ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

Nr 14 Energetyka z. 2 1957

Stefan Barczyk

Katedra Aerologii Górniczej

Logarytmiczny układ pracy

Wprowadzono nowy, tzw. logarytmiczny układ pracy o współrzędnych $(\lg\frac{p}{p_0}, T)$. Układ ten jest szczególnie korzystny dla obiegów gazów doskonałych. Powierzchnia ograniczona linią obiegową przedstawia wtedy pracę jednostkową obiegu, tak jak w układzie (P,v) i (T,s).

Podano łatwe sposoby kreślenia dowolnej politropy w logarytmicznym układzie pracy. Układ ten pozwala w sposób poglądowy i prosty analizować pracę maszyny ze względu na rodzaj przemian, a szczególnie badać wpływ temperatury i ciśnienia na wielkość pracy jednostkowej obiegu. W tym celu wprowadzono pojecie obiegu prostokątnego i obiegu przesuniętego. Obieg prostokątny w danym układzie jest obiegiem największej pracy jednostkowej w zakresie ustalonych wartości parametrów występujących na osiach układu.

Wykazano, że z maszyn pracujących w określonych granicach temperatur i ciśnień optymalna ze względu na pracę jednostkową i sprawność jest maszyna z regeneracją ciepła, której obieg tworzą graniczne izobary i izotermy. Obieg ten wytycza jeden z kierunków rozwoju maszyn cieplnych.

1. Oznaczenia

$A = \frac{1}{427}$	kcal/kGm	— cieplny równoważnik pracy,
Al	kcal/kg	— praca w jednostkach ciepła;
c_p	kcal/(kg · 1°)	— ciepło właściwe pod stałym ciśnieniem;
c_v	kcal/(kg · 1°)	— ciepło właściwe przy stałej objętości
F		— powierzchnia w logarytmicznym układzie pracy;
$\varkappa = \frac{c_p}{c_v}$		— wykładnik adiabaty;
l	kGm/kg	— jednostkowa praca bezwzględna;
l_t	kGm/kg	— jednostkowa praca techniczna;
l_{ob}	kGm/kg	— jednostkowa praca obiegu;
m		— wykładnik politropy;
n		— wskaźnik wyzyskania pracy;
P	kG/m²	— ciśnienie;
p	kG/cm²	— ciśnienie;
p_0	kG/cm²	— ciśnienie porównawcze;
q	kcal/kg	— jednostkowe ciepło doprowadzone;
R	kGm/(kg · 1°)	— indywidualna stała gazowa;
s	kcal/(kg · 1°)	— entropia właściwa;

T	$^\circ K$	— temperatura bezzwględna;
v	m^3/kg	— objętość właściwa;
η		— sprawność termiczna obiegu.

2. Pojęcia podstawowe

2.1. Wstęp

Teoria maszyn cieplnych zajmuje się przemianami termodynamicznymi czynnika roboczego. Z przemianą jest związane doprowadzenie lub odprowadzenie ciepła oraz wykonywanie pracy przez czynnik termodynamiczny. Czynnik przechodzi przy tym ze stanu 1 do stanu 2.

Rozważać będziemy przemiany zamknięte dotyczące w zasadzie 1 kg czynnika. Przyjmiemy, że czynnikiem termodynamicznym jest gaz doskonały, który podlega prawu Clapeyrona

$$P \cdot v = R \cdot T. \tag{1}$$

Założymy także, że rozważane przemiany są odwracalne.

Przebieg przemian termodynamicznych można śledzić na odpowiednich wykresach na płaszczyźnie. Na osiach układu odkłada sią bądź to któryś z parametrów stanu (np: $y = P$; $x = v$) lub funkcje jednego z nich ($y = \lg P$, $x = \lg T$) albo funkcje kilku parametrów $\left(y = \frac{Pv}{RT}, \; x = P\right)$. W układach tych każda krzywa jest odwzorowaniem pewnej przemiany.

Specjalnie ważne są następujące przemiany charakterystyczne: izotermiczna ($T = \mathrm{const}$), izobaryczna ($P = \mathrm{const}$), izochoryczna ($v = \mathrm{const}$), izentropowa ($s = \mathrm{const}$) i politropowa określona równaniem

$$P \cdot v^m = \mathrm{const}. \tag{2}$$

Dowolną przemianę termodynamiczną można z wystarczającą dla praktyki dokładnością zastąpić kilkoma kolejnymi przemianami politropowymi. W dalszym ciągu niniejszej pracy przyjęto, że przemiany składają się z politrop. Będziemy rozpatrywać głównie obiegi czynnika termodynamicznego. W obiegu czynnik roboczy po szeregu przemian wraca do stanu początkowego. Masa czynnika w całym obiegu nie ulega zmianie. Obiegi rzeczywiste można zastąpić z pewnym przybliżeniem kilkoma przemianami politropowymi. Najmniejsza ilość tych przemian w obiegu wynosi trzy, najczęściej zaś występują cztery przemiany, np. w obiegu Carnota.

Na wykresie w przyjętym układzie (y, x) obieg odwzorowany jest pewną zamkniętą linią obiegową, z zaznaczeniem kierunku przemian, (obieg prawo- i lewobieżny). Linia ta ogranicza pewne pole. Szczególne znaczenie mają układy, w których powierzchnia pola zamkniętego linią obiegową jest miarą pracy wykonanej przez czynnik.

Używa się dwóch układów:

a) układu pracy Clapeyrona, o współrzędnych (P,v).

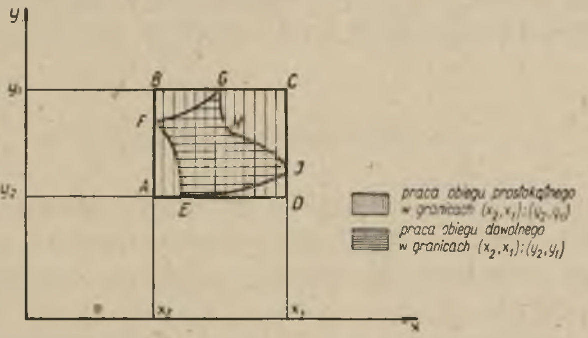
b) układu ciepła Belpaire'a o współrzędnych (T,s).

W układzie (P,v) pole w obrębie linii obiegowej przedstawia pracę obiegu w kGm/kg, w układzie (T,s) pole w obrębie linii obiegowej jest równe różnicy ciepła doprowadzonego i odprowadzonego w obiegu i przedstawia pracę obiegu w kcal/kg.

2.2. Obieg prostokątny w układzie pracy

Będziemy rozważać ogólne układy pracy, dlatego wprowadzimy ogólne współrzędne (y, x). Przykładem ich jest zarówno układ pracy (P, v) jak i układ ciepła (T,s).

Pole obiegu w danym układzie pracy ma kształt mniej lub więcej nieregularny, na ogół ograniczony odcinkami krzywych. Pośród obiegów



Rys. 1. Obieg prostokątny w ogólnym układzie pracy w granicach (x_2, x_1), (y_2, y_1)

w danym układzie wyróżnimy tzw. *obiegi prostokątne*. *Obiegiem prostokątnym w układzie pracy (y, x) nazwiemy obieg, którego odwzorowaniem w tym układzie jest prostokąt ABCD o bokach równoległych do osi* (rys. 1). Równania boków są następujące:

$$x = x_1; \qquad x = x_2$$
$$y = y_1; \qquad y = y_2 \tag{3}$$

Są to więc równania przemian obiegu.

