ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1996
Seria: AUTOMATYKA z. 117 Nr kol. 1337

Jerzy JÓZEFCZYK
Politechnika Wrocławska

WYBRANE PROBLEMY SZEREGOWANIA ZADAŃ PRODUKCYJNYCH Z UWZGLĘDNIENIEM RUCHU REALIZATORÓW

Streszczenie. Rozważono uogólnienie wybranego problemu szeregowania zadań produkcyjnych, polegające na uwzględnieniu ruchu realizatorów wykonujących zadania na obiektach zlokalizowanych w rozmieszczonych przestrzennie stanowiskach produkcyjnych. Podano sformułowanie problemu i metodę rozwiązania. Przedyskutowano zagadnienie oceny algorytmu rozwiązania w sposób eksperymentalny oraz zaprezentowano wyniki badań symulacyjnych.

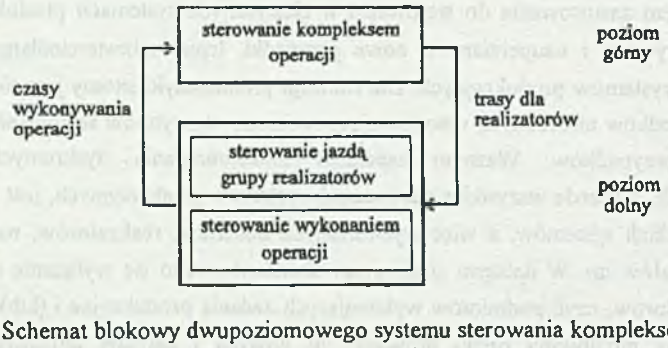
THE PROBLEMS OF SCHEDULING THE MANUFACTURING TASKS ON MOVING EXECUTORS

Summary. The problem of scheduling manufacturing tasks on executors which move among spatially disposed workstations with plants to be produced is investigated. It is treated as the generalization of the classical scheduling problem. The problem formulation and the solving method are given. The evaluation of solving algorithm using simulation experiments is discussed and results of the exemplary simulation investigations are presented.

1. Wstęp

Rozwijana od wielu lat problematyka sterowania kompleksami operacji, zwłaszcza z uwzględnieniem zastosowania do sterowania w elastycznych systemach produkcyjnych, jest nadal rozpatrywana i uzupełniana o nowe przypadki, lepiej odzwierciedlające złożoność elastycznych systemów produkcyjnych. Dla rozwoju problematyki istotny jest również postęp w zakresie środków informatyki, umożliwiający realizację algorytmów sterowania dla bardziej złożonych przypadków. Ważnym aspektem funkcjonowania dyskretnych systemów produkcyjnych, a przede wszystkim elastycznych systemów produkcyjnych, jest ruch różnych elementów takich systemów, a więc wytwarzanych obiektów, realizatorów, narzędzi, palet, detali, materiałów itp. W dalszym ciągu pracy skoncentrowano się wyłącznie na przypadku ruchu realizatorów, czyli podmiotów wykonujących zadania produkcyjne i (lub) pomocnicze. Uwzględnienie możliwości ruchu prowadzi do nowych i bardziej złożonych zagadnień metodologicznych, dotyczących sterowania kompleksami operacji. Ich istota polega na połączeniu zagadnień sterowania wykonaniem operacji z zagadnieniami transportu realizatorów. Przypomnijmy, że sterowanie kompleksami operacji – rozumiane tradycyjnie – polega na określaniu momentów rozpoczęcia wykonywania operacji, przyjmowaniu informacji o ich zakończeniu oraz przydziale w odpowiednim momencie realizatora i (lub) innych zasobów niezbędnych do ich wykonania.

