ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

Nr 14 Energetyka z. 2 1957

*Jan Szargut*

Katedra Teorii Maszyn Cieplnych

# Wymiana ciepła przez promieniowanie pomiędzy dwoma równoległymi prętami

W pracy wykazano, że przy obliczaniu ilości ciepła wymienionego przez promieniowanie pomiędzy dwoma równoległymi prętami należy zmienić tradycyjne ujęcie nitkowej metody wyznaczania stosunku konfiguracji. Ujęcie tradycyjne można stosować tylko do powierzchni o dużej emisyjności. W przypadku rozpatrywania powierzchni o małej emisyjności błąd obliczenia ilości wymienionego ciepła zmniejsza się, jeżeli przy obliczaniu stosunku konfiguracji bierze się pod uwagę tylko tę część rozważanej powierzchni, która bezpośrednio uczestniczy w wymianie ciepła przez promieniowanie.

## 1. Wstęp

Ilość ciepła wymienianego pomiędzy dwiema powierzchniami przez promieniowanie oblicza się za pomocą wzoru (por. [1])

$$\dot{Q}_r = F_1 \cdot \varepsilon_{1-2} \cdot C_c \cdot \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \text{ kcal/h}; \tag{1}$$

$F_1$ m² — pole powierzchni 1,

$\varepsilon_{1-2}$ — stosunek wymiany energii promienistej między powierzchnią 1 i powierzchnią 2,

$C_c = 4{,}885 \dfrac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot (1\ ^\circ\text{K})^4}$ — stała promieniowania ciała doskonale czarnego,

$T_1$ °K — temperatura bezwzględna powierzchni 1.

$T_2$ °K — temperatura bezwzględna powierzchni 2.

Stosunek wymiany energii promienistej w układzie dwu dowolnie usytuowanych powierzchni, z których żadna nie jest wklęsła, można obliczyć za pomocą wzoru podanego przez Około-Kułaka [2]

$$\frac{1}{\varepsilon_{1-2}} = \frac{1}{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot \varphi_{1-2}} + \varphi_{1-2} \cdot \frac{F_1}{F_2} \cdot \left( \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 - \frac{1}{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2} \right) \tag{2}$$

$\varepsilon_1$ — emisyjność powierzchni 1,
$\varepsilon_2$ — emisyjność powierzchni 2,
$\varphi_{1-2}$ — średni stosunek konfiguracji powierzchni 1 względem powierzchni 2,
$F_1, F_2$ m$^2$ — powierzchnie, które biorą udział we wzajemnej wymianie promieniowania.

Wzór (2) jest ściśle słuszny przy założeniach następujących [2]:
a) powierzchnie są jednorodne i doskonale szare,
b) powierzchnie podlegają prawu Lamberta,
c) powierzchnie są izotermiczne,
d) lokalne stosunki konfiguracji są dla każdej z rozpatrywanych powierzchni prawie niezmienne,
e) promieniowanie rozproszone poza układ nie wraca do niego.

Założenie d) najczęściej nie jest spełnione. Wówczas wzór (2) daje wyniki obarczone błędem. Należy jednak podkreślić, że błąd ten jest mniejszy niż w przypadku stosowania następującego wzoru, często spotykanego w literaturze:

$$\varepsilon_{1-2} = \varphi_{1-2} \cdot \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \tag{3}$$

Wzór (3) można stosować jedynie przy rozpatrywaniu powierzchni o dużej emisyjności (absorpcyjności) [1]. Uwzględnia on bowiem tylko pierwsze odbicia, wzór (2) natomiast został wyprowadzony przy uwzględnieniu odbić wielokrotnych.

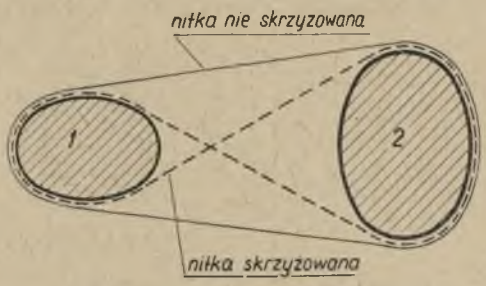
Założenie e) można uważać za spełnione, jeżeli powierzchnie otaczające układ posiadają dostatecznie wysoką absorpcyjność i dostatecznie niską temperaturę.