Wszystkie punkty p o w i e r z c h n i obiegu spełniają warunki

$$x_2 \leqslant x \leqslant x_1$$
$$y_2 \leqslant y \leqslant y_1 . \tag{3a}$$

Wyobraźmy sobie nieskończony zbiór obiegów, których odwzorowania wpisane są w prostokąt $ABCD$. Punkty tych obiegów spełniają warunek (3a) i to w ten sposób, że przynajmniej jeden punkt dotyka każdego boku prostokąta. Dla tych granicznych punktów spełniony jest warunek (3). Przykładem obiegu wpisanego jest obieg $EFGHI$ (rys. 1).

Powierzchnia obiegów wpisanych jest oczywiście mniejsza od powierzchni prostokąta. Jest więc oczywiste twierdzenie:

W zakresie określonych parametrów (y_1, y_2; x_1, x_2) *obieg prostokątny w układzie* (y, x) *jest obiegiem największej pracy jednostkowej. Wszelkie inne obiegi zawarte w tych granicach dają pracę jednostkową mniejszą.*

Jeżeli przyjmiemy pewną stałą ilość okresów (czyli obrotów maszyny w jednostce czasu), to maszyna pracująca według obiegu prostokątnego jest przy określonym natężeniu przepływu czynnika termodynamicznego maszyną największej mocy. Obieg składający się z tych samych przemian, lecz w innym układzie (tzn. w zakresie innego rodzaju parametrów skrajnych) nie jest obiegiem największej pracy jednostkowej.

Przykładem obiegu największej pracy jednostkowej w zakresie ustalonych wartości temperatur i entropii jest obieg Carnota. Składa się on z dwu izentrop i dwu izoterm i jest obiegiem prostokątnym w układzie (T, s).

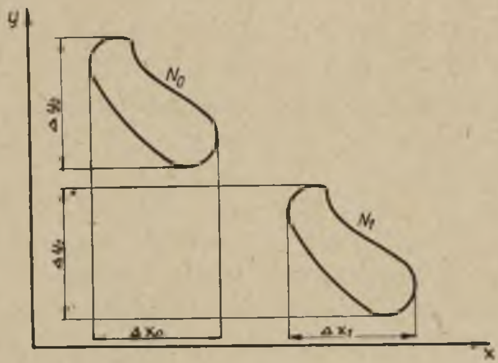
2.3. Przesunięcie obiegu

W dowolnym układzie pracy (y, x) mamy odwzorowany obieg O_0 w postaci zamkniętej linii N_0. Jeżeli wyobrażamy sobie, że linię tę możemy przesunąć równolegle do obranego dowolnie kierunku, to nowe jej położenie N_1 na płaszczyźnie wyznaczy inny obieg O_1, w którym praca jednostkowa jest taka sama jak w obiegu pierwotnym (rys. 2). Obiegi przesunięte są więc obiegami równej pracy jednostkowej. Przesunięcie równoległe wymaga tych samych różnic parametrów, czyli

$$\Delta x_0 = \Delta x_1; \ \Delta y_0 = \Delta y_1$$

Obieg przesunięty, z termodynamicznego punktu widzenia, jest możliwy do zrealizowania. Ogólnie jednak byłaby potrzebna do tego maszyna różna od tej, w której zrealizowano obieg pierwotny. Nie bierzemy pod uwagę wielkości elementów samej maszyny, lecz tylko charakter przemian termodynamicznych. Na przykład izochora obiegu pierwotnego mogłaby przestać nią być w obiegu przesuniętym. Jeżeli więc np. obieg pierwotny był zrealizowany w maszynie pracującej według porównawczego obiegu Otta, zawierającego dwie izochory, to realizacja obiegu przesuniętego mogłaby się okazać niemożliwa w tej maszynie.

Przy przesunięciu obiegów prostokątnych charakter przemian termodynamicznych nie ulegnie zmianie, a zatem po przesunięciu np. prostokątnego obiegu Carnota w układzie (T, s) otrzymamy również obieg Carnota.



Rys. 2. Obiegi przesunięte w układzie pracy

Przesunięcia obiegów pozwalają analizować wpływ zmiany parametrów, głównie zaś ich granicznych wartości, na pracę uzyskaną w maszynie cieplnej.

3. Logarytmiczny układ pracy

3.1. Układ ($\lg p$, T) lub $\left(\lg \frac{p}{p_0}, T\right)$

Praca bezwzględna określona jest zależnością

$$l_{1-2} = \int_1^2 P \cdot dv \,. \tag{4}$$

Jeżeli rozważamy przemiany gazu doskonałego, to objętość właściwa wynika z równania Clapeyrona (1)

$$v = \frac{RT}{P}. \tag{1a}$$

Stąd

$$dv = -\frac{RT}{P^2} \cdot dP + \frac{R}{P} \cdot dT,$$

czyli

$$l_{1-2} = -R \cdot \int_1^2 \frac{T}{P} \cdot dP + R \cdot \int_1^2 dT \,.$$

Całkując przez części pierwszy wyraz, otrzymamy

$$l_{1-2} = -RT \cdot \ln P + R\int_1^2 dT \cdot \ln P + R \cdot \int_1^2 dT$$

$$l_{1-2} = \int_1^2 P \cdot dv = R \cdot \int_1^2 \ln P \cdot dT + R \cdot (T_2 - T_1) + R \cdot T_1 \cdot \ln P_1 - R \cdot T_2 \cdot \ln P \tag{5}$$

Pracę bezwzględną można również wyrazić wzorem

$$l_{1-2} = R \cdot \int_1^2 \ln \frac{P}{P_0} \cdot dT + R \cdot (T_2 - T_1) + RT_1 \cdot \ln \frac{P_1}{P_0} - RT_2 \cdot \ln \frac{P_2}{P_0}, \tag{5a}$$

gdzie P_0 oznacza dowolną wielkość ciśnienia (np. $P_0 = 1$ kG/m^2 lub 10 000 kG/m^2, czyli 1 at). Dzięki takiemu przekształceniu we wzorze (5a) występują tylko logarytmy liczb niemianowanych.