Ruch realizatorów może być rozumiany dwojako. Po pierwsze, polega on na przemieszczaniu realizatorów w celu wykonywania kolejnych operacji. Przemieszczanie wiąże się z określaniem tras przejazdów realizatorów między miejscami, w których są wykonywane kolejne operacje procesu produkcyjnego. W drugim znaczeniu ruch jest wynikiem procesu sterowania mechanizmem ruchu (najczęściej mechanizmem jazdy) realizatora. Wiąże się z tym inny problem sterowania, polegający na koordynacji jazdy poruszających się realizatorów zapewniającej ruch bezkolizyjny. W elastycznych systemach produkcyjnych, traktowanych jako kompleksy operacji produkcyjnych, problemy sterowania związane z oboma znaczeniami ruchu są wzajemnie zależne i należy je rozpatrywać łącznie. Tworzą one dwupoziomowy system sterowania kompleksem operacji produkcyjnych z wyróżnionym poziomem górnym oraz dolnym [3,4]. Na rysunku 1. przedstawiono schemat blokowy takiego dwupoziomowego systemu. Trasy poruszania się realizatorów i czasy wykonywania operacji są tymi wielkościami, które wiążą problemy sterowania na obu poziomach. Pierwsza z wymienionych wielkości jest wynikiem decyzji na poziomie górnym i określa dla każdego realizatora sekwencję położeń, między którymi ma się on przemieszczać w celu wykonywania operacji. Położenia początkowe i końcowe są danymi dla problemu sterowania jazdą. Dane te dla wszystkich realizatorów mają wpływ na wynik decyzji podejmowanych na poziomie dolnym, z tego powodu że dla różnych sekwencji położeń są różne potencjalne możliwości kolizji realizatorów. Konieczność unikania kolizji wpływa na otrzymywane czasy jazdy. Pośrednie rezultaty decyzji z poziomu dolnego, czyli czasy wykonywania operacji, są z kolei danymi dla problemu rozwiązywanego na poziomie górnym i wpływają w ten sposób na postaci uzyskiwanych tam tras przemieszczania się realizatorów.



Rys. 1. Schemat blokowy dwupoziomowego systemu sterowania kompleksem operacji produkcyjnych z ruchomymi realizatorami

Fig.1. Block scheme of two–level control system for complex manufacturing operation system with moving executors

W pracy ograniczono się tylko do fragmentu zarysowanej problematyki dwupoziomowego sterowania kompleksem operacji produkcyjnych z ruchomymi realizatorami, a mianowicie skoncentrowano się na zagadnieniu dotyczącym poziomu górnego, w którym ruch jest rozumiany w pierwszym z wymienionych znaczeń. Ponadto jako problem sterowania kompleksem operacji wybrano szeregowanie zadań niezależnych, niepodzielnych o równych momentach gotowości na realizatorach dowolnych, z kryterium w postaci długości uszeregowania. Uwzględnienie ruchu realizatorów w rozważanym problemie szeregowania prowadzi do nowego problemu optymalizacyjnego, który oczywiście jest problemem NP-trudnym. Z tego względu istotne jest opracowywanie przybliżonych algorytmów rozwiązania o wielomianowej złożoności obliczeniowej oraz ich oceny zarówno w sposób analityczny, jak i z wykorzystaniem symulacji komputerowej. Duża część pracy dotyczy tego ostatniego zagadnienia, a mianowicie oceny wyznaczonych algorytmów rozwiązania w sposób eksperymentalny. Trudność tego rodzaju ocen polega na nieznajomości, już dla stosunkowo małych rozmiarów problemu, podstawy porównania w postaci rozwiązania dokładnego, uzyskiwanego nawet w dłuższym okresie czasu. Dlatego dla dużych rozmiarów problemu zaproponowano inne wskaźniki oceny algorytmu rozwiązania, nie wykorzystujące optymalnej wartości długości uszeregowania. Przeprowadzono analizę takich wskaźników oraz podano wyniki eksperymentów obliczeniowych. Rozważania te, zawarte w rozdz. 3., są poprzedzone sformułowaniem problemu szeregowania zadań z uwzględnieniem ruchu realizatorów oraz prezentacją metody i algorytmu rozwiązania, które powstały w trakcie wcześniejszych prac w tym zakresie. Szczegóły zawarte są w [6].

2. Sformułowanie problemu, metoda i algorytm rozwiązania

W tradycyjnym – rozpatrywanym w pracy – problemie szeregowania nie jest ważna kolejność wykonywania zadań przez ten sam realizator. Rozważane uogólnienie problemu szeregowania polega na rozważeniu przypadku, w którym *zadania* są wykonywane w różnych, oddalonych od siebie miejscach nazywanych *stanowiskami* oraz na każdym stanowisku jest realizowane tylko jedno zadanie. Konieczne jest więc przemieszczanie *realizatorów* między stanowiskami w celu wykonywania zadań. Konsekwencją przyjęcia takich założeń jest uogólnienie pojęcia zadanie. Składa się ono wtedy z dwóch części, a mianowicie z wykonywania zadania na stanowisku – w dalszym ciągu będziemy nazywać tę część *wykonaniem czynności* – oraz z *dojazdu realizatora do stanowiska*. Dodatkowo przyjmujemy, że w rozważanym problemie istnieje wyodrębnione miejsce dla realizatorów, z którego muszą one wyruszyć przed rozpoczęciem wykonywania zadań oraz do niego powrócić dopiero po wykonaniu wszystkich przydzielonych zadań. Miejsce to nazywamy bazą dla realizatorów lub w skrócie *bazą* i traktujemy jako stanowisko, na którym nie jest wykonywana żadna czynność.

