

Krzysztof KLUSZCZYŃSKI,
Katedra Maszyn i Urządzeń Elektrycznych
Politechniki Śląskiej

Piotr MALICKI
Południowy Zakład Automatyki i Zabezpieczeń,
ENERGOEFEKT sp. z o.o., Ruda Śląska

PASOŻYTNICZE MOMENTY SYNCHRONICZNE W SILNIKU KLATKOWYM Z PIERŚCIENIEM DODATKOWYM I NIEIZOLOWANYMI PRĘTAMI WIRNIKA

Streszczenie. Przedstawiono model matematyczny trójfazowego indukcyjnego silnika klatkowego z dodatkowym pierścieniem zwierającym uwzględniającym prądy poprzeczne płynące pomiędzy nieizolowanymi prętami klatki poprzez żelazo wirnika. Wykazano, że pierścień dodatkowy może być dogodnym środkiem ograniczania momentów synchronicznych, niewrażliwym na prądy poprzeczne.

SYNCHRONOUS PARASITIC TORQUES IN SQUIRREL-CAGE MOTOR WITH ADDITIONAL RING AND UNINSULATED ROTOR-BARS

Summary. A mathematical model of the squirrel-cage induction motor with additional ring taking into account cross-currents flowing between adjacent bars through the rotor-iron is presented in the paper. It has been shown that the additional ring can be a convenient method of suppressing synchronous torques, not influenced by cross-currents.

1. WPROWADZENIE

W trójfazowym indukcyjnym silniku klatkowym, oprócz momentu asynchronicznego głównego związanego z harmoniczną główną rozkładu przestrzennego pola magnetycznego w szczelinie powietrznej, powstają pasożytne momenty asynchroniczne i synchroniczne. Momenty te zniekształcają charakterystykę mechaniczną silnika związaną z główną

harmoniczną przestrzenną, pogarszają własności maszyny przy rozruchu i nawrocie, wywołują drgania skrętne wału, obniżają sprawność silnika, wzmagają hałas itp.

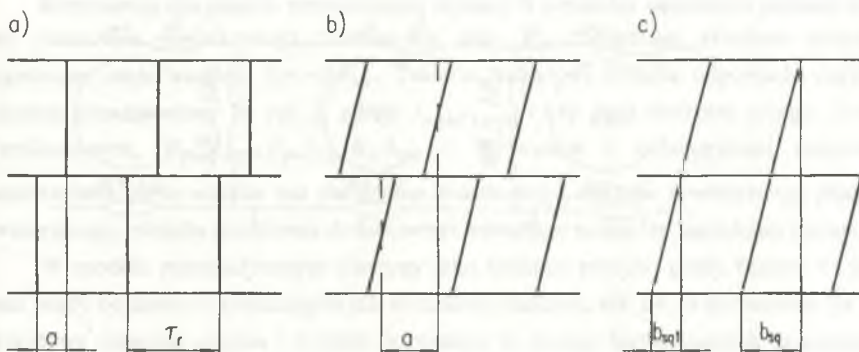
Momenty pasożytnicze powstają w maszynie w wyniku elektrodynamicznego oddziaływania wyższych harmonicznych przestrzennych pola magnetycznego w szczelinie powietrznej, których występowanie spowodowane jest głównie wyższymi harmonicznymi przestrzennymi przepływu uzwojeń, nierównomiernością szczeliny powietrznej oraz nieliniowością obwodu magnetycznego.