W równaniu (5a) ciśnienia można wyrazić w dowolnych, jednakowych jednostkach, np. kG/cm^2; używamy wtedy symboli p_0, p_1, p_2. Zamieniając we wzorze (5a) logarytm naturalny na dziesiętny otrzymamy więc

$$l_{1-2} = 2{,}303 \cdot R \cdot \int_1^2 \lg \frac{p}{p_0} \cdot dT + R \cdot (T_2 - T_1) + 2{,}303 \cdot RT_1 \cdot \lg \frac{p_1}{p_0} -$$

$$- 2{,}303 \cdot RT_2 \cdot \lg \frac{p_2}{p_0}. \tag{5b}$$

Dla obiegu spełnione są warunki

$$T_1 = T_2; \quad p_1 = p_2,$$

dzięki czemu w wyrażeniach (5), (5a) pozostaje tylko pierwszy wyraz

$$l_{ob} = \int dl = \int P \cdot dv = R \cdot \int \ln \frac{p}{p_0} \cdot dT. \tag{6}$$

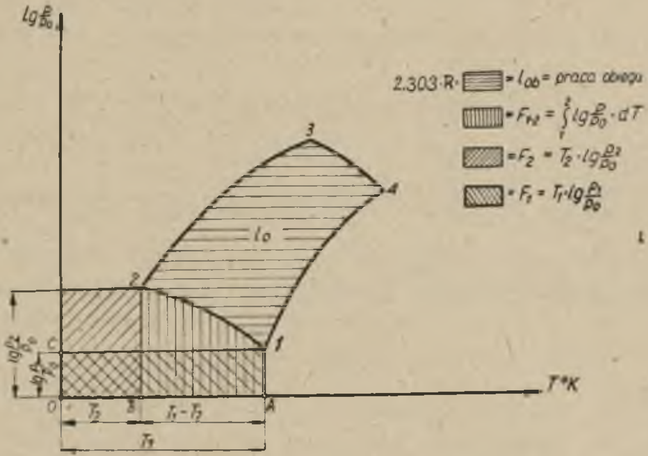
Zamieniając logarytm naturalny na dziesiętny otrzymujemy

$$l_{ob} = 2{,}303 \cdot R \cdot \oint \lg \frac{p}{p_0} \cdot dT. \tag{6a}$$

Wielkości wchodzące do wzorów (5a), (6), (6a) można otrzymać z wykresu w logarytmicznym układzie pracy (rys. 3). Na osi odciętych odkłada się temperaturę bezwzględną T, na osi rzędnych zaś $\lg \frac{p}{p_0}$. Dla prostej $p = p_0$ jest $\lg \frac{p}{p_0} = 0$. Za początek układu przyjmujemy punkt 0 leżący na tej prostej.

Za p_0 należy przyjąć ciśnienie mniejsze lub równe najmniejszemu ciśnieniu, jakie występuje w danym przykładzie.

Dla przemiany 1 — 2 pracę jednostkową bezwzględną l_{1-2} określa wzór (5b). Praca ta jest sumą algebraiczną czterech wyrazów, przy czym



Rys. 3. Praca w logarytmicznym układzie pracy

do każdego z nich wchodzi jako czynnik indywidualna stała gazowa R, a do trzech współczynnik liczbowy 2,303; wystarczy więc określić pozostały trzon tych wyrazów. Są to:

$$\int_1^2 \lg \frac{p}{p_0} \cdot dT; \; (T_2 - T_1); \; T_1 \cdot \lg \frac{p_1}{p_0}; \; T_2 \cdot \lg \frac{p_2}{p_0}.$$

a) Wyraz $\int_1^2 \lg \frac{p}{p_0} \cdot dT$ jako całka określona przedstawia powierzchnię $1-2-B-A$ którą oznaczamy przez F_{1-2} (rys. 3)

$$F_{1-2} = \int_1^2 \lg \frac{p}{p_0} \cdot dT. \tag{7a}$$

b) Wyraz $(T_1 - T_2)$ przedstawia odcinek $\overline{BA}$; w tym przypadku jest on dodatni.

c) Wyraz $T_1 \cdot \lg \frac{p_1}{p_0}$ jako iloczyn współrzędnych punktu 1 przedstawia powierzchnię prostokąta $1-C-O-A$, którą oznaczamy przez F_1

$$F_1 = T_1 \cdot \lg \frac{p_1}{p_0} \tag{7b}$$

d) Wielkość $T_2 \cdot \lg \frac{p_2}{p_0}$ przedstawia powierzchnię prostokąta 2-*D*-*O*-*B*, którą oznaczamy przez F_2

$$F_2 = T_2 \cdot \lg \frac{p_2}{p_0} \tag{7c}$$

Podane powyżej wielkości możemy więc określić z rysunku 3 przy uwzględnieniu skali.

Jednostkowa praca bezwzględna wynosi więc

$$l_{1-2} = 2{,}303 \cdot R \cdot (F_{1-2} + F_1 - F_2) + R \cdot \overline{BA}\,. \tag{8}$$

Dla obiegu praca wyrażona jest całką okrężną $\oint \lg \frac{p}{p_0} \cdot dT$, a więc wielkością powierzchni w obrębie linii obiegowej w odpowiedniej skali (rys. 3). Jeżeli powierzchnię w obrębie linii obiegowej *1-2-3-4* nazwiemy przez F_{ob}, to

$$l_{ob} = 2{,}303 \cdot R \cdot F_{ob}; \tag{9}$$

Wzór (9) jest znacznie prostszy od wzoru (8), a zatem logarytmiczny układ pracy jest szczególnie korzystny dla odwzorowywania obiegów. Wynika to również z porównania wyjściowych wzorów (5b), (6a). Dla obliczenia pracy wystarczy splanimetrować powierzchnię obiegu, aby otrzymać pracę, tak jak w układach Clapeyrona i Belpaire'a.

Układ logarytmiczny $\left(\lg \frac{p}{p_0}, T\right)$ *jest więc również układem pracy podobnie jak układy (P, v) i (T, s).* [1]

Logarytmiczny wykres pracy nie jest znany w dostępnej literaturze termodynamicznej (por. [2] do [16]). Szczególny przypadek zastosowania tego układu podał autor we wcześniejszej swej pracy [1].

3.2 Wykreślenie politropy w układzie $\left(\lg \frac{p}{p_0}, T\right)$

Korzystając z równania Clapeyrona (1) i z równania definicyjnego politropy (2) otrzymamy jej równanie w układzie *p*, *T*;

$$T = C_1 \cdot p^{\frac{m-1}{m}} \quad \text{lub} \quad T = T_0 \cdot \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{m-1}{m}}; \tag{10}$$

---

[1] Z rysunku 3 wynika, że algebraiczna suma pól: $F_{1\text{-}2} + F_1 - F_2$ przedstawia pole *1 — 2 — D — C — 1*. Jest to pewna praca $l_{x,\,1\text{-}2}$ przemiany 1 — 2. Przy uwzględnieniu równania (1) jest więc na podstawie (5,8)

$$l_{1\text{-}2} = l_{x,\,1\text{-}2} + P_2 v_2 - P_1 v_1,$$

a ze znanej zależności między pracą bezwzględną i techniczną wynika, $l_{x,\,1\text{-}2}$ jest pracą techniczną przemiany 1 — 2.

przy czym p_0 jest dowolnie przyjętym stałym ciśnieniem porównawczym, T_0 zaś jest zależne od parametrów znanego punktu przemiany i wielkości p_0

$$\lg T = \lg T_0 + \frac{m-1}{m} \cdot \lg \frac{p}{p_0}.$$

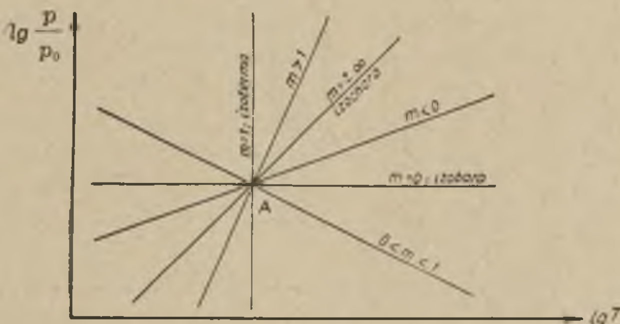
Wartość $\lg T_0$ jest stałą dla danej przemiany

$$\lg T_0 = c,$$

czyli

$$\lg T = c + \frac{m-1}{m} \cdot \lg \frac{p}{p_0}. \qquad (11)^{1}$$

W układzie $\left(\lg T, \lg \frac{p}{p_0}\right)$ odwzorowaniem każdej politropy jest linia prosta i, odwrotnie, każdemu kierunkowi odpowiada określona wartość wykładnika politropy. Przez każdy punkt płaszczyzny w tym układzie przechodzi pęk prostych — politrop (rys. 4).