Zarysowany problem może mieć różne zastosowania w dyskretnych systemach produkcyjnych. Chodzi przy tym o takie zastosowania, w których na stanowiska dostarczane są obiekty do produkcji i na obiektach tych wykonywane są zadania oraz:

a. ruch wytwarzanego obiektu jest niewskazany lub wręcz niemożliwy ze względu na jego rozmiary, czy konieczność wykorzystywania specjalistycznych zasobów, niezbędnych do jego wytworzenia, a zlokalizowanych na stanowisku, na którym obiekt się znajduje,

b. równolegle jest wytwarzana pewna liczba obiektów, a zbiór realizatorów jest mniej liczny niż zbiór wytwarzanych obiektów – może to być spowodowane dużymi kosztami realizatora,

c. na każdym stanowisku jest wykonywane tylko jedno zadanie, a więc nie rozpatrujemy całego cyklu wytwarzania obiektu, ale jego fragment, polegający na wykonaniu jednej, określonej czynności.

Rozpatrując dalej możliwe zastosowania rozpatrywanego problemu, należy podkreślić, że zadania mogą mieć również charakter usługowy. Na przykład, mogą to być zadania transportowe, w których stanowiskami są centra obróbkowe, do i z których należy transportować materiały, detale, obiekty itp. Wtedy czynności wykonywane na stanowiskach polegają na załadunku i rozładunku.

Wprowadźmy następujące oznaczenia:

$r, \boldsymbol{R}, R$ – indeks realizatora, zbiór realizatorów, liczba realizatorów,

$h, \boldsymbol{H}, H$ – indeks zadania (stanowiska), zbiór zadań (stanowisk), liczba zadań (stanowisk),

$h = H+1$ – indeks bazy,

$\overline{\boldsymbol{H}} = \boldsymbol{H} \cup \{H+1\}$ – zbiór stanowisk wraz z bazą.

Wektor czasów wykonania zadania h jest oznaczany jako τ_h i ma postać

$$\tau_h = \left[\tau_{1,h}, \tau_{2,h}, \ldots, \tau_{r,h}, \ldots, \tau_{R,h}\right]^{\mathrm{T}}, \; h = 1,2,\ldots,H, \tag{1}$$

gdzie $\tau_{r,h} = \bar{\tau}_{r,h} + \hat{\tau}_{r,g,h}$, $r = 1,2,\ldots,R$, $h = 1,2,\ldots,H$, $g = 1,2,\ldots,H+1$ – czas wykonania zadania h przez realizator r oraz $\bar{\tau}_{r,h}$ – czas wykonania czynności na stanowisku h, $\hat{\tau}_{r,g,h}$ – czas dojazdu realizatora r ze stanowiska g do stanowiska h. Ze względu na założenie, że każdy realizator musi zjechać do bazy po zakończeniu wykonywania wszystkich zadań, dodatkowo przez $\hat{\tau}_{r,g,H+1}$ oznaczamy czas dojazdu realizatora r do bazy ze stanowiska g, g=1,2, ..., H. Przyjmujemy również, że $\hat{\tau}_{r,h,h} = +\infty$, $h = 1,2,\ldots,H+1$.

W celu sformułowania rozważanego problemu jako problemu optymalizacji dyskretnej wprowadzamy binarne, dwuwymiarowe macierze decyzyjne $\bar{\gamma}^r = \left[\bar{\gamma}^r_{g,h}\right]_{g,h=1,2,\ldots,H+1}$, gdzie

$r=1,2,\ldots,R$ oraz $c=\left[c_{r,h}\right]_{\substack{r=1,2,\ldots,R\\ h=1,2,\ldots,H+1}}$. Macierz c odpowiada za wyznaczanie zbiorów zadań do wykonania przez poszczególne realizatory, natomiast macierze $\tilde{\gamma}^r$ – za ustalanie kolejności w tych zbiorach. Bieżące elementy tych macierzy określamy następująco:

$$\tilde{\gamma}^r_{g,h}=\begin{cases}1, \text{ jeśli realizator r został przyporządkowany do wykonania zadania h,}\\ \quad\text{a poprzednio znajdował się na stanowisku g,}\\ 0, \text{ w przeciwnym przypadku}\end{cases}$$

$$c_{r,h}=\begin{cases}1, \text{ jeśli realizator } r \text{ wykonuje zadanie } h,\\ 0, \text{ w przeciwnym przypadku.}\end{cases}$$

Kryterium jakości jest czasem wykonania wszystkich zadań i ma postać

$$\tilde{Q}(c,\tilde{\gamma})=\max_{r=1,2,\ldots,R}\left[\sum_{h=1}^{H+1}c_{r,h}\left(\bar{\tau}_{r,h}+\sum_{g=1}^{H+1}\tilde{\gamma}^r_{g,h}\,\hat{\tau}_{r,g,h}\right)\right], \tag{2}$$

gdzie $\tilde{\gamma}\triangleq\left[\tilde{\gamma}^1|\tilde{\gamma}^2|\ldots|\tilde{\gamma}^R\right]$.

