

Wojciech POLITALSKI\*  
Politechnika Krakowska

## PRZYROST NAPRĘŻEŃ W CIĘGNACH BEZ PRZYCZEPNOŚCI W WYNIKU OBCIĄŻENIA SPRĘŻONEJ PŁYTY KABLOBETONOWEJ

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono wyniki badania płyty sprężonej cięgnami bez przyczepności oraz zaprezentowano ich porównanie z teorią proponowaną przez normy, jak również przez autorów zajmujących się tym zagadnieniem. Przeprowadzone obliczenia wykazały dużą rozbieżność rozważanych teorii z zachowaniem się elementu podczas eksperymentu, co potwierdza, że omawiane zagadnienie wymaga głębszego poznania oraz dalszych prac badawczych i rozważań teoretycznych.

## STRESS INCREMENT IN UNBONDED TENDONS DUE TO THE LOADING OF A PRESTRESSED CONCRETE POST-TENSIONED PLATE

**Summary.** In this paper there are presented results of unbonded post-tensioned plate test which are compared with the theory proposed by codes and different authors dealing with the matter given above. Conducted calculations had great divergence with response of the member and confirmed that above-mentioned problem needs further recognition and continuation of experimental and theoretical studies.

### 1. Wstęp

Opisane w artykule badanie jest kontynuacją prac dotyczących stanów granicznych nośności oraz użytkowości elementów typu belkowego i płytowego sprężonych cięgnami bez przyczepności. Ich celem jest weryfikacja teorii proponowanych przez normy oraz tych zamieszczonych przez różnych badaczy w książkach i czasopismach. Mają one również stanowić bazę do rozważań teoretycznych, które mają być przeprowadzone w przyszłości.

---

\*Opiekun naukowy: Dr hab. inż. Andrzej Seruga, prof. Politechniki Krakowskiej.

## 2. Przyrost naprężeń w cięgnach sprężających

### 2.1. Określenie przyrostu naprężeń

Kluczowym zagadnieniem potrzebnym do określenia zachowania się elementów typu belkowego i płytowego w stanach granicznych nośności oraz użytkowości jest przyrost naprężeń w cięgnach bez przyczepności. O ile wyznaczenie naprężenia efektywnego po wszystkich stratach nie nastęrcza większych problemów, to określenie wzrostu naprężeń, wywołanego przyłożeniem do elementu obciążeń wykraczających poza ciężar własny, nie jest zadaniem tak łatwym. Spowodowane jest to tym, że zmiana odkształceń w cięgnach bezprzyczepnościowych ma charakter globalny, a nie lokalny, jak to ma miejsce w przypadku ciągnięć z przyczepnością. W cięgnach z przyczepnością, przy założeniu idealnej przyczepności stali do betonu, zmiana odkształcenia w stali sprężającej jest równa zmianie odkształcenia betonu na poziomie cięgna wypadkowego. Natomiast w cięgnach bezprzyczepnościowych, przy założeniu pominięcia tarcia pomiędzy cięgnami a osłonką i wynikającej z tego równości naprężeń na całej długości cięgna, odkształcenie cięgna w dowolnym przekroju jest równe średniemu odkształceniu betonu na poziomie cięgna wypadkowego, na długości cięgna pomiędzy zakotwieniami.

Próby rozwiązania tego zagadnienia można znaleźć zarówno w przepisach normowych, jak również w teoriach publikowanych w książkach lub czasopismach. Zarówno polska norma [1], jak i EC2 [2] podchodzą do tego zagadnienia w sposób uproszczony, zalecając przyjęcie przyrostu naprężeń w zbrojeniu sprężającym na poziomie 100 MPa. Odpowiada to zaleceniom, jakie proponowała norma amerykańska ACI 318-63. Obecne wydanie tej normy [3] idzie o krok naprzód i uzależnia wartość przyrostu naprężeń od trzech parametrów: wytrzymałości betonu na ściskanie, stopnia zbrojenia sprężającego i stosunku rozpiętości do wysokości użytecznej przekroju, co umożliwiła uzyskanie przyrostu naprężeń w granicach od 70 do 420 MPa. Z publikacji pozanormowych na szczególną uwagę zasługują dwie teorie. Pierwsza z nich to teoria uzależniająca przyrost naprężeń od długości przegubów plastycznych, która została wykorzystana między innymi w pracach [5, 6], natomiast druga sprowadza analizę elementu sprężonego cięgnami bez przyczepności do elementu sprężonego cięgnami z przyczepnością za pomocą wprowadzenia współczynnika redukcji odkształceń  $\Omega_U$  [4]. Powyższe dwie teorie zostały rozwinięte i znalazły zastosowanie również w elementach sprężonych bezprzyczepnościowymi cięgnami zewnętrznymi.