Rys. 4. Wykres gromady politrop przechodzących przez dany punkt A w układzie $\left(\lg \frac{p}{p_0}, \lg T\right)$

Zatem w układzie logarytmicznym powierzchnia ograniczona linią przemianową, osią rzędnych i granicznymi rzędnymi, przedstawia pracę techniczną (podobnie jak w układzie P, v).

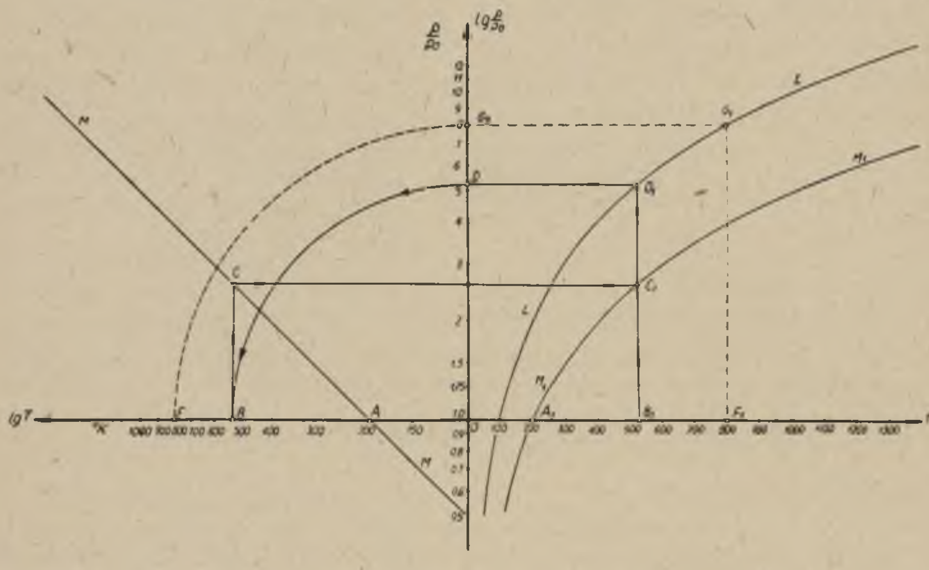
W niniejszej pracy ograniczyliśmy się tylko do obiegów. Prostsze wyprowadzenie tej zależności i szersze rozważania przeprowadziliśmy w pracy: „*Logarytmiczny układ pracy i jego zastosowanie w aerologii górniczej*".

[1] W pracy symbol T w wyrażeniu $\lg T$ jest liczbą oderwaną, co łatwo udowodnić. Dowolną temperaturę T można uważać jako iloczyn liczby niemianowanej równej liczbie stopnia i jednostki (1°). Oznaczając przez $|T|$ niemianowaną liczbę stopni Kelwina otrzymamy więc: $T = |T| \cdot 1°$; $T_0 = |T_0|$. W równaniu (10 skróci się 1°, tak że po obu stronach otrzymamy $|T|$, $|T_0|$, a więc w równaniu (11) powinno być $\lg |T|$. Ze względu na przejrzystość opuszczamy kreski przy wartości T.

Układu tego, jako pomocniczego, użyjemy do wykreślenia dowolnej politropy w układzie $\left(\lg \frac{p}{p_0}, T\right)$ (rys. 5).

Układ pomocniczy $\left(\lg \frac{p}{p_0}, \lg T\right)$ dorysowujemy do układu $\left(\lg \frac{p}{p_0}, T\right)$ tak, że osie ciśnień pokrywają się, a logarytmiczna oś temperatur $\lg T$ jest skierowana przeciwnie niż oś T. Za początek układu przyjęto: $\frac{p}{p_0} = 1$; $T = 1$. Na osiach oznaczamy także $\frac{p}{p_0}$, T.

Stosunek ciśnień (czyli ciśnienie p) może przyjmować dowolne wartości dodatnie. Skala logarytmiczna „w dół" jest nieskończona, mianowicie dla $\frac{p}{p_0} = 0$, czyli dla $p = 0$ otrzymuje się punkt położony nieskończenie daleko. W prawej części wykresu kreślimy krzywą logarytmiczną $L - L$ o równaniu $y_1 = \lg T$; jest ona podstawą do wykreślenia dowol-



Rys. 5. Konstrukcja politropy w układzie $\left(\lg \frac{p}{p_0}, T\right)$

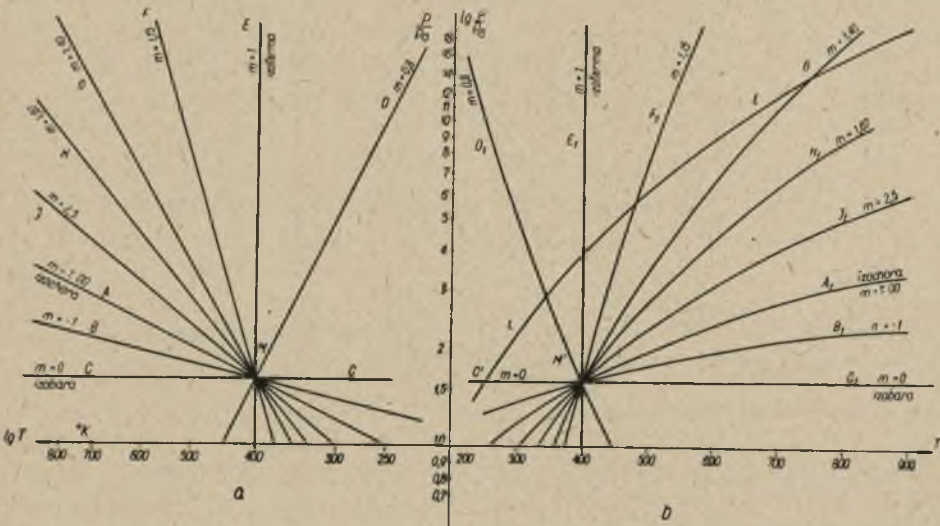
nych politrop. W tym celu na osi y można nanieść także skalę $\lg T$ (może być ona podobna do skali $\lg \frac{p_1}{p_0}$). Dla temperatury określonej punktem F_1 otrzymamy punkt G_1 krzywej L-L za pomocą zależności

$$F_1G_1 = \lg T.$$

Na rysunku 5 przyjęto $T = 800$ °K.