Momenty pasożytnicze są w produkowanych silnikach ograniczane różnymi metodami. Bardzo często stosowaną metodą jest skos żłobków wirnika. Jednak wprowadzenie skosu w silniku z nieizolowanymi prętami wirnika, a zwłaszcza w silniku z kłatką odlewana, powoduje bardzo silny wzrost prądów poprzecznych płynących pomiędzy prętami klatki poprzez żelazo wirnika. Wskutek tego w wielu przypadkach następuje osłabienie tłumiącego działania skosu na momenty pasożytnicze. Skutecznym sposobem redukowania momentów synchronicznych jest wprowadzenie dodatkowego pierścienia zwierającego w środek pakietu blach wirnika i odpowiednie skrócenie względem siebie tak powstałych połówek wirnika. Istotę działania pierścienia dodatkowego w odniesieniu do momentów synchronicznych wyjaśniono w pracy [4], ograniczając się jednak do najczęściej spotykanego przypadku wzajemnie przedłużających się skośnych prętów wirnika (rys. 1 c) i przy pominięciu zjawiska prądów poprzecznych odgrywającego istotną rolę w silnikach z prętami skośnymi.

Przedstawiony w niniejszym artykule model matematyczny silnika z pierścieniem dodatkowym, uwzględniający wyższe harmoniczne przestrzenne przepływu uzwojeń oraz prądy poprzeczne w wirniku, umożliwia wykazanie, że tłumienie momentów synchronicznych za pomocą dodatkowego pierścienia zwierającego jest - w przeciwieństwie do skosu - sposobem niewrażliwym na izolowanie lub nieizolowanie klatki wirnika.

2. MODEL MATEMATYCZNY SILNIKA

Model matematyczny indukcyjnego silnika klatkowego z dodatkowym pierścieniem zwierającym w wirniku uwzględniający wyższe harmoniczne przestrzenne przepływu uzwojeń oraz prądy poprzeczne pomiędzy prętami klatki wirnika otrzymano poprzez rozszerzenie modelu silnika bez pierścienia dodatkowego, uwzględniającego wyższe harmoniczne przestrzenne, a pomijającego prądy poprzeczne, przedstawionego w pracy [3]. W modelu założono równomierność szczeliny powietrznej, pominięto spadek napięcia magnetycznego w rdzeniu, prądy wirowe oraz wypieranie prądu w prętach klatki [5].