Na macierze c i $\tilde{\gamma}$ nakładamy ograniczenia:

$$\sum_{r=1}^{R}c_{r,h}=1,\ \ h=1,2,\ldots,H, \tag{3}$$

$$c_{r,H+1}=1,\ \ r=1,2,\ldots,R, \tag{4}$$

$$\tilde{\gamma}^r_{h,h}=0,\ h\in\overline{H}^r(c),\ \ r=1,2,\ldots,R, \tag{5}$$

$$\sum_{g=1}^{H+1}\tilde{\gamma}^r_{g,h}=1,\ h\in\overline{H}^r(c),\ r=1,2,\ldots,R, \tag{6}$$

$$\sum_{g=1}^{H+1}\tilde{\gamma}^r_{g,p}=\sum_{h=1}^{H+1}\tilde{\gamma}^r_{p,h},\ p\in\overline{H}^r(c),\ r=1,2,\ldots,R, \tag{7}$$

$$\left[\tilde{\gamma}^r_{g,h}\right]\in S_r,\ g,h\in\overline{H}^r(c),\ r=1,2,\ldots,R, \tag{8}$$

gdzie:

$$\overline{H}^r(c)\triangleq\left\{h\in\overline{H}:c_{r,h}=1\right\},\ \ r=1,2,\ldots,R,$$

$$S_r = \left\{ \left[\bar{\gamma}^r_{g,h}\right] : \sum_{g \in H^r_S} \sum_{h \in H^r_S} \bar{\gamma}^r_{g,h} \leq H^r_S - 1 \right\}, \; r = 1,2,\ldots,R.$$

Ograniczenia (3) i (4) zapewniają, że każde zadanie będzie wykonane oraz że każdy realizator zjedzie do bazy. Zależności od (5) do (8) odnoszą się do macierzy $\bar{\gamma}^r$ i zawierają kolejno następujące wymagania: nie jest możliwy przejazd realizatora między tym samym stanowiskiem, każde zadanie musi być wykonane dokładnie jeden raz, trasa przejazdów realizatora jest ciągła oraz trasy dla realizatorów nie zawierają podcykli.

Macierze $\bar{\gamma}$ oraz c są powiązane, tzn. żadnej z nich nie można wyznaczyć bez znajomości drugiej [6], przy czym znajomość $\bar{\gamma}$ w sposób jednoznaczny określa c, ale nie na odwrót. Okazuje się jednak, że do wyznaczenia c nie jest potrzebna pełna znajomość $\bar{\gamma}$. Wystarczy wstępnie określić $\bar{\gamma}$, czyli nadać jej początkową postać, aby dla wszystkich $\bar{\gamma}^r_{g,h}$, $g = 1,2,\ldots, H+1$ dokładnie jeden element miał wartość równą 1. Taką postać macierzy $\bar{\gamma}^r$ oznaczamy jako $\bar{\gamma}^r_0$. Proponowana metoda rozwiązania przedstawia się wtedy następująco:

1. Ustalamy $\bar{\gamma}^r = \bar{\gamma}^r_0$, $r = 1,2,\ldots,R$, ogólnie – $\bar{\gamma} = \bar{\gamma}_0$.

2. Minimalizujemy $\bar{Q}(c;\bar{\gamma})$ względem c. W wyniku tej minimalizacji otrzymujemy postać optymalną macierzy c zależną od $\bar{\gamma}_0$, czyli $c^*(\bar{\gamma}_0)$, oraz kryterium (2) również zależne od $\bar{\gamma}_0$, tj. $\bar{Q}(c^*(\bar{\gamma}_0),\bar{\gamma}) \triangleq \overline{Q}(\bar{\gamma},\bar{\gamma}_0)$.

3. Minimalizujemy $\overline{Q}(\bar{\gamma};\bar{\gamma}_0)$ względem $\bar{\gamma}$ i otrzymujemy $\bar{\gamma}^*(c^*(\bar{\gamma}_0)) \triangleq \bar{\gamma}^*(\bar{\gamma}_0)$ oraz $\overline{Q}(\bar{\gamma}^*(c^*(\bar{\gamma}_0));\bar{\gamma}_0) \triangleq \bar{Q}^*(\bar{\gamma}_0)$.