Skalę lg T można także przenosić ze skali lewej (lg T) za pomocą łuku koła $OF = OG_2$, przy czym punkt F ma odciętą $T = 800$, czyli $OF = OG_2 = \lg T = F_1G_1$. Punkt G_1 przecięcia się prostopadłych wystawionych do osi współrzędnych w punktach F_1, G_2 leży na logarytmice podstawowej $L - L$.

Stąd widoczna jest już konstrukcja politropy o żądanym wykładniku m. Niech politropa ta w układzie $\left(\lg \frac{p}{p_0}, \lg T\right)$ (lewa część rysunku) będzie przedstawiona prostą M-M. Na rysunku 5 jest to izochora. Należy wyznaczyć rzędną politropy dla dowolnej temperatury T określonej punktem B_1. W tym celu z punktu B_1 wystawia się prostopadłą do osi T aż do przecięcia z logarytmiką podstawową $L - L$ w punkcie D_1. Z punktu D_1 prowadzi się równoległą do osi T do przecięcia z osią ciśnień w punkcie D. Promieniem OD zatacza się łuk, otrzymując punkt B na osi lg T. Prostopadła BC w tym punkcie przecina politropę M-M w punk-



Rys. 6. Wykres politrop przechodzących przez punkt M $\left(\frac{p}{p_0} = 1{,}6;\ T = 400°\,\mathrm{K}\right)$:
a) w układzie $\left(\lg \frac{p}{p_0}, \lg T\right)$, b) w układzie $\left(\lg \frac{p}{p_0}, T\right)$

cie C. Równoległa do osi T poprowadzona z punktu C przecina prostą $B_1 D_1$ w punkcie C_1, leżącym na żądanej politropie. Na rysunku 5 strzałkami zaznaczono kierunki opisanych czynności.

W opisany sposób wykreślono na rys. 6 szereg politrop przechodzących przez punkt M $\left(\frac{p}{p_0} = 1{,}6;\ 400°\mathrm{K}\right)$. Krzywa L-L na tym rysunku jest logarytmiką podstawową. Wykładniki politrop i ich szczególne nazwy ujęto w zestawieniu 1.

Politropę w układzie $\left(\lg \frac{p}{p_0}, T\right)$ możemy także wykreślić w inny sposób, wychodząc np. z równania (11)

$$\lg \frac{p}{p_0} = \frac{m}{m-1} \cdot \lg T + C_1 \tag{11a}$$

Mając wykres *L-L* logarytmiki $Y_1 = \lg T$ możemy z niego otrzymać wykres dowolnej politropy mnożąc jej rzędne przez $\frac{m}{m-1}$ i dodając stałą

Zestawienie 1

Politropy na rysunku 6

Oznaczenie	Wykładnik politropy m	$\frac{m-1}{m}$	Równanie szczególne	Nazwa politropy
MC	0,0	∞	$p = c_1$	izobara
MD	0,8	— 0,25	—	
ME	1,0	0,00	$T = c_2$	izoterma
MF	1,15	0,129	—	
MG	1,40	0,285	$s = c_3$	izentropa, gaz 2-atom
MH	1,67	0,400	$s = c_4$	izentropa, gaz 1-atom
MI	2,5	0,600	—	
MA	$\pm\infty$	1,00	$v = c_5$	izochora

C_1 dla danej przemiany. Odpada wtedy konieczność kreślenia lewej części rysunku (część a, rys. 6). Sama logarytmika *L-L* jest wykresem izochory przechodzącej przez punkt $\left(\frac{p}{p_0} = 1;\ T = 1\right)$.

Wynika stąd, że w *logarytmicznym układzie pracy politropy o takim samym wykładniku są do siebie równolegle przesunięte w kierunku osi rzędnych.* Wystarczy np. wykonać szablon jednej izentropy z zaznaczeniem na niej temperatur, aby wykreślić według niego izentropę przechodzącą przez dowolny punkt płaszczyzny.

Gromada politrop na rysunku 6 wystarcza więc do wykreślenia każdej przemiany o tychże wykładnikach w logarytmicznym układzie pracy. Praktycznie przemiany możemy kreślić na przezroczystej kalce przesuwając ją w kierunku pionowym po podłożonym wykresie podstawowym. Wynika stąd, że dowolny obieg składający się z politrop po przesunięciu w kierunku osi ciśnień (tzn. dla tych samych zakresów temperatur) składa się z takich samych politrop, a więc charakter obiegu nie ulega zmianie.

4. Własności logarytmicznego układu pracy

4.1. Obieg największej pracy jednostkowej dla danego zakresu temperatur i ciśnień

Warunkiem koniecznym dla działania maszyn cieplnych jest istnienie dwóch źródeł ciepła o różnych temperaturach: T_1, T_2. Dla uzyskania w obiegu pracy czynnik termodynamiczny musi również podlegać zmianom ciśnienia od pewnego najwyższego p_1 dla danej maszyny do najniższego p_2.

Maszyna cieplna pracuje więc w pewnym przedziale temperatur (T_1, T_2) i ciśnień (p_1, p_2). Ze stanowiska termodynamicznego wysokość temperatur i ciśnień nie jest ograniczona.

Przy budowie maszyn oba wymienione parametry są bardzo ważne; podlegają one znacznym ograniczeniem ze względu na mechaniczną i termiczną wytrzymałość tworzyw, wskutek czego powodują obniżenie mocy i sprawności maszyn w stosunku do wielkości termodynamicznie możliwych. I tak przy spalaniu możemy uzyskać temperatury w granicach od 1500 do 2000 °C, a np. temperatura łopatek turbin przy ciągłej i pewnej pracy dla obecnie znanych materiałów nie może przekraczać około 800 °C.

Podobnie przedstawia się sprawa ze stosowanymi ciśnieniami.

Granice temperatury i ciśnienia wpływają na wielkość jednostkowej pracy obiegu (dotyczącej 1 kg czynnika), czyli na moc maszyny i jej sprawność.

Zajmiemy się bliżej zagadnieniem pracy oraz mocy, gdyż zagadnienie sprawności jest dość wyczerpująco opracowane.

Na podstawie powyższych uwag uzasadnione jest postawienie pytania: *dla jakiego obiegu termodynamicznego. pracującego w granicach temperatur (T_1, T_2) i ciśnień (p_1, p_2) praca obiegu jest największa.*

Na podstawie punktów 2.2 i 3.1 wynika, że *obiegiem największej pracy jednostkowej $l_{ob,max}$, przebiegającym w granicach (T_1, T_2) i (p_1, p_2) jest przebieg prostokątny w logarytmicznym układzie pracy (rys. 7). Obieg ten składa się z dwóch izoterm i dwóch izobar.*

Jednostkowa praca tego obiegu wynosi zgodnie ze wzorem (6a)

$$l_{ob\ max} = 2{,}303 \cdot R \cdot (T_1 - T_2) \cdot \lg \frac{p_1}{p_2}. \tag{12}$$

Dla dowolnego obiegu przebiegającego w tych samych granicach temperatur i ciśnień, praca obiegu l_{ob} określona jest równaniem (6a).