## 2.2. Parametry mające wpływ na przyrost naprężeń w cięgnach

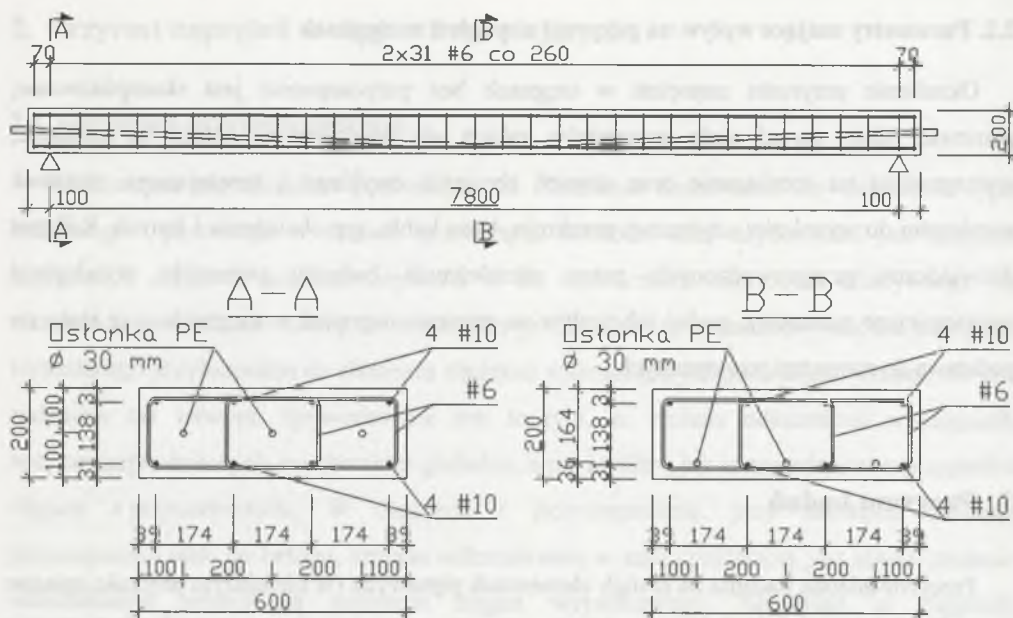
Określenie przyrostu naprężeń w cięgnach bez przyczepności jest skomplikowane, ponieważ zależy on od wielu parametrów, takich jak: wytrzymałość betonu na ściskanie, wytrzymałość na rozciąganie oraz stopień zbrojenia zwykłego i sprężającego, stosunek rozpiętości do wysokości użytecznej przekroju, trasa kabla, typ obciążenia i innych. Kilkaset doświadczeń przeprowadzonych przez niezależnych badaczy pozwoliło wyodrębnić najistotniejsze parametry, podać ich wpływ na przyrost naprężeń w cięgnach oraz stało się podstawą do rozważań teoretycznych.