Tak więc ostatecznym rezultatem działania metody są optymalne postaci macierzy c i $\bar{\gamma}$, tj. odpowiednio $c^*(\bar{\gamma}_0)$ i $\bar{\gamma}^*(\bar{\gamma}_0) = \left[\bar{\gamma}^{1,*}(\bar{\gamma}_0) \,|\, \bar{\gamma}^{2,*}(\bar{\gamma}_0) | \ldots | \bar{\gamma}^{R,*}(\bar{\gamma}_0)\right]$ oraz optymalna wartość kryterium jakości $\bar{Q}(c;\bar{\gamma})$, czyli $\bar{Q}^*(\bar{\gamma}_0)$. Otrzymane wyniki zależą od początkowej postaci macierzy $\bar{\gamma}$, czyli od ustalonego $\bar{\gamma}_0$, co zostało zaznaczone w punktach 2–3 przez podanie $\bar{\gamma}_0$ jako argumentu w poszczególnych wyrażeniach. Zapis ten należy rozumieć w ten sposób, że dla różnych $\bar{\gamma}_0$ możemy otrzymać różne wyniki liczbowe – nie jest to jednak zależność funkcyjna.

Problemy optymalizacyjne z kroków 2. i 3. mogą być sprowadzone do klasycznych problemów szeregowania i jednego komiwojażera [6].

3. Badania symulacyjne algorytmu rozwiązania – wybrane zagadnienia

3.1. Podstawy metodologiczne

Analityczna ocena metody rozwiązania, zaprezentowanej w poprzednim rozdziale, została przeprowadzona w ograniczonym zakresie. Jest ona treścią twierdzenia, którego dowód podano w [6].

TWIERDZENIE

Niech $\bar{Q}^*(\bar{\gamma}_0)$ będzie wartością kryterium jakości uzyskaną w wyniku działania algorytmu opartego na metodzie zaprezentowanej w rozdz.2., natomiast Q^* – optymalną wartością kryterium jakości. Wtedy

$$\bar{Q}^*(\bar{\gamma}_0)-Q^* \le E,$$

gdzie:

$$E=\sum_{h=1}^{H+1}\left\{\max_{r=1,2,\ldots,R}\left[\max_{\substack{g=1,2,\ldots,H+1\\ g\neq h}}(\hat{\tau}_{r,g,h})-\min_{\substack{g=1,2,\ldots,H+1\\ g\neq h}}(\hat{\tau}_{r,g,h})\right]\right\}$$

$$+\max_{r=1,2,\ldots,R}\left(\sum_{\substack{g=1\\ g\neq H+1}}^{H+1}\tilde{\gamma}'_{0,g,H+1}\cdot\hat{\tau}_{r,g,H+1}\right)-\min_{r=1,2,\ldots,R}\left(\sum_{\substack{g=1\\ g\neq H+1}}^{H+1}\tilde{\gamma}'_{0,g,H+1}\cdot\hat{\tau}_{r,g,H+1}\right).$$

Pełny przegląd metody rozwiązania, a przede wszystkim ocena zastosowanego algorytmu rozwiązania – ze względu na dużą złożoność problemu – są możliwe tylko w sposób eksperymentalny.

Interesujące i ważne z metodologicznego punktu widzenia jest zbadanie zależności między danymi problemu, zwłaszcza jego rozmiarem, a jakością otrzymywanego rozwiązania. Powszechnie używanym wskaźnikiem jest względna różnica wartości kryteriów jakości dla rozwiązania uzyskanego przez oceniany algorytm oraz dla rozwiązania optymalnego. Ma on następującą postać

$$\delta_1=\frac{\bar{Q}-Q^*}{Q^*}, \tag{9}$$

gdzie $\bar{Q}\triangleq\bar{Q}^*(\bar{\gamma}_0)$.

Często stosowana jest inna wersja δ_1 umożliwiająca wyrażenie procentowego pogorszenia jakości otrzymywanego rozwiązania, a mianowicie

$$\hat{\delta}_1 = \frac{\bar{Q} - Q^*}{\bar{Q}}.$$

W rozpatrywanym problemie wskaźnik (9) może być wykorzystany tylko w zakresie ograniczonym do małych rozmiarów problemu – tzn. dla małych H i (lub) małych R – ponieważ tylko dla takich przypadków można uzyskać rozwiązanie optymalne i w konsekwencji wartości Q^*. Dlatego proponujemy inne, zastępcze wskaźniki, pozwalające na oszacowanie oceny rozpatrywanego algorytmu rozwiązania również dla problemów o dużych rozmiarach. Pierwszy z nich jest wprost równy wartości kryterium $\bar{Q}$, tj.