Wielkość

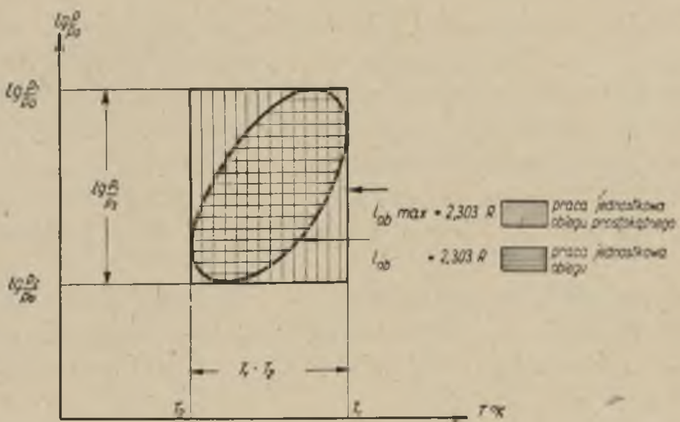
$$n = \frac{l_{ob}}{l_{ob\ max}} \tag{13}$$

nazwiemy wskaźnikiem wyzyskania pracy (lub mocy) maszyny cieplnej lub ściślej — *wskaźnikiem wyzyskania spadku ciśnienia i temperatury.* Oczywiście sprawność maszyny jest innym pojęciem.

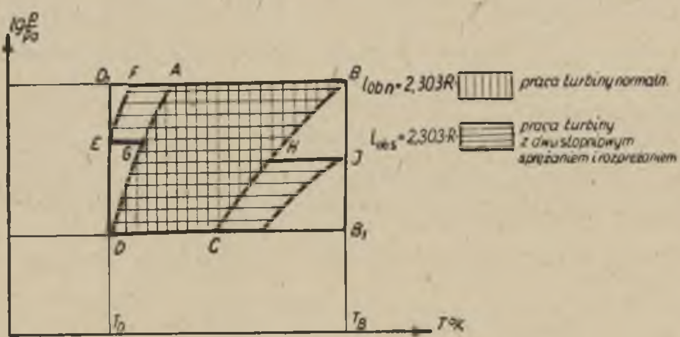
Dla klasycznego obiegu Carnota, składającego się z dwóch izoterm i dwóch izentrop, sprawność jest maksymalna, lecz jednostkowa praca obiegu dla danego zakresu temperatur i ciśnień nie jest maksymalna.

Dla turbiny gazowej z izobarycznym doprowadzeniem ciepła, obieg składa się z dwóch izobar: *AB, DC* i dwóch adiabat: *DA, CB,* a pracę obiegu wyraża pole *ABCD* (rys. 8).

Turbina pracuje więc w zakresie temperatur: T_B, T_D, i w zakresie ciśnień p_A, p_D.



Rys. 7. Obieg największej pracy jednostkowej w logarytmicznym układzie pracy

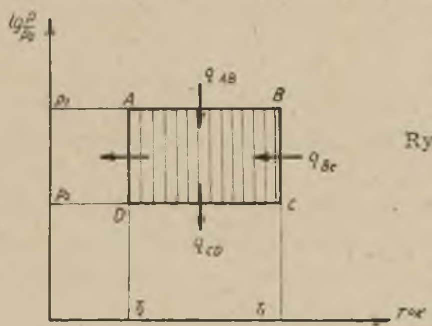


Rys. 8. Wykres pracy turbiny gazowej

Dla tych zakresów największa praca jednostkowa wyraża się powierzchnią prostokąta DD_1BB_1, wskaźnik wyzyskania pracy zaś stosunkiem powierzchni

$$n = \frac{ABCD}{DD_1\,BB_1}. \tag{13a}$$

Wiele maszyn ma w swym obiegu izobary. W maszynach rzeczywistych, zwłaszcza szybkobieżnych procesy przebiegają nie izotermicznie, lecz raczej adiabatycznie. Praktycznie możemy się jednak zbliżać do procesu izotermicznego jako elementu obiegu największej pracy jednostkowej; wówczas zamiast adiabaty sprężania *DA* stosujemy sprężanie stopniowe *DA* i *EF* z chłodzeniem międzystopniowym izobarycznym *EG*, zamiast zaś adiabatycznego rozprężania *BC* stosujemy stopniowe rozprężanie *BH*, *JK*. Między obu adiabatami rozprężania następuje izobaryczne podgrzanie *HJ* w komorze dodatkowego spalania. Ilość stosowanych stopni sprężania i rozprężania może być większa, przy czym jest oczywiste, że *przy nieograniczonym wzroście ilości stopni jednostkowa praca obiegu*



Rys. 9. Obieg prostokątny w logarytmicznym układzie pracy

dąży do maksimum. Obieg największej pracy jednostkowej ma więc duże znaczenie termodynamiczne, gdyż praktycznie dążymy do jego realizacji, a na logarytmicznym wykresie pracy jego interpretacja jest bardzo prosta.

Określimy teraz pracę uzyskaną w tym obiegu oraz jego sprawność. Obieg (rys. 9) przebiega w zakresie temperatur (T_1, T_2) i ciśnień (p_1, p_2), przy czym $T_1 > T_2$, $p_1 > p_2$.

Określimy ciepło doprowadzone w każdej przemianie:

$$q_{AB} = c_p \cdot (T_1 - T_2),$$

$$q_{BC} = + A \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2},$$

$$q_{CD} = - c_p \cdot (T_1 - T_2),$$

$$q_{DA} = - A \cdot R \cdot T_2 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Jednostkowa praca obiegu

$$Al_{ob} = q_{AB} + q_{BC} + q_{CD} + q_{DA} = A \cdot R \cdot (T_1 - T_2) \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Sprawność termiczna obiegu prostokątnego w układzie $\left(\ln \frac{p}{p_0}, T\right)$:

$$\eta = \frac{Al_{ob}}{q_{AB} + q_{BC}} = \frac{A \cdot R \cdot (T_1 - T_2) \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}}{c_p \cdot (T_1 - T_2) + A \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}},$$

$$\eta = \frac{1 - \frac{T_2}{T_1}}{1 + \frac{c_p \cdot (T_1 - T_2)}{A \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}}} \tag{14}$$

Sprawność ta jest oczywiście mniejsza od sprawności silnika Carnota

$$\eta_C = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Charakterystyczną cechą obiegu największej pracy jednostkowej jest to, że ciepło pochłonięte i oddane podczas przemian izobarycznych jest jednakowe: $q_{AB} = - q_{CD}$.

Teoretycznie wystarczy więc zamagazynować ciepło q_{CD} oddane w przemianie CD i oddać je czynnikowi w przemianie AB. Otrzymamy wtedy obieg z regeneracją, ciepło pobrane w obiegu wynosić będzie tylko q_{BC}. Wtedy sprawność równa jest sprawności silnika Carnota

$$\eta_r = \frac{Al_{ob}}{q_{BC}} = \eta_C = 1 - \frac{T_2}{T_1}, \tag{15}$$

która stanowi górną granicę sprawności wszelkich silników. A więc *obieg największej pracy jednostkowej przy doskonałej regeneracji ciepła jest obiegiem maksymalnej sprawności* (uogólniony obieg Carnota). Silnik taki zbudował Ericson w 1833 r. Współcześnie buduje się na tej zasadzie (tzn. z regeneracją ciepła) turbiny gazowe.