## 3. Program badań

Przeprowadzone badania na dwóch elementach płytowych (w niniejszym artykule opisane jest tylko jedno z tych badań) są częścią szerszego programu mającego na celu dostarczenie informacji na temat zachowania się elementów sprężonych cięgnami bezprzyczepnościowymi. W badaniu tym dobrano wyżej wymienione parametry w ten sposób, aby uzyskać stosunkowo niski przyrost naprężeń w cięgnach w stanie granicznym nośności ze względu na zginanie. Smukłość elementu, wyrażona jako stosunek rozpiętości do wysokości użytecznej przekroju, wynosiła  $\sim 48$ . Zastosowano trójkątną trasę cięgien z odgięciem w środku rozpiętości i zerowym mimośrodem nad podporami oraz obciążono płytę pojedynczą siłą skupioną. W kolejnych eksperymentach przeprowadzonych na belkach planowane jest przebadanie wpływu typu obciążenia oraz średnic zastosowanego zbrojenia pasywnego na stany graniczne nośności i użytkowości.

### 3.1. Charakterystyka oraz geometria badanego elementu płytowego

Badana wolnopodparta płyta miała wymiary przekroju  $b = 600$  mm oraz  $h = 200$  mm. Jej rozpiętość w osiach podpór wynosiła 7,8 m. Średnia wytrzymałość betonu na ściskanie w chwili badania wynosiła 51,5 MPa. Na zbrojenie główne przypadły 4 pręty  $\varnothing 10$  mm góra oraz 4 pręty  $\varnothing 10$  mm dołem ze stali klasy AIII-N. Zbrojenie poprzeczne zostało wykonane ze strzemion czteroczętych  $\varnothing 6$  mm w rozstawie 260 mm na całej długości płyty. Płyta została sprężona trzema cięgnami L15,5. Pole przekroju pojedynczego cięgna wynosiło  $150,5$  mm<sup>2</sup>, natomiast charakterystyczna granica plastyczności oraz wytrzymałość na rozciąganie wynosiły odpowiednio 1675 MPa oraz 1888 MPa.



Rys. 1. Geometria, przekroje i schemat statyczny płyty  
 Fig. 1. Geometry, cross-sections and static scheme of plate

### 3.2. Technika pomiaru

Przeprowadzone w sposób ciągły pomiary zostały zarejestrowane na komputerze przy użyciu czterech mostków Spider 8 o łącznej liczbie kanałów wynoszącej 28. Przekazywaną na płytę siłę mierzono za pomocą siłomierza tensometrycznego C6A Force Transducer HBM o zakresie pomiarowym do 500 kN. Pozostałe 3 siłomierze o tych samych parametrach umieszczono pod zakotwieniami biernymi, w celu pomiaru siły sprężającej w ciągnach. Do pomiaru ugięć wykorzystano 5 czujników indukcyjnych WA 50 oraz 2 czujniki WA 10 Inductive Standard Displacement Transducer HBM, o zakresie pomiarowym wynoszącym odpowiednio 50 oraz 10 mm. Czujniki o większych zakresach zostały umieszczone w  $1/3$  (1 szt.), w  $1/2$  (2 szt.) oraz w  $2/3$  (2 szt.) rozpiętości elementu, natomiast 2 pozostałe, o mniejszym zakresie, zainstalowano w  $5/6$  rozpiętości. Resztę kanałów wykorzystano do pomiaru odkształceń w stali pasywnej i betonie, w środku rozpiętości płyty. Do tych pomiarów wykorzystano 8 tensometrów foliowych naklejonych na prętach zbrojenia górnego i dolnego oraz 9 tensometrów papierowych przyklejonych bezpośrednio do powierzchni betonu. Dodatkowo odkształcenia na powierzchni betonu badano z wykorzystaniem baz pomiarowych stworzonych z wielu reperów.