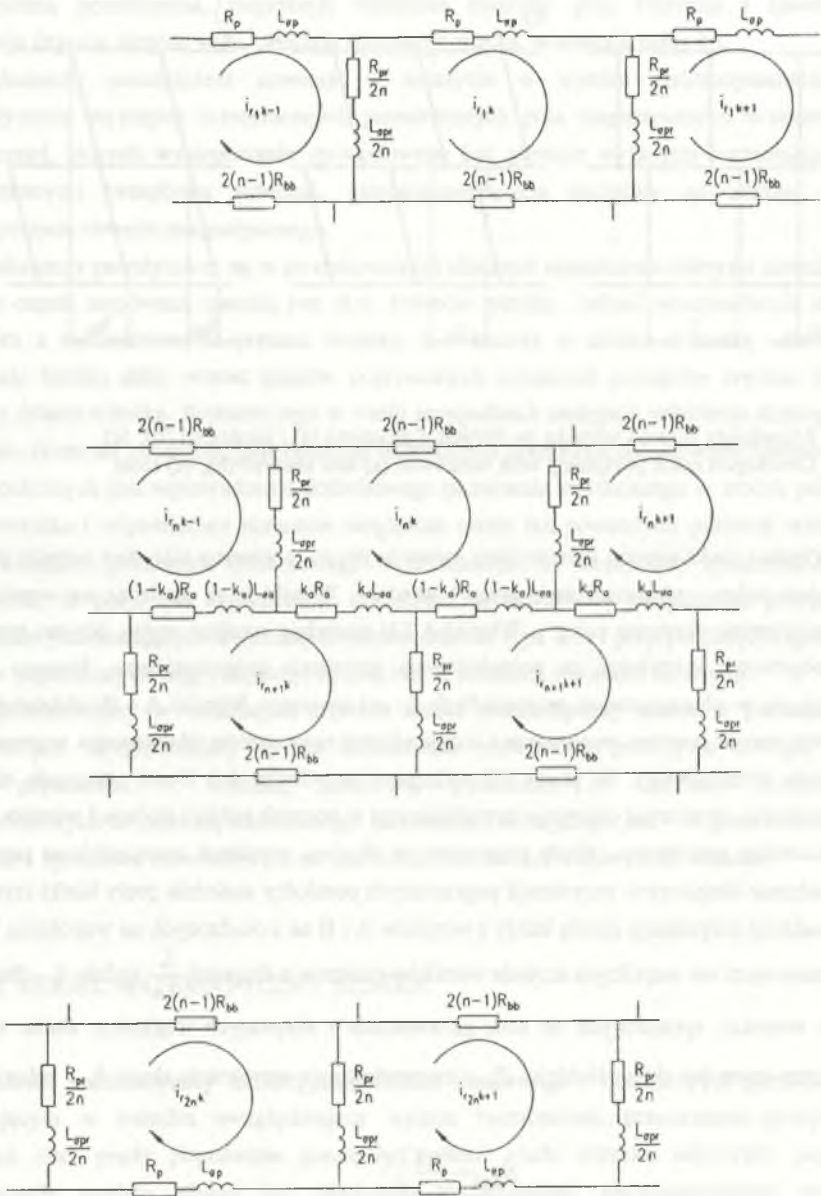


Rys. 1. Rozwinięty obwód wirnika ze żłobkami prostymi (a) i skośnymi (b), (c)
 Fig. 1. Developed rotor periphery with unskewed (a) and skewed (b), (c) slots

Wirnik z dodatkowym pierścieniem zwierającym potraktowano jako dwa wirniki A i B posiadające jeden z pierścieni zwierających wspólny. Wirniki te są osadzone na wspólnym wale i wzajemnie skręcone o kąt γ . Wirniki A i B posiadają wspólny stojan. Stojan sprzęga się z obydwoma wirnikami za pośrednictwem strumienia magnetycznego, którego linie zamykają się w płaszczyznach prostopadłych do osi maszyny. Wirniki A i B oddziałują na siebie wzajemnie poprzez rezystancje i indukcyności rozproszenia żłobkowego segmentów pierścienia dodatkowego. W pracy [5] wykazano, że wirniki A i B nie sprzęgają się za pośrednictwem strumienia osiowego przenikającego w poprzek pakietu stojana i wirnika oraz przez szczelinę powietrzną. Prądy poprzeczne w obydwu wirnikach uwzględniono poprzez wprowadzenie skupionych rezystancji poprzecznych pomiędzy sąsiednie pręty klatki (rys. 2). Wprowadzone rezystancje dzielą każdy z wirników A i B na n osadzonych na wspólnym wale i umieszczonych we wspólnym stojanie wirników-plastrów o długości $\frac{l_r}{2n}$ (gdzie l_r - długość rdzenia wirnika), sprzężonych ze sobą galwanicznie i skręconych względem siebie o kąt $\frac{\beta_{sq1}}{n-1}$, przy czym kąt skosu żłobków β_{sq1} jest powiązany z szerokością skosu b_{sq1} relacją:

$$\beta_{sq1} = \frac{b_{sq1} 2\pi}{\tau_r Q_r} \quad (1)$$

gdzie: τ_r - podziałka żłobkowa wirnika, Q_r - liczba żłobków wirnika.



Rys. 2. Rozwinięty schemat elektryczny wirnika ze skupionymi rezystancjami poprzecznymi
 Fig. 2. Developed electric scheme of rotor with lumped resistances for cross-currents

Rezystancję dla prądów poprzecznych płynących pomiędzy sąsiednimi prętami wirnika bez pierścienia dodatkowego oznacza się jako R_{bb} . Wówczas skupione rezystancje poprzeczne mają wartość $2(n-1)R_{bb}$. Takiemu modelowi wirnika odpowiada rozwinięty schemat przedstawiony na rys. 2, gdzie: i_{rnk}, i_{rn+k} - k -ty prąd oczkowy n -tego, $(n+1)$ -go wirnika-plastra, $R_{pr}, L_{opr}, R_p, L_{op}, R_a, L_{oa}$ - rezystancje i indukcyjności rozproszenia odpowiednio: pręta wirnika bez pierścienia dodatkowego, odcinka zewnętrznego pierścienia zwierającego, odcinka pierścienia dodatkowego zawartego pomiędzy sąsiednimi prętami.