Obieg największej pracy jednostkowej dla danego spadku temperatury i ciśnienia jest odwzorowany w sposób prosty w układzie $\left(\lg \frac{p}{p_0}, T\right)$ ma więc duże znaczenie i może służyć jako wzorzec termodynamiczny, do którego zbliżają się rzeczywiste obiegi.

Dla przykładu rozważymy obieg największej pracy jednostkowej i obieg Carnota dla tych samych zakresów temperatur i ciśnień.

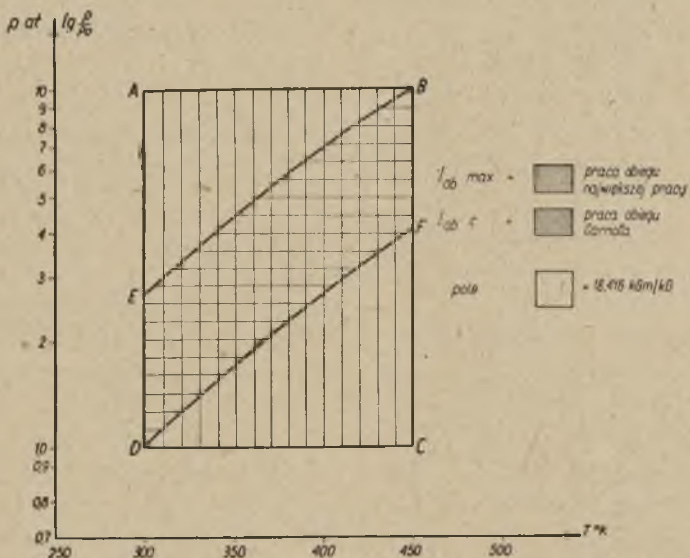
Przyjmiemy obieg 1 kg powietrza, dla którego $R = 29{,}27$ kGm/(kg.1°). Przemiany przebiegają w granicach ciśnień: $p_1 = 10$ kG/cm^2, $p_2 = 1$ kG/cm^2 i w granicach temperatur: $T_1 = 450$°K, $T_2 = 300$°K. Jeżeli za ciśnienie odniesienia przyjmiemy $p_0 = 1$ kG/cm², to $\frac{p}{p_0}$ liczbowo (liczba oderwana) będzie równa ilości atmosfer ciśnienia p. Stąd po lewej stronie skali oznaczono p(at), (rys. 10). Pole F zawarte w obrębie linii obiegu $ABCD$ wyraża pracę jednostkową tego obiegu. Skalę podano na wykresie, jednostka powierzchni odpowiada pracy $18{,}416 \cdot R$ kGm/kg. Pole F wynosi 18,75 jednostek, a więc praca obiegu ma wartość

$$l_{\text{ob max}} = 18{,}416 \cdot R \cdot F = 18{,}416 \cdot 29{,}27 \cdot 18{,}75 = 10\,109 \text{ kGm/kg}.$$

Oczywiście tę samą wielkość uzyskamy ze wzoru (10)

$$l_{\text{ob max}} = 2{,}303 \cdot 29{,}27 \cdot (450 - 300) \cdot \lg\frac{10}{1} = 10\,109 \text{ kGm/kg}.$$

Na rysunku 10 wykreślono także obieg Carnota $DEBF$ dla tych samych zakresów temperatur i ciśnień. Praca jednostkowa obiegu Carnota

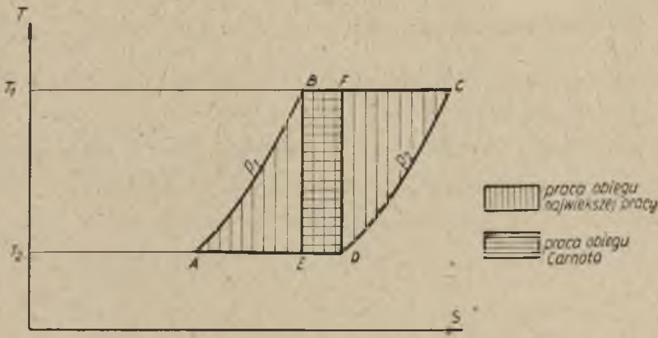


Rys. 10. Obieg największej pracy jednostkowej (prostokątny) i obieg Carnota dla tych samych zakresów ciśnień i temperatur w logarytmicznym układzie pracy

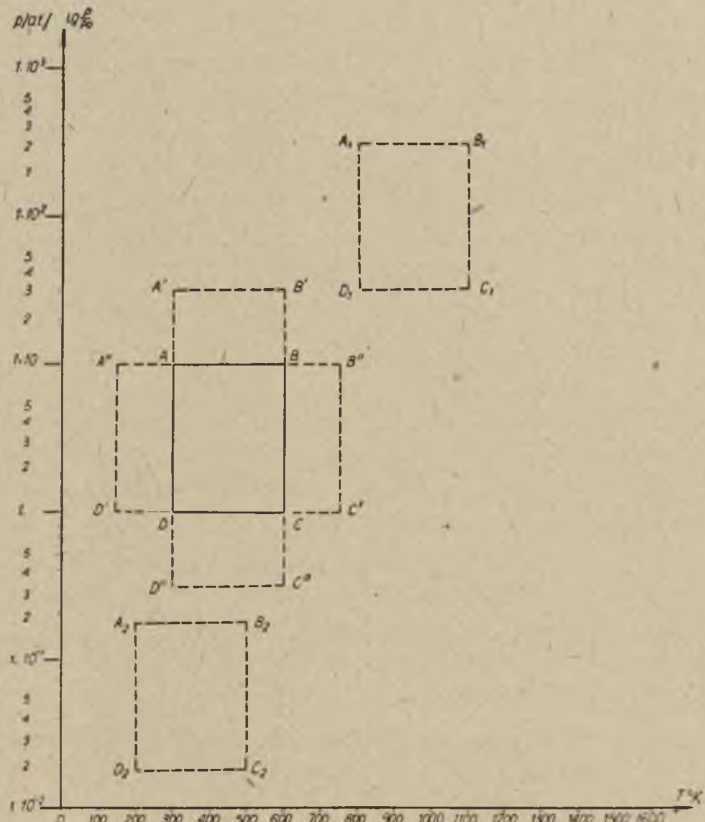
wyrażona polem $DEBF$ jest oczywiście mniejsza od pracy obiegu $ABCD$. Zagadnienie to przedstawimy także w układzie ciepła (rys. 11).