### 3.3. Fazy obciążenia

Przed przystąpieniem do badań obliczono i dobrano wartość siły sprężającej w ten sposób, aby spełniała ona normowe warunki odnośnie fazy początkowej. Podczas sprężania uzyskano wartość siły sprężającej, która w 3 cięgnach wyniosła 560,3 kN, a następnie, wskutek strat doraźnych, spadła do 558,4 kN. Na podstawie metody dokładnej, zamieszczonej w [1], oszacowano wartość siły niszczącej, z tą jednak różnicą, że naprężenia w cięgnie sprężającym przemnożono przez współczynnik redukcji przyczepności  $\Omega_U$  zaproponowany przez Naamana [4]. Obciążenie dobrano w ten sposób, aby w kolejnych fazach uzyskać odpowiednio 20, 40, 60, 80 i 100 procent teoretycznego obciążenia rysującego, a następnie 70, 80, 90 i 100 procent teoretycznego obciążenia niszczącego. Ze względu na większą wytrzymałość na zginanie niż przewidywano, konieczne okazało się przeprowadzenie 3 kolejnych etapów obciążenia prowadzących do zniszczenia badanego elementu. W tabeli 1 zamieszczono opis poszczególnych etapów obciążenia wraz z wybranymi parametrami pomiarowymi.

Tabela 1

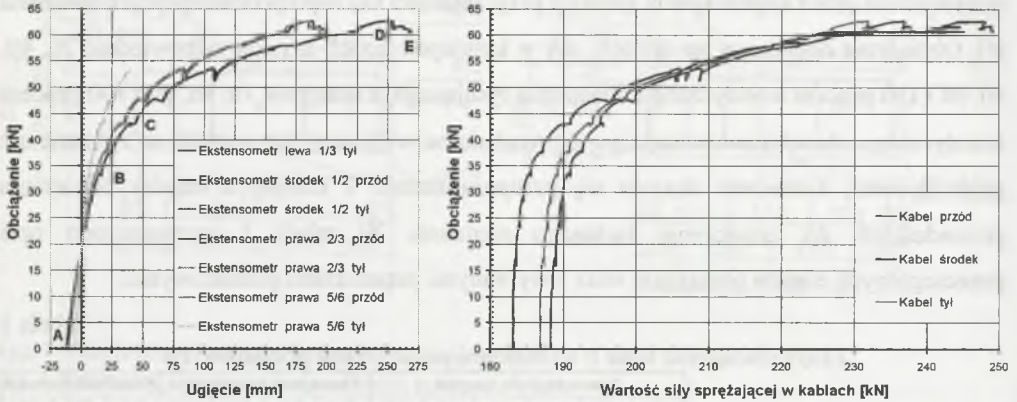
Etapu obciążenia wraz z wybranymi parametrami pomiarowymi

	Teoretyczna siła rysująca						Teoretyczna siła niszcząca				Realna siła niszcząca		
	0%	20%	40%	60%	80%	100%	70%	80%	90%	100%	82%	93%	100%
Planowana wartość obciążenia [kN]	0	5,75	11,5	17,25	23	28,75	34,3	39,2	44,1	49	-	-	-
Zrealizowana wartość obciążenia [kN]	0	5,7	11,5	17,6	23,1	28,1	33,0	37,5	43,1	47,3	51,3	58,0	62,7
Wartość siły sprężającej w cięgnach [kN]	558,4	558,2	558,8	559,9	561,3	562,8	565,8	570,0	580,1	594,3	621,0	659,7	717
Przyrost naprężeń w kablu [MPa]	0	-0,4	0,9	3,3	6,4	9,7	16,4	25,7	48,0	79,5	138,6	224,3	351,1
Ugięcie belki w 1/3 rozpiętości [mm]	-10,5	-7,9	-4,8	-1,0	3,0	7	13,1	19,0	35,6	52,7	84,0	133,0	188,4
Ugięcie belki w 1/2 rozpiętości [mm]	-12,0	-8,9	-5,4	-0,95	3,8	8,4	16,0	23,3	44,3	66,1	108,4	175,6	252,7
Ugięcie belki w 2/3 rozpiętości [mm]	-9,9	-7,4	-4,4	-0,7	3,2	7	13,0	18,8	35,0	51,7	83,0	130,1	184,7
Ugięcie belki w 5/6 rozpiętości [mm]	-5,5	-4,1	-2,4	-0,4	1,7	3,8	6,9	9,9	18,1	26,5	-	-	-

Podczas każdej z faz, po ustabilizowaniu się siły w prasie, dokonywano pomiaru odległości pomiędzy reperami. Gdy zachodziła taka konieczność, dokonywano w tym czasie również kalibracji czujników ugięć. W fazie obciążenia pomiędzy 47,1 a 51,3 kN wartość przyrostu ugięć w  $5/6$  rozpiętości płyty przekroczyła 10 mm, co wykluczyło pomiar w tym punkcie podczas dalszego przykładania siły. Brak gładkości wykresu w punktach odpowiadających kolejnym fazom obciążenia spowodowany jest wzrostem przemieszczeń przy utrzymywaniu się siły na stałym poziomie, co jest szczególnie widoczne przy wyższych wartościach obciążenia, gdy mamy do czynienia z uplastycznieniem się stali.