W modelu matematycznym maszyny jako zmienne przyjęto prądy fazowe w stojanie oraz prądy oczkowe w poszczególnych wirnikach-plastrach, tak jak to zaznaczono na rys. 2. Przepływy uzwojeń stojana i wirnika rozwinięto w szeregi harmonicznych przestrzennych Fouriera. Wprowadzono układ współrzędnych $\alpha\beta$ dla prądów i napięć stojana i wirnika.

W celu uzyskania schematu zastępczego maszyny dla stanu ustalonego przy stałej prędkości obrotowej i symetrycznych sinusoidalnych napięciach zasilających przyjęto założenie, że reakcją wirnika na v -tą harmoniczną przestrzenną stojana jest tylko harmoniczna przestrzenna o rzędzie v . Ponadto wprowadzono transformacje obrotu dla wektorów przestrzennych prądów wirnika generowanych przez poszczególne harmoniczne przestrzenne na płaszczyzny nieruchome względem stojana. W efekcie otrzymuje się schemat zastępczy przedstawiony na rys. 3. Schemat ten stanowi szeregowe połączenie rezystancji i reaktancji rozproszenia stojana oraz ciągów sprzężonych oczek związanych z poszczególnymi harmonicznymi przestrzennymi. Na rys. 3 zaznaczono ciąg oczek dla v -tej harmonicznej przestrzennej. Poszczególne oczka w ciągach odpowiadają kolejnym wirnikom-plastram. Schemat ten umożliwi wyznaczenie prądu reakcji pierwotnej stojana I_s (składowej prądu stojana o pulsacji sieci ω_0) oraz prądów reakcji pierwotnej wirników-plastrów dla poszczególnych harmonicznymi przestrzennymi I_{rv} (składowych prądu wirnika o pulsacjach $\omega_0 s_v$ lub $\omega_0(2-s_v)$), gdzie: s_v - poślizg dla v -tej harmonicznej przestrzennej:

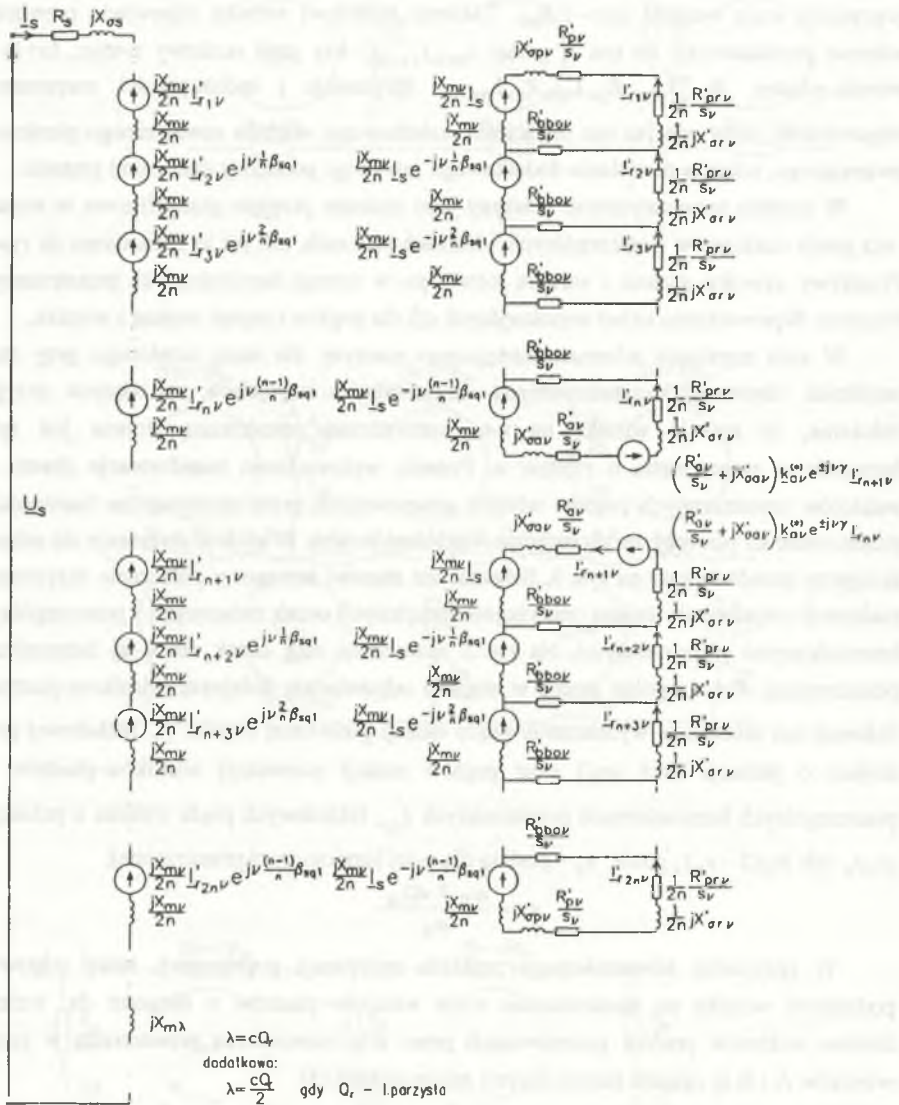
$$s_v = \frac{\omega_0 \mp v\Omega_m}{\omega_0} \quad (2)$$