Stosunek konfiguracji $\varphi_{1-2}$ w układzie dwu równoległych nieskończenie długich prętów nie posiadających wklęsłości najprościej można wyznaczyć metodą nitkową Polaka [1], [3], [4]. Tradycyjne ujęcie tej metody jest następujące: Przekroje rozpatrywanych prętów należy otoczyć nitką prostą i nitką skrzyżowaną (rys. 1). Średni stosunek konfiguracji wynika z wzoru:

$$\varphi_{1-2} = \frac{l_{sk} - l_{pr}}{2\,l_1} = h \cdot \frac{l_{sk} - l_{pr}}{2\,F_1}; \tag{4}$$

$l_{sk}$ m — długość nitki skrzyżowanej,
$l_{pr}$ m — długość nitki nie skrzyżowanej,
$l_1$ m — obwód pręta 1,
$h$ m — długość wycinka pręta, do której odnosimy obliczenie ilości wymienionego ciepła,
$F_1$ m$^2$ — pole pobocznicy rozważanego wycinka pręta 1.

Nie trudno wykazać, że wzór (4) w połączeniu z wzorami (2) i (1) daje wyniki niejednoznaczne i obarczone w wielu przypadkach dużymi błędami.




Rys. 1. Nitkowa metoda wyznaczania średniego stosunku konfiguracji

## 2. Niejednoznaczność obliczeń opartych na wzorze (4)

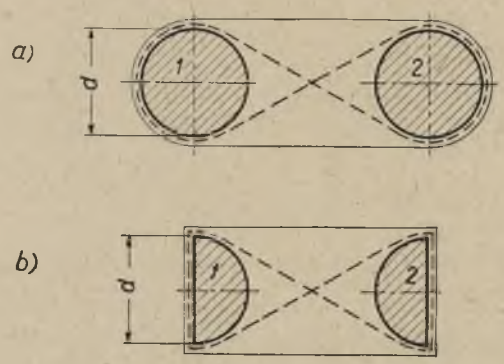
W wymianie ciepła pomiędzy równoległymi prętami uczestniczy tylko część powierzchni tych prętów, a mianowicie ta część, której nie dotyka nitka nie skrzyżowana. Zmiana wielkości i kształtu „zacienionych" części powierzchni nie wpłynie oczywiście na ilość ciepła wymienionego przez promieniowanie. Wzory (1), (2) i (4) powinny więc bez względu na wielkość i kształt zacienionych części powierzchni dać te same wyniki obliczeń.

Wzór (4) w połączeniu z wzorami (1) i (2) nie spełnia tego żądania. Zmiana wielkości zacienionych powierzchni nie wpływa na wartość różnicy ($l_{sk} - l_{pr}$), a więc nie powoduje też zmiany wartości iloczynu $\varphi_{1-2} \cdot F_1$. Gdyby wzory (1) i (2) dało się sprowadzić do takiej postaci, by występował wszędzie tylko iloczyn $\varphi_{1-2} \cdot F_1$ (tzn. aby ani wielkość $\varphi_{1-2}$, ani wielkość $F_1$ nie występowała indywidualnie) wynik obliczenia ilości wymienionego ciepła nie zależałby od wielkości zacienionych części powierzchni. Takie przekształcenie wzorów (1) i (2) nie da się jednak wykonać. We wzorze (1) występuje iloczyn $F_1 \cdot \varepsilon_{1-2}$. Obliczmy tę samą wielkość z wzoru (2):

$$\frac{1}{F_1 \cdot \varepsilon_{1-2}} = \frac{1}{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot F_1 \cdot \varphi_{1-2}} + \frac{\varphi_{1-2}}{F_2} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 - \frac{1}{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2}\right) \tag{5}$$

Jak widać, tylko w pierwszym członie wzoru (5) występuje iloczyn $F_1 \cdot \varphi_{1-2}$. W członie drugim występuje indywidualnie wielkość $\varphi_{1-2}$, której wartość na podstawie wzoru (4) zmienia się ze zmianą wielkości zacienionej części powierzchni 1 mimo zachowania tej samej wartości różnicy ($l_{sk} - l_{pr}$).

Pierwszy wyraz wzoru (5) jest odpowiednikiem wzoru (3). Wzór (4) daje więc w połączeniu z wzorem (1) wyniki jednoznaczne tylko wtedy, gdy stosunek wymiany energii promienistej wyznacza się wzorem (3), co jest dopuszczalne przy dużej emisyjności rozpatrywanych powierzchni.