Na rys. 2 przedstawiono wykres obrazujący zależność pomiędzy ugięciami i siłą sprężającą a przyłożonym obciążeniem. Na pierwszym z nich zaznaczono charakterystyczne punkty: A – punkt przedstawiający wygięcie płyty od siły sprężającej po stratach doraźnych, B – punkt oznaczający powstanie pierwszych rys prostopadłych, C – punkt rozgraniczający zakres sprężysty od plastycznego, D – punkt przedstawiający nośność elementu ze względu

na zginanie, E – punkt utożsamiany ze zniszczeniem elementu. Wykorzystując wcześniej opisane punkty można podzielić wykres na kilka części, wyodrębniając następujące zakresy pracy płyty: AB – liniowy, sprężysty, niezarysowany; BC – liniowy, sprężysty, zarysowany oraz CD – nieliniowy, niesprężysty, zarysowany. Porównując oba wykresy można dostrzec, że największy przyrost siły sprężającej w ciągu (w tym wypadku ~86% całkowitego przyrostu) ma miejsce w ostatnim z wyżej wymienionych zakresów.



Rys. 2. Wykresy zależności obciążenie-ugięcie i obciążenie-siła sprężająca  
Fig. 2. Load-deflection and load-prestressing force relationship diagrams

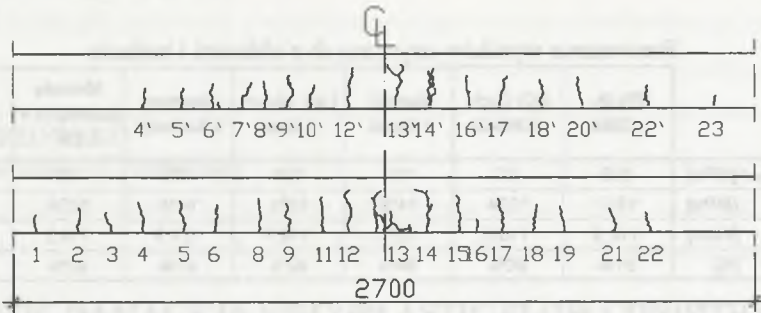
### 3.4. Zarysowanie

W kolejnych fazach obciążenia badano zarysowanie elementu. Pierwsze zarysowanie pojawiło się przy sile większej niż zakładano, dopiero przy 33 kN, tj. ~53% rzeczywistej siły niszczonej. Rysunek 3 i tabela 2 przedstawiają rozmieszczenie, kolejność pojawienia się oraz szerokość rys w poszczególnych etapach (znak „v” w tabeli 2 oznacza, że na danym etapie nastąpiła propagacja rysy, lecz nie mierzono jej szerokości).

Tabela 2

Szerokość i kolejność pojawiania się wybranych rys w poszczególnych etapach obciążenia

Oznaczenie rysy	4	5	6	8	9	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
Odległość od środka belki [cm]	88	73	62	46	35	22	13	0	16	27	34	43	54	66	
Rozwarcie rysy [mm]	Etap VI - 33,0 [kN]	v		0,1	0,1		0		0,1						
	Etap VII - 37,5 [kN]	0,05			0,1	v		0,1		0,1			0,1		
	Etap VIII - 43,1 [kN]	0,1		0,1	0,1	v		0,1		0,2	0,1		0,1	0,1	
	Etap IX - 47,3 [kN]	0,1	0,1	v	0,2	0,2	0,2	0,2	0,1	0,3	0,2	v	0,2	v	v
	Etap X - 51,3 [kN]	0,2	v	0,2	0,3			0,7	0,6	0,9	0,4				
	Etap XI - 58,0 [kN]					v	v	v	v	v	v		v		