W przypadku równomiernego rozkładu rezystancji poprzecznej, który odpowiada podziałowi wirnika na nieskończenie wiele wirników-plastrów o długości dx , rozkłady liniowe wektorów prądów generowanych przez v -tą harmoniczną przestrzenną w prętach wirników A i B są opisane następującymi zależnościami [5]:

$$\dot{I}'_{rvA}(x) = \underline{B}_v(e^{-j\alpha_v x} + \underline{K}_{1vA} e^{k_v x} + \underline{K}_{2vA} e^{-k_v x}) \underline{I}_s \quad (3a)$$

$$\dot{I}'_{rvB}(x) = \underline{B}_v(e^{-j\alpha_v x} + \underline{K}_{1vB} e^{k_v x} + \underline{K}_{2vB} e^{-k_v x}) \underline{I}_s \quad (3b)$$

gdzie: $\alpha_v = \pm \frac{v\beta_{sq}}{l_r}$, \underline{B}_v, k_v - współczynniki związane z parametrami schematu zastępczego.



Rys. 3. Schemat zastępczy dla silnika ze skupionymi rezystancjami pomiędzy prętami wirnika
 Fig. 3. Equivalent circuit for squirrel-cage motor with lumped interbar resistance

Współrzędna liniowa x dla wirnika A jest odległością od krawędzi pakietu wirnika A od strony zewnętrznego pierścienia zwierającego. Natomiast współrzędna x dla wirnika B jest odległością od krawędzi pakietu wirnika B od strony dodatkowego pierścienia zwierającego. Gęstość liniowa prądu poprzecznego płynącego pomiędzy sąsiednimi prętami wirnika A, B, generowanego przez v -tą harmoniczną przestrzenną wyraża się następującymi wzorami:

$$\underline{j}_{bbv_A}'(x) = \frac{d\underline{i}_{rv_A}'(x)}{dx} = \underline{B}_v(-j\alpha_v e^{-j\alpha_v x} + \underline{k}_v \underline{K}_{1v_A} e^{\underline{k}_v x} - \underline{k}_v \underline{K}_{2v_A} e^{-\underline{k}_v x}) \underline{I}_s, \quad (4a)$$

$$\underline{j}_{bbv_B}'(x) = \frac{d\underline{i}_{rv_B}'(x)}{dx} = \underline{B}_v(-j\alpha_v e^{-j\alpha_v x} + \underline{k}_v \underline{K}_{1v_B} e^{\underline{k}_v x} - \underline{k}_v \underline{K}_{2v_B} e^{-\underline{k}_v x}) \underline{I}_s, \quad (4b)$$