$$\delta_2 = \bar{Q}. \tag{10}$$

Następny wskaźnik wykorzystuje przytoczone wcześniej twierdzenie, a dokładniej wynikające z niego oszacowanie $Q^* \geq \bar{Q} - E$, co prowadzi do zależności

$$\delta_1 = \frac{\bar{Q}}{Q^*} - 1 \leq \frac{\bar{Q}}{\bar{Q} - E} - 1, \tag{11}$$

na podstawie której możemy określić wskaźnik δ_3 w postaci

$$\delta_3 \triangleq \frac{E}{\bar{Q} - E} \geq \delta_1 \text{ dla } E \in [0, \bar{Q}). \tag{12}$$

Wartość E można obliczyć a priori, ponieważ zależy ona tylko od danych problemu.

Kolejny wskaźnik opiera się na dolnym ograniczeniu wartości kryterium. Dla dolnego ograniczenia Q_{LB} w postaci

$$Q_{LB} = \frac{1}{R} \sum_{h=1}^{H+1} \min_{r=1,2,\dots,R} \left[\bar{\tau}_{r,h} + \min_{\substack{g=1,2,\dots,H+1 \\ g \neq h}} \left(\tilde{\tau}_{r,g,h} \right) \right] \tag{13}$$

otrzymujemy wskaźnik δ_4, a mianowicie

$$\delta_4 = \frac{\bar{Q} - Q_{LB}}{Q_{LB}} \geq \delta_1. \tag{14}$$

Wskaźniki δ_3 i δ_4 są górnymi oszacowaniami δ_1. Ich użyteczność zależy jednak od wartości E oraz Q_{LB}, tzn. od efektywności oszacowania występującego w twierdzeniu oraz od jakości dolnego ograniczenia. Wartość E silnie zależy od danych problemu i, jak to będzie pokazane w dalszej części pracy, istnieją przypadki, w których nie może on być wykorzystywany. Podobne uwagi można sformułować w stosunku do wskaźnika δ_4. Użyteczność wskaźnika δ_2, który nie ma żadnego bezpośredniego związku z δ_1, można zaobserwować wówczas, gdy jest on stosowany z δ_3 lub δ_4. Wtedy informuje on o bezwzględnych zmianach wartości kryterium.

Wprowadzone wskaźniki jakości powinny oceniać jakość uzyskiwanego rozwiązania w zależności od danych problemu. Danymi tymi są: liczba zadań H, liczba realizatorów R oraz czasy wykonywania czynności $\bar{\tau}_{r,h}$ oraz dojazdu do stanowisk $\hat{\tau}_{r,g,h}$. Wprowadzamy następujące wskaźniki liczbowe (parametry) α i β oceniające te czasy: Parametr α jest ilorazem średniego czasu wykonywania czynności i średniego czasu dojazdu realizatorów do stanowisk, tj.

$$\alpha \triangleq \frac{\bar{\tau}^{sr}}{\hat{\tau}^{sr}}, \tag{15}$$

gdzie

$\bar{\tau}^{sr} \triangleq \dfrac{1}{R \cdot H} \displaystyle\sum_{r=1}^{R} \sum_{h=1}^{H} \bar{\tau}_{r,h}$ – średni czas wykonywania czynności,

$\hat{\tau}^{sr} \triangleq \dfrac{1}{RH(H+1)} \displaystyle\sum_{r=1}^{R} \sum_{h=1}^{H+1} \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^{H+1} \hat{\tau}_{r,g,h}$ – średni czas dojazdu realizatorów do stanowisk.

Parametr β jest natomiast różnicą między maksymalnym a minimalnym czasem dojazdu, tj. miarą rozrzutu czasów dojazdu, a mianowicie

$$\beta \triangleq \max_{\substack{r=1,2,\dots,R \\ g,h=1,2,\dots,H+1 \\ g \neq h}} (\hat{\tau}_{r,g,h}) - \min_{\substack{r=1,2,\dots,R \\ g,h=1,2,\dots,H+1 \\ g \neq h}} (\hat{\tau}_{r,g,h}). \tag{16}$$

3.2. Wyniki eksperymentów obliczeniowych

W celu wykonania badań symulacyjnych opracowano program komputerowy w języku C i uruchomiono go w środowisku Unix. Do rozwiązania problemów z p.2. i 3. metody rozwiązania stosowano zarówno algorytmy dokładne, jak i przybliżone. Jako algorytmy szeregowania przyjęto w pierwszym przypadku algorytm oparty na metodzie podziału i ograniczeń [1], a w drugim – algorytm typu ECT przedstawiony w [2]. Natomiast problem komiwojażera rozwiązywano, wykorzystując algorytm bazujący również na metodzie podziału i ograniczeń [8] – jako algorytm dokładny, oraz algorytm najtańszego włączania [7] – jako algorytm przybliżony.