Praca obiegu Carnota wynosi:

$$l_{\text{ob C}} = 2{,}303 \cdot \left(R \cdot \lg\frac{p_1}{p_2} - \frac{c_p}{A} \cdot \lg\frac{T_1}{T_2}\right) \cdot (T_1 - T_2).$$



Rys. 11. Obieg największej jednostkowej pracy i obieg Carnota dla tych samych zakresów ciśnień i temperatur w układzie ciepła



Rys. 12. Wpływ zmian zakresu ciśnień i temperatur na wielkość jednostkowej pracy obiegu

Dla naszego przykładu [$c_p = 0{,}24$ kcal/(kg.1°)]

$$l_{ob\,C} = 2{,}303 \left(29{,}27 \cdot \lg \frac{10}{1} - 0{,}24 \cdot 427 \cdot \lg \frac{450}{300}\right) \cdot (45 - 300),$$

$$l_{ob\,C} = 3869 \text{ kGm kg}.$$

Praca obiegu Carnota stanowi więc tylko 38,2% pracy obiegu prostokątnego. Wielkość ta zależy od przyjętych ciśnień i temperatur.

4.2. Wpływ ciśnienia i temperatury na pracę obiegu

Logarytmiczny wykres pracy pozwala w sposób prosty zanalizować wpływ zmiany ciśnienia i temperatury na pracę obiegu.

Obiegi maszyn rzeczywistych składają się z różnych przemian, wśród których często występują przemiany izobaryczne. Jak uzasadniono, do przemiany izotermicznej możemy się dostatecznie zbliżyć, a więc do analizy możemy przyjąć jako wzorcowy obieg prostokątny $ABCD$ (rys. 12).

Przesuwając równolegle prostokąt $ABCD$ otrzymamy dowolne obiegi $A_1B_1C_1D_1$, $A_2B_2C_2D_2$ itd. o tej samej pracy jednostkowej. Podobnie pracę obiegu możemy powiększyć dowolną ilość razy, wydłużając go w górę i w dół, w prawo lub w lewo. Na rysunku następujące obiegi dają pracę 1,5 razy większą od pracy obiegu $ABCD$: $A'B'CD$, $ABC''D''$ $AB''C'D$, $A''BCD'$.

Z wzoru (12) wynika, że *jednakowe prace jednostkowe uzyskuje się zachowując niezmienioną różnicę temperatur skrajnych lub stały stosunek skrajnych ciśnień.*

Twierdzenie to jest słuszne nie tylko dla obiegów prostokątnych, lecz dla wszystkich obiegów. Przy przesunięciu możemy otrzymać wprawdzie inne rodzaje przemian termodynamicznych, lecz praktycznie mogą się one różnić tylko nieznacznie od pierwotnych. Jeśli jednak rozpatrujemy tylko przesunięcia w kierunku osi ciśnień, tzn. wyzyskując te same granice temperatur obiegu, to jego charakter nie ulegnie zmianie, pozostając nadal pierwotnym obiegiem np. Otta lub Carnota.

Jeśli chodzi o ciśnienia, to tę samą wielkość pracy można uzyskać np. przy spadku ciśnień od 100—10 at, 10—1, 1—0,1, 0,1—0,01 itd. Widzimy tu rolę wysokiej próżni. Jeśli przeciwciśnienie p_2 maleje do zera, to praca wzrasta nieograniczenie, oczywiście dla gazu doskonałego. Wtedy jednak objętość właściwa wzrasta bardzo silnie, tak że konstrukcyjne opanowanie tych objętości jest trudne, co stanowi również granicę dla p_2.

Przy niskim przeciwciśnieniu p_2 małą korzyść daje nawet znaczny wzrost ciśnienia p_1. Jeżeli jednak maszyna działa przy wysokich przeciwciśnieniach, to procentowy wzrost pracy przy wzroście ciśnienia górnego jest większy.

Wpływ zmiany temperatury jest istotniejszy niż wpływ wzrostu górnego ciśnienia, gdyż praca jest proporcjonalna do różnicy temperatur. Aby uzyskać wyższą sprawność, należy obieg przesuwać w kierunku niższych temperatur.

Ze spadkiem p_2, T_2 wzrasta praca, a więc np. moc silników pracujących w statkach międzyplanetarnych wybitnie wzrasta.

Z rozważań powyższych wynika, że idealna turbina gazowa z izobarycznym doprowadzeniem ciepła i z regeneracją ciepła jest realizacją optymalnego obiegu termodynamicznego ze względu na sprawność i jednostkową pracę obiegu.

Rozwój turbin gazowych — to samo dotyczy i innych maszyn cieplnych — powinien iść w kierunku nie tyle wzrostu ciśnienia co wzrostu temperatury (wzór 12). Wniosek ten potwierdzają znane żmudne badania.

Zastosowanie regeneracji ciepła do maszyn tłokowych, np. w oparciu o silnik Diesla, byłoby bardzo korzystne. Ze względu na osiągnięte już wyższe ciśnienie, a zwłaszcza temperatury, silnik taki przewyższałby współczesne turbiny i diesle.

Otrzymano 20 lutego 1956 r.

BIBLIOGRAFIA

[1] S. Barczyk, *Depresja cieplna w układzie ciśnienie-temperatura*. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej „Górnictwo" nr I, Gliwice 1956.
[2] C. Białobrzeski, *Termodynamika*, Warszawa 1955.
[3] P. Epstein, *Textbook of Thermodynamics*, New York 1949.
[4] A. C. Ястжембский, Техническая Термодинамика, Москва 1953.
[5] Ł. Lazarewicz, *Teoria maszyn cieplnych*, Cz. I, Genewa, 1942.
[6] A. M. Litwin, *Teoretyczne podstawy techniki cieplnej*, Cz. I *Termodynamika techniczna*, Warszawa 1952.
[7] M. Marchis, *Termodynamika*. Warszawa 1918
[8] W. N. Nusselt, *Termodynamika techniczna*, Gliwice 1948.
[9] St. Ochęduszko — *Teoria maszyn cieplnych*, Warszawa 1953.
[10] M. Planck — *Vorlesungen über Thermodynamik*, Leipzig 1911.
[11] Д. Робертс, Теплота и термодинамика, Москва, 1950.
[12] W. Shüle — *Leitfaden der Technischen Wärmechanik*, Berlin 1925.
[13] B. Stefanowski, *Podstawy techniki cieplnej*, Warszawa 1947.
[14] B. Stefanowski, *Termodynamika techniczna*, Warszawa 1949.
[15] H. Weber, *Thermodynamics for Chemical Engineers*, New York 1949.
[16] J. Zagórski, *Termodynamika techniczna*, Warszawa 1953.

Sprostowanie zauważonych błędów

Str.	Rysunek	Jest	Powinno być	Uwagi
61	3			W punkcie przecięcia osi rzędnych z prostą poziomą wychodzącą z punktu 2 należy dopisać literę *D*
63	4	$\lg \frac{p}{p}$	$\lg \frac{p}{p_0}$	przy osi rzędnych
65	6	$m = \pm 00$	$m = \pm \infty$	błąd powtarza się dwukrotnie
68	7	l_{ob} max	$l_{ob, \max}$	
68	8			dopisać literę *K* przy końcu krzywej wychodzącej z punktu *J*
69	9	$\leftarrow$	$q_{AD} \leftarrow$	lewa strzałka pozioma
71	10	kGm/kG	kGm/kg	