Stałe $\underline{K}_{1v_A}, \underline{K}_{1v_B}, \underline{K}_{2v_A}, \underline{K}_{2v_B}$ można wyznaczyć korzystając z warunków brzegowych (na krawędziach pakietów obydwu wirników A i B zachodzi równość spadków napięć w pakiecie i w pierścieniach zwierających):

- dla krawędzi od strony zewnętrznych pierścieni zwierających:

$$\underline{i}_{rv_A}'(0) \underline{Z}_{pv} = \underline{j}_{bbv_A}'(0) R_{bbv_A} l_r, \quad (5)$$

$$\underline{i}_{rv_B}'\left(\frac{l_r}{2}\right) \underline{Z}_{pv} = -\underline{j}_{bbv_B}'\left(\frac{l_r}{2}\right) R_{bbv_B} l_r, \quad (6)$$

- dla krawędzi od strony pierścienia dodatkowego:

$$\underline{i}_{rv_A}'\left(\frac{l_r}{2}\right) \underline{Z}_{av} - \underline{i}_{rv_B}'(0) \underline{Z}_{av} \underline{k}_{av}^* e^{\pm jv\gamma} = -\underline{j}_{bbv_A}'\left(\frac{l_r}{2}\right) R_{bbv_A} l_r, \quad (7)$$

$$\underline{i}_{rv_B}'(0) \underline{Z}_{av} - \underline{i}_{rv_A}'\left(\frac{l_r}{2}\right) \underline{Z}_{av} \underline{k}_{av}^* e^{\pm jv\gamma} = \underline{j}_{bbv_B}'\left(\frac{l_r}{2}\right) R_{bbv_B} l_r, \quad (8)$$

gdzie:

$\underline{Z}_{pv}, \underline{Z}_{av}$ - impedancja segmentu odpowiednio: zewnętrznego i dodatkowego pierścienia zwierającego dla v -tej harmonicznej przestrzennej,

\underline{k}_{av} - współczynnik zależny od relacji pomiędzy kątem skosu żłobków a kątem skręcenia γ .

Na uwagę zasługuje szczególny przypadek, gdy rezystancje i reaktancje rozproszenia zewnętrznych pierścieni zwierających oraz pierścienia dodatkowego są równe zero. Warunki brzegowe (5)-(8) przyjmują wtedy następującą postać:

$$\underline{j}_{bbv_A}'(0) = 0, \quad \underline{j}_{bbv_A}'\left(\frac{l_r}{2}\right) = 0, \quad \underline{j}_{bbv_B}'(0) = 0, \quad \underline{j}_{bbv_B}'\left(\frac{l_r}{2}\right) = 0 \quad (9,10,11,12)$$

Po wstawieniu (4a,b) do (9)-(12) można wyznaczyć stałe $\underline{K}_{1v_A}, \underline{K}_{1v_B}, \underline{K}_{2v_A}, \underline{K}_{2v_B}$:

$$\underline{K}_{1v_A} = \underline{K}_{1v_B} = \frac{j\alpha_v e^{-j\alpha_v \frac{l_r}{2}} - e^{-k_v \frac{l_r}{2}}}{k_v e^{k_v \frac{l_r}{2}} - e^{-k_v \frac{l_r}{2}}}, \quad (13)$$

$$\underline{K}_{2v_A} = \underline{K}_{2v_B} = \frac{j\alpha_v e^{-j\alpha_v \frac{l_r}{2}} - e^{-k_v \frac{l_r}{2}}}{k_v e^{k_v \frac{l_r}{2}} - e^{-k_v \frac{l_r}{2}}}. \quad (14)$$

Równości (13), (14) oznaczają, że przy pominięciu rezystancji i reaktancji rozproszenia pierścieni zawierających rozkłady prądów $\dot{I}'_{rv_A}(x)$ i $\dot{I}'_{rv_B}(x)$ generowanych w wirnikach A i B przez v -tą harmoniczną przestrzenną są identyczne. Identyczne są również rozkłady gęstości prądów poprzecznych $\dot{J}'_{bbv_A}(x)$ i $\dot{J}'_{bbv_B}(x)$. Wniosek ten umożliwia uzasadnienie skuteczności działania pierścienia dodatkowego w obecności prądów poprzecznych.

