujących. Podobne wyniki dały eksperymenty dla innych problemów kombinatorycznych o różnej liczbie kryteriów. W każdym wypadku zaobserwowano pewną optymalną liczbę rozwiązań generujących, różną dla różnych problemów.

Tablica 1

Wyniki eksperymentu obliczeniowego, uzyskane dla czterokryterialnego problemu plecakowego

Liczba rozwiązań generujących	*Dist1*	*Dist2*	*Dist2/Dist1*
1	0.282	0.560	1.985
2	0.333	0.521	1.566
4	0.297	0.451	1.518
8	0.234	0.353	1.508
16	0.227	0.318	1.402
32	0.254	0.338	1.334
64	0.318	0.420	1.320
128	0.419	0.570	1.361

Tablica 2

Wartości miary *DIST2* otrzymane dla trójkryterialnego problemu plecakowego z dwustoma elementami

Liczba ruchów / Liczba rozwiązań generujących	128	256	512	1024	2048	4096
1	0.448	0.413	0.367	0.353	0.324	0.305
2	0.436	0.371	0.359	0.311	0.300	0.267
4	0.315	0.279	0.241	0.227	0.201	0.190
8	0.279	0.230	0.203	0.177	0.151	0.146
16	0.332	0.236	0.196	0.154	0.151	0.126
32	0.423	0.290	0.227	0.157	0.142	0.120
64	0.556	0.389	0.271	0.196	0.148	0.128
128	0.626	0.506	0.356	0.253	0.177	0.137

Wyniki przedstawione w tablicy 2 wskazują ponadto, że nawet dla tego samego problemu optymalna liczba rozwiązań generujących zmienia się wraz ze zmianą liczby ruchów wykonywanych w danej temperaturze.

5. Automatyczny dobór liczby rozwiązań generujących

Obserwując rysunek 1 można dojść do wniosku, że na wstępie procesu obliczeniowego, czyli przy wysokiej temperaturze, obszary "przeglądane" przez poszczególne rozwiązania generujące nachodzą na siebie. Przy niższych temperaturach następuje silniejszy rozrzut poszczególnych rozwiązań generujących. Wynika to z dwóch następujących czynników:

- przy wysokich temperaturach prawdopodobieństwo zaakceptowania dowolnego ruchu jest stosunkowo wysokie, każde z rozwiązań generujących porusza się więc stosunkowo swobodnie po zbiorze rozwiązań dopuszczalnych, "przeglądając" stosunkowo szeroki obszar tego zbioru; przy niższych temperaturach prawdopodobieństwo znacznego przemieszczania się danego rozwiązania jest znacznie mniejsze,
- przy wysokich temperaturach wpływ wag narzucających tendencję do rozpraszania się rozwiązań generujących jest niwelowany przez wysokie prawdopodobieństwo akceptowania dowolnych rozwiązań; przy niższych temperaturach wagi znacznie silniej wpływają na kierunki przemieszczania się poszczególnych rozwiązań.

Podstawową ideą samoadaptującej się wersji metody PSA jest takie dobieranie wielkości próby, aby wielkość obszarów przeglądanych przez poszczególne rozwiązania była powiązana z wzajemnymi odległościami rozwiązań. W tym celu dla każdego rozwiązania generującego mierzone są: średni rozrzut ruchów wykonywanych przez to rozwiązanie oraz średnia odległość od najbliższego innego rozwiązania generującego.

Każde z rozwiązań generujących wykonując kolejne ruchy porusza się po skomplikowanej ścieżce w przestrzeni kryteriów (patrz rys. 1). Średnie położenie w przestrzeni kryteriów $\mathbf{P}^{\mathbf{x}} = \left[p_1^{\mathbf{x}}, \ldots, p_J^{\mathbf{x}}\right]$ danego rozwiązania generującego **x** jest obliczane za pomocą średniej wykładniczej:

$$p_j^{\mathbf{x}} = (1-\beta) f_j(\mathbf{x}) + \beta p_j^{\mathbf{x}0}, \qquad j = 1, \ldots, J,$$

gdzie β jest stałą wygładzania, której wartość ustalono na 0.999, $p_j^{\mathbf{x}0}$, $j=1,\ldots,J$, są składowymi wektora $\mathbf{P}^{\mathbf{x}}$ wyznaczonymi w poprzedniej iteracji. Średnie położenie jest aktualizowane wyłącznie po wykonaniu przez dane rozwiązanie zaakceptowanego ruchu.

Miarą rozrzutu $G_1^{\mathbf{x}}$ ruchów wykonywanych przez dane rozwiązanie **x** jest średnia odległość danego rozwiązania od średniego położenia $\mathbf{P}^{\mathbf{x}}$:

$$\mathbf{G}_1^{\mathbf{x}} = (1-\beta)\sqrt{\sum_{j=1}^{J}\left(\omega_j\left(f_j(\mathbf{x}) - p_j^{\mathbf{x}}\right)\right)^2} + \beta \mathbf{G}_1^{\mathbf{x}0},$$

gdzie G_1^{x0} jest wartością tej miary wyznaczoną w poprzedniej iteracji, wagi ω_j są ustalane następująco:

$$\omega_j = \frac{1}{\Delta'_j}, \qquad j = 1,\ldots,J,$$

gdzie: Δ'_j jest zakresem zmian f_j w zbiorze rozwiązań potencjalnie Pareto-optymalnych M. Miara G_1^x jest aktualizowana po wykonaniu zaakceptowanego ruchu.