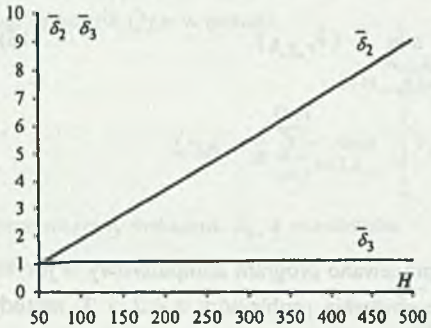
Na rysunkach 2–5 są przedstawione zależności wskaźników $\bar{\delta}_2$, $\bar{\delta}_3$, δ_2 i $\hat{\delta}_2$ od H, R, oraz α. Wskaźniki $\bar{\delta}_2$ i $\bar{\delta}_3$ są unormowanymi postaciami δ_2 i δ_3, uzyskanymi przez dzielenie wartości δ_2 lub δ_3 przez wartość odpowiedniego wskaźnika dla najmniejszej wartości zmiennej niezależnej w rozpatrywanym badaniu. Wskaźnik $\hat{\delta}_2$ różni się od δ_2 tym, że jego wartość jest obliczana z wykorzystaniem dokładnych algorytmów rozwiązywania problemów szeregowania i komiwojażera.

Z prezentowanych wyników badań symulacyjnych można wyciągnąć następujące wnioski:

A. Wartość δ_3 praktycznie nie zmienia się ze wzrostem H (rys.2), tak więc, wobec (12), wzrost H nie ma wpływu również na δ_1. Można także zauważyć, że wskaźnik δ_2 – czyli wartość kryterium $\bar{Q}$ – zwiększa się liniowo wraz ze wzrostem H.

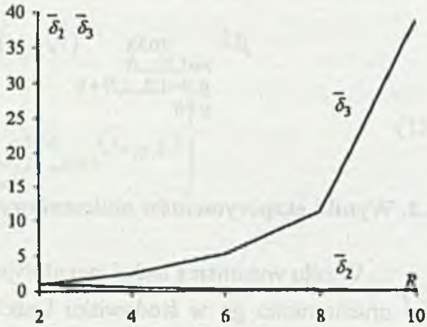
B. Wzrost R powoduje zmniejszanie się wartości kryterium $\bar{Q}$ (co jest zrozumiałe, ponieważ ta sama liczba zadań jest wykonywana przez większą liczbę realizatorów), a także gwałtowny wzrost δ_3 – rys.3. Ta ostatnia zależność jest tym większa, im większe jest R. Na tym przykładzie (rys.3) można zauważyć, że tylko dla bardzo małych wartości R wskaźnik δ_3 jest użyteczny. Praktycznie już dla R większych niż 4 wartość δ_3 jest bardzo duża i nie może być traktowana jako ocena uzyskanego rozwiązania.

C. Oceniany algorytm jest tym lepszy, im większe jest α. Oznacza to, że im większy jest średni czas wykonania czynności w stosunku do średniego czasu dojazdu do stanowisk, tym dokładniejsze uzyskujemy rozwiązanie. Dokładność rozwiązania w mniejszym stopniu zależy od β, czyli rozrzutu czasów dojazdu (rys.4).



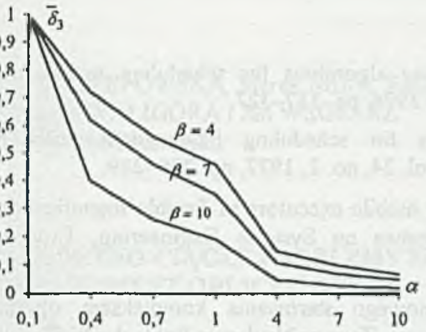
Rys.2. Zależność $\bar{\delta}_2$ i $\bar{\delta}_3$ od H dla R=4

Fig.2. Dependence of $\bar{\delta}_2$ and $\bar{\delta}_3$ on H for R=4



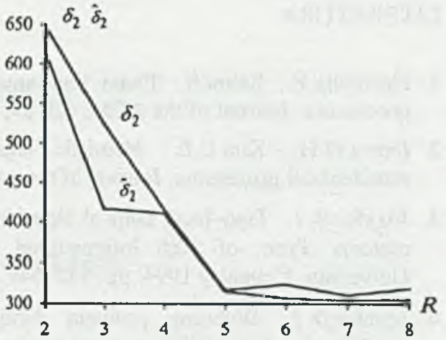
Rys.3. Zależność $\bar{\delta}_2$ i $\bar{\delta}_3$ od R dla H=150