3. PASOŻYTNICZE MOMENTY SYNCHRONICZNE

Znajomość prądów reakcji pierwotnej stojana i wirnika wyznaczonych w oparciu o schemat zastępczy z rys. 3 wystarcza do wyznaczenia dominujących składowych momentów pasożytniczych - tzw. momentów pasożytniczych I rzędu. Pasożytniczy moment synchroniczny I rzędu związany z parą harmonicznymi przestrzennymi (v , ρ), powstający w silniku z pierścieniem dodatkowym jest w przypadku równomiernego rozkładu rezystancji poprzecznej opisany następującą zależnością [5]:

$$T_{e(v,\rho)s} = a'_{(v,\rho)} \operatorname{Re} \left[\pm j \underline{I}'_s \frac{1}{2} \left(\frac{2}{l_r} \int_0^{\frac{l_r}{2}} (\dot{I}'_{rv_A}(x) + \dot{I}'_{rv_B}(x)) e^{\pm j(v \pm \rho)y} e^{\pm j\alpha_v x} dx \right)^{(*)} e^{\pm j(v \pm \rho)\vartheta_0} \right] + \\ + a''_{(v,\rho)} \operatorname{Re} \left[\pm j \underline{I}'_s \frac{1}{2} \left(\frac{2}{l_r} \int_0^{\frac{l_r}{2}} (\dot{I}'_{r\rho_A}(x) + \dot{I}'_{r\rho_B}(x)) e^{\pm j(v \pm \rho)y} e^{\pm j\alpha_v x} dx \right)^{(*)} e^{\pm j(v \pm \rho)\vartheta_0} \right] \quad (15)$$

Jeśli przyjąć założenie, że rezystancje i indukcyjności rozproszenia zewnętrznych pierścieni zawierających oraz pierścienia dodatkowego są równe zero, to - jak wykazano wcześniej - rozkłady prądów generowanych w wirnikach A i B przez v -tą lub ρ -tą harmoniczną przestrzenną są identyczne:

$$\dot{I}_{rv_A}(x) = \dot{I}_{rv_B}(x) = \dot{I}_{rv}(x) \quad (16)$$

$$\dot{I}_{r\rho_A}(x) = \dot{I}_{r\rho_B}(x) = \dot{I}_{r\rho}(x) \quad (17)$$

Wzór na moment synchroniczny (15), przyjmuje wówczas następującą postać:

$$T_{e(v,\rho)s} = \dot{a}_{(v,\rho)} \operatorname{Re} \left\{ \pm j \dot{I}_s^* \frac{1}{2} \left(\frac{2}{l_r} \int_0^{\frac{l_r}{2}} \dot{I}_{rv}(x) (1 + e^{\pm j(v \pm \rho)\gamma}) e^{\pm j\alpha_v x} dx \right)^{(*)} e^{\pm j(v \pm \rho)\vartheta_0} \right\} + \dot{a}_{(v,\rho)}'' \operatorname{Re} \left\{ \pm j \dot{I}_s^* \frac{1}{2} \left(\frac{2}{l_r} \int_0^{\frac{l_r}{2}} \dot{I}_{r\rho}(x) (1 + e^{\pm j(v \pm \rho)\gamma}) e^{\pm j\alpha_v x} dx \right)^{(*)} e^{\pm j(v \pm \rho)\vartheta_0} \right\} \quad (18)$$

Przy kącie wzajemnego skręcenia połówek wirnika określonym zależnością:

$$\gamma = \frac{\pi}{v \pm \rho} \quad (19)$$

wyrażenie $1 + e^{\pm j(v \pm \rho)\gamma}$ we wzorze (18) staje się równe zero. Następuje więc wówczas całkowite słumienie momentu synchronicznego związanego z parą harmonicznymi (v, ρ) , pomimo że w wirniku płyną prądy poprzeczne pomiędzy prętami klatki.