Średnia odległość danego rozwiązania generującego x od najbliższego innego rozwiązania generującego, oznaczana G_2^x, jest wyznaczana następująco:

$$G_2^x = \min_{y \in S, y \neq x} \left\{ \sqrt{\sum_{j=1}^{J} \left(\omega_j \left(p_j^x - p_j^y \right) \right)^2} \right\}.$$

Jeżeli rozrzut ruchów wykonywanych przez dane rozwiązanie generujące x jest zbyt mały w stosunku do średniej odległości tego rozwiązania od najbliższego innego rozwiązania generującego, dodawane jest nowe rozwiązanie generujące x', które początkowo jest równe x.

Następująca reguła decyzyjna stwierdza, czy należy dodać nowe rozwiązanie generujące:

> Jeżeli podczas ustalonej liczby m testów, realizowanych po wykonaniu przez dane rozwiązanie x ustalonej liczby n ruchów, stosunek G_1^x / G_2^x będzie mniejszy od pewnego zadanego progu H, to należy dodać nowe rozwiązanie x'=x.

Dane rozwiązanie generujące może także zostać usunięte, jeżeli jest ono dominowane przez inne rozwiązania generujące. Określa to następująca reguła decyzyjna:

> Jeżeli podczas ustalonej liczby m testów, realizowanych po wykonaniu przez dane rozwiązanie x ustalonej liczby n ruchów, rozwiązanie to jest zdominowane przez co najmniej jedno inne rozwiązanie generujące, to należy usunąć to rozwiązanie x.

Początkowa liczba rozwiązań generujących jest równa liczbie kryteriów powiększonej o jeden.

6. Podsumowanie

Opisana została metaheurystyczna procedura przeznaczona dla wielokryterialnych problemów kombinatorycznych. Procedura ta powstała na bazie metody PSA. W odróżnieniu od podstawowej wersji PSA opisywana metoda posiada taką samą liczbę parametrów jak klasyczna, jednokryterialna metoda symulowanego wyżarzania. W Poznańskim Centrum Superkomputerowo-Sieciowym wykonywane są obecnie intensywne eksperymenty obliczeniowe, których celem jest szczegółowe ustalenie wartości parametrów m, n i H reguł decyzyjnych adekwatnych dla szerokiej gamy wielokryterialnych problemów kombinatorycznych.

Prezentowane badania są finansowane z grantu KBN 8 S503 016 016.

LITERATURA

1. Czyżak P., Jaszkiewicz A.: Metaheurustic technique for solving multiobjective investment planning problem. Control and Cybernetics, 25, 1, 1996.
2. Czyżak P., Jaszkiewicz A.: Pareto Simulated Annealing. Eksperyment obliczeniowy. Raport Badawczy, Instytut Informatyki Politechniki Poznańskiej, 003/95, 1995.
3. Fortemps P., Teghem J., Ulungu B.: Heuristics for multiobjective combinatorial optimization by simulated annealing, Proceedings of the XI-th International Conference on Multiple Criteria Decision Making, Coimbra, Portugal, 1-6.08.1994.
4. Garey M., Johnson D.: Computers and intractability: A guide to the theory of NP-completeness, Freeman, San Francisco, 1979.
5. Glover F.: Tabu Search - Part I, ORSA J. Comput., 1, 1989, 190-206.
6. Goldberg D.E.: Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning, Addison-Wesley, 1988.
7. Laarhoven P.J.M., Aarts E.H.L.: Simulated Annealing: Theory and Applications, Reidel, Dordrecht, 1987.
8. Serafini P.: Simulated annealing for multiple objective optimization problems. In: G.H. Tzeng, H.F. Wang, V.P. Wen, P.L. Yu (eds) Multiple Criteria Decision Making. Expand and Enrich the Domains of Thinking and Application, Springer Verlag, 1994, 283-292.
9. Steuer R.E.: Multiple Criteria Optimization - Theory, Computation and Application, Wiley, New York, 1986.
10. Ulungu B., Teghem J.: Multi-objective Combinatorial Optimization Problems: A Survey. Journal of Multi-Criteria Decision Analysis, 3, 1994, 83-101.
11. Wierzbicki A.P., On the completeness and constructiveness of parametric characterizations to vector optimization problems. OR Spectrum, 8, 73-87, 1986.

Recenzent: Dr hab.inż. Eugeniusz Toczyłowski, prof. Pol. Warszawskiej

Wpłynęło do Redakcji do 30.06.1996 r.

Abstract

Paper [1] describes a metaheuristic procedure, called Pareto Simulated Annealing (PSA), for multiple objective combinatorial problems. The goal of the method is to find in relatively short time a sample of solutions being a good approximation of the set of efficient solutions. The solutions obtained by the method are potentially efficient. The procedure uses some concepts known from classical single objective simulated annealing: it generates new solutions from a neighborhood of the current solution, it accepts the new solution with a probability dependent of a parameter called temperature. PSA is distinguished by the use of a sample (population) of, so called, generating solutions at each iteration, by the use of functions locally aggregating particular objectives and by automatic modification of weights of the

objectives at each iteration. The weights are set in a way which assures a tendency to approach the set of efficient solutions and an attitude for dispersing the generating solutions.

PSA method is essentially parallel. Computational experiments (e.g. [2]) has shown that the use of a sample of generating solutions allows obtaining better results also in the case of sequential implementation, if the size of the sample is appropriately set. The size of the sample becomes, however, an additional parameter of the basic version of PSA.

The paper presents a self-adapting version of PSA, in which the size of the sample of generating solutions is automatically set. The size of the sample is not constant but is changed during the computations. At the beginning it is relatively small, because high temperature allows the generating solutions to move relatively freely over the feasible set. When the temperature decreases new generating solutions are added. Some of them can be also deleted if they do not generate new potentially efficient solutions. The decision rules used to decide if addition or deletion of a generating solution is needed take into account: the average dispersion of moves made by each generating solutions, an average distance between generating solutions, the fact that a generating solution is dominated by other solutions.