Fig.3. Dependence of $\bar{\delta}_2$ and $\bar{\delta}_3$ on R for H=150



Rys.4. Zależność $\bar{\delta}_3$ od α dla $\beta=4(7,10)$ oraz H=200, R=10

Fig.4. Dependence of $\bar{\delta}_3$ on α for $\beta=4(7,10)$ and H=200, R=10



Rys.5. Zależność δ_2 i $\hat{\delta}_2$ od R dla H=10

Fig.5. Dependence of δ_2 and $\hat{\delta}_2$ on R for H=10

D. Zastosowanie dokładnych algorytmów rozwiązania problemów szeregowania i komiwojażera zamiast algorytmów przybliżonych poprawia dokładność uzyskiwanego rozwiązania. Analizując wykres na rys.5, można zauważyć, że dla R=3 poprawa ta wynosi około 20%. W innych przypadkach jest ona jednak znacznie mniejsza.

4. Uwagi końcowe

W pracy przedstawiono wybrane zagadnienia dotyczące uogólnienia problemu szeregowania, polegającego na uwzględnieniu ruchu realizatorów wykonujących zadania w elastycznym systemie produkcyjnym. Skoncentrowano się głównie na kwestii nieanalitycznej oceny stosowanego algorytmu rozwiązania. Podano kilka propozycji wskaźników oceniających jakość uzyskiwanego rozwiązania oraz, na podstawie analizy wyników badań symulacyjnych, określono ich przydatność. Spośród zaproponowanych wskaźników żaden nie okazał się uniwersalny. Każdy z nich może być stosowany tylko w ograniczonym zakresie i nie może dać pełnej oceny algorytmu.

Omówiono jedynie fragment szerokiej problematyki szeregowania zadań z uwzględnieniem ruchu realizatorów w dyskretnych systemach produkcyjnych. Problematyka ta jest obecnie rozwijana. Przedmiotem badań jest m.in. rozpatrywanie bardziej złożonych problemów szeregowania oraz opracowywanie bardziej efektywnych algorytmów rozwiązania problemu i podstaw informatycznych systemów szeregowania.

LITERATURA

1. Horowitz E., Sahni S.: Exact and approximate algorithms for scheduling nonidentical processors. Journal of the ACM, vol. 23, no. 2, 1976, pp. 317–327.

2. Ibarra O.H., Kim C.E.: Heuristic algorithms for scheduling independent tasks on nonidentical processors. Journal of the ACM, vol. 24, no. 2, 1977, pp. 280–289.

3. Józefczyk J.: Two-level control algorithm for mobile executors in flexible manufacturing systems. Proc. of 10th International Conference on Systems Engineering, Coventry University, Coventry 1994, pp. 542–549.

4. Józefczyk J.: Wybrany problem dwupoziomowego sterowania kompleksem operacji produkcyjnych z lokalnie sterowanymi operacjami. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria: Automatyka, z. 114, Gliwice 1994, s. 111–121.

5. Józefczyk J.: On the problem of tasks scheduling on moving executors. Proc. of 12th International Conference on Systems Science, Technical University of Wrocław, Wrocław 1995, pp. 314–319.

6. Józefczyk J.: Szeregowanie zadań w kompleksie operacji z uwzględnieniem ruchu realizatorów, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 1996.

7. Rosenkrantz D., Sterns R., Lewis P.: An analysis of several heuristics for the travelling salesman problem, SIAM J. Comp., vol. 6, 1977, pp. 563–581.

8. Sysło M., Deo N., Kowalik J.S.: Algorytmy optymalizacji dyskretnej, Warszawa, PWN, 1993.

Recenzent: Prof. dr inż. Henryk Kowalowski

Wpłynęło do Redakcji do 30.06.1996 r.

Abstract

The problem of tasks scheduling on moving executors in complex operation system for the case of independent, nonpreemptive tasks and unrelated executors is presented. Its application to flexible manufacturing systems is discussed. The problem is formulated as the binary optimisation one with two two-dimensional decision matrices. Because of the interconnection between decision matrices it is impossible to solve the problem in the direct way. The simplification is applied which leads to the solution method implying the approximate solution algorithm. The evaluation of the solution algorithm is mainly discussed in the paper. The result of the analytical evaluation is shortly presented. Then the simulation experiments are discussed in detail. The foundations for such experiments which have been elaborated are introduced. Different indices for the quality evaluation of the solution algorithm are introduced and tested during simulation experiments. The corollaries from such experiments which depend on investigating the influence of the number of tasks, the number of executors and the tasks execution times on the solution algorithm quality are also presented. The considerations are completed with final remarks where topics for further investigations are formulated.