4. WNIOSKI

W artykule przedstawiono model matematyczny indukcyjnego silnika klatkowego z dodatkowym pierścieniem zwierającym, uwzględniający prądy poprzeczne w wirniku. Z zależności określających amplitudy pasożytniczych momentów synchronicznych wynika, że wprowadzenie pierścienia dodatkowego jest - w przypadku odpowiednio małych rezystancji i indukcyjności rozproszenia zewnętrznych pierścieni zwierających i pierścienia dodatkowego - dogodnym środkiem ograniczania pasożytniczych momentów synchronicznych niewrażliwym na prądy poprzeczne.

LITERATURA

1. Hickiewicz J., Łukaniszyn M., Szymaniec S., Wach P.: On reducing the vibration and noise level of induction motors with integral and fractional slot windings. Archiv für Elektrotechnik 73, 1990, 163-171.

2. Jordan H., Weis M.: Nutenschrägung und ihre Wirkungen. ETZ-A 88, 1967, 528-533.
3. Kluszczyński K., Miksiewicz R.: Momenty pasożytnicze w indukcyjnych silnikach klatkowych. Prace Sekcji Maszyn Elektrycznych i Transformatorów Komitetu Elektrotechniki PAN, PTETiS, Warszawa - Gliwice 1993.
4. Kluszczyński K., Miksiewicz R.: Squirrel-cage motor with additional ring in rotor. Electric Machines and Power Systems 21, 1993, 1-9.
5. Malicki P.: Momenty pasożytnicze w trójfazowych indukcyjnych silnikach klatkowych bez oraz z dodatkowym pierścieniem zwierającym w wirniku przy uwzględnieniu prądów poprzecznych. Praca doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice 1995.
6. Williamson S., Adams N., K.: Cage induction motors with inter-rings. IEE Proc. 136B, 1989, 263-274.

Recenzent: Dr hab. inż. Piotr Wach, prof. WSI w Opolu

Wpłynęło do Redakcji dnia 10 listopada 1995 r.

Abstract

In an induction motor, besides the main asynchronous torque, asynchronous and synchronous parasitic torques arise. The reason for generating parasitic torques is mainly interaction among MMF space harmonics in the air gap. Synchronous parasitic torques arising in an induction motor deteriorate dynamic properties of the motor at starting and reversals, increase the noise and cause vibrations. Parasitic synchronous torques arising in a squirrel cage induction motor can be suppressed by skewing the rotor slots as well as by an additional ring joining all the bars of the cage in the midst of the rotor length. In the motor with uninsulated rotor-bars cross currents flowing from one bar to another through the iron change distribution of rotor current. It is known that effectiveness of the skew in a motor with uninsulated rotor-bars is significantly lower than that in the motor with insulated rotor-bars. A mathematical model of the squirrel-cage induction motor with additional ring taking into account cross-currents flowing between adjacent bars through the rotor-iron is presented in the paper. The additional ring divides the rotor into two halves which can be turned mutually around the shaft. These two halves can be treated as two separate rotors having one ring in common. The interbar resistance R_{bb} is substituted by n lumped resistances of the value $(n-1)R_{bb}$. Developed rotor electric scheme and the lumped-parameter equivalent-circuit corresponding to such a model are presented in Fig. 2 and 3 respectively. If resistances and leakage reactances of end-rings and the additional ring are equal to zero, the distributions of currents related to any MMF harmonic will be the same in both halves of the rotor (16), (17). Then if the halves are mutually turned by the angle γ given by relation (19), the synchronous parasitic torque, related to the pair of harmonics (ν, ρ) given by relation (18), will be suppressed just as in the motor with insulated rotor-bars.