Rys. 3. Schemat zarysowania – lustrzane odbicie widoku od tyłu (górną część rysunku) oraz widok od przodu (dolną część rysunku)

Fig. 3. Crack pattern – mirror view of rear elevation (top) and front elevation (bottom)



Rys. 4. Widok stanowiska badawczego i obraz płyty w stanie zniszczenia

Fig. 4. The test stand view and the image of plate at failure

#### 4. Porównanie wyników badania z wybranymi podejściami teoretycznymi

W tabeli 3 zestawiono wyniki obliczeń dokonanych na podstawie norm [1, 2, 3] oraz wybranych analiz teoretycznych [4, 5, 6] proponowanych przez różnych autorów. W przedostatniej kolumnie zamieszczono rezultat obliczeń przeprowadzonych z wykorzystaniem metody dokładnej, zmodyfikowanej przez wprowadzenie współczynnika redukcji odkształceń  $\Omega_U$ . Ostatnia kolumna zawiera wyniki badań. Widoczna jest duża rozbieżność pomiędzy przewidywanymi wartościami przyrostu naprężeń wciągach a wynikami badania. Znacząca jest również różnica pomiędzy teoretyczną a rzeczywistą nośnością na zginanie badanego elementu. Powoduje to niedoszacowanie nośności elementu o około 20%. Należy podkreślić, że różnica ta wynika jedynie z rozbieżności pomiędzy wynikami teoretycznymi i rezultatami badania, ponieważ wszelkie obliczenia zostały przeprowadzone z pominięciem częściowych współczynników bezpieczeństwa.

Tabela 3

Porównanie wyników uzyskanych z obliczeń i badania

	PN-B-03264	ACI Code 318M-02	Harajli i Hijazi	Lee, Moon i Lim	Naaman i Alkhalil	Metoda dokładna + $\Omega_u$	Wyniki badania
$\Delta\sigma_{p,ULS} / \Delta f_{psl}$ [MPa]	100	107	193	154	189	107	351
$\sigma_{pmt} / f_{psl}$ [MPa]	1327	1334	1420	1381	1416	1334	1587
$M_{Rd}$ [kNm]	118,8	116,8	122,1	119,7	121,9	119,2	146,0
$M_{Rd1} / M_{Rd7}$ [%]	81%	80%	84%	82%	83%	82%	100%

Wyniki otrzymane z badań opisanej w niniejszym artykule płyty, a także rezultaty testu przeprowadzonego na bliźniaczym elemencie, obciążonym dwoma siłami skupionymi w  $1/3$  i  $2/3$  rozpiętości, wykazały duże rozbieżności pomiędzy rozważanymi teoriami a przeprowadzonym doświadczeniem. Można zatem wnioskować, że powyższy temat nie jest do końca poznany. Stąd też za celowe uznano kontynuowanie badań, które mają stanowić podstawę do analizy zjawiska z wykorzystaniem MES, jak również do opracowania modelu opisującego zachowanie się elementów typu belkowego i płytowego sprężonych ciągniami bez przyczepności.

## LITERATURA

1. PN-B-03264:2002 „Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie”.
2. EN 1992-1-1:2004 „Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1:General rules and rules for buildings”.
3. Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318M-05).
4. Naaman A. E.: Stress at Ultimate in Unbonded Post-Tensioning Tendons: Part 2 – Proposed Methodology. ACI Structural Journal, No. 6, 1991, p. 683-692.
5. Harajli M. H., Kanj M. Y.: Ultimate Flexural Strength of Concrete Members Prestressed with Unbonded Tendons. ACI Structural Journal, No. 6, 1991, p. 663-673.
6. Lee L. H., Moon J. H., Lim J. H.: Proposed Methodology for Computing of Unbonded Tendon Stress at Flexural Failure. ACI Structural Journal, No. 6, 1999, p. 1040-1048.