Rys. 2. Zmiana wielkości zacienionej części powierzchni prętów

Przykład 1.

Weźmy pod uwagę układ złożony z dwu prętów o przekroju kołowym i jednakowej średnicy (rys. 2a). Po wprowadzeniu oznaczenia

$$l_{sk} - l_{pr} = x$$

dla układu tego w oparciu o równania (4) i (5), otrzymuje się

$$\frac{1}{F_1 \cdot \varepsilon_{1-2}} = \frac{2}{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot h \cdot x} + \frac{x}{2h \cdot (\pi d)^2} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 - \frac{1}{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2}\right) \tag{6}$$

Ilość wymienionego ciepła nie ulegnie zmianie, jeżeli zamiast prętów o przekroju kołowym wprowadzi się pręty o przekroju półkołowym przedstawione na rys. 2b. Dla układu tego uzyskuje się

$$\frac{1}{F_1 \cdot \varepsilon_{1-2}} = \frac{2}{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot h \cdot x} + \frac{x}{2h \cdot \left(d + \frac{1}{2}\pi d\right)^2} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 - \frac{1}{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2}\right) \tag{7}$$

Wzór (7) nie jest zgodny ze wzorem (6).

### 3. Zwiększenie błędu obliczeń spowodowane stosowaniem wzoru (4)

Wzór (4) narusza w bardzo dużym stopniu założenie d) wymienione we wstępie. Stosunek konfiguracji obliczony wzorem (4) odnosi się do całości powierzchni pręta, łącznie z częścią zacienioną, dla której lokalny stosunek konfiguracji jest równy zeru. Wprowadzając do obliczeń sto-

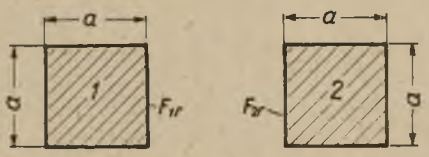
sunek $\varphi_{1-2}$ wyznaczony wzorem (4) można poprawnie ustalić, jaka część emisji własnej powierzchni 1 trafia w powierzchnię 2 lub na odwrót, natomiast przy rozpatrywaniu promieniowania odbitego nie otrzyma się poprawnych rezultatów.

Z emisji własnej $E_2^*$ powierzchni 2 do powierzchni 1 dochodzi energia $E_2^* \cdot \varphi_{2-1}$. Powierzchnia 1 część tej energii odbija. Ilość energii odbitej wynosi $E_2^* \cdot \varphi_{2-1} \cdot R_1$ ($R_1$ — refleksyjność powierzchni 1). W odbiciu tym bierze jednak udział tylko część powierzchni 1. Aby więc obliczyć, jaka część energii odbitej trafi znów w powierzchnię 2, należy pomnożyć energię odbitą przez stosunek konfiguracji $\varphi_{1r-2}$ odnoszący się nie do całej powierzchni 1, lecz do tej jej części, która bierze udział w wymianie energii promienistej. Stosunek $\varphi_{1r-2}$ pozwala też poprawnie obliczyć, jaka część emisji własnej powierzchni 1 dociera do powierzchni 2. W tym celu należy stosunek $\varphi_{1r-2}$ pomnożyć przez emisję własną $E_{1r}^*$, wypromieniowaną nie przez całą powierzchnię 1, lecz przez tę jej część, która uczestniczy w wymianie energii promienistej pomiędzy powierzchniami 1 i 2.

Oczywiście wprowadzenie da obliczeń wielkości $\varphi_{1r-2}$ nie doprowadzi na ogół do wyników zupełnie ścisłych, gdyż mimo wprowadzenia tej wielkości założenie d) wymienione we wstępie na ogół nie będzie ściśle spełnione. W każdym razie jednak otrzyma się wyniki bardziej zbliżone do rzeczywistości niż przy posługiwaniu się stosunkiem $\varphi_{1-2}$ odniesionym do całej powierzchni $F_1$.

Przykład 2

Dla układu dwu równoległych jednakowych prętów o przekroju kwadratowym (rys. 3) obliczono poniżej dwukrotnie wielkość $F_1 \cdot \varepsilon_{1-2}$, raz




Rys. 3. Układ dwu prętów kwadratowych

wprowadzając do obliczeń stosunek $\varphi_{1-2}$ odniesiony do całej powierzchni $F_1$, drugi raz posługując się stosunkiem $\varphi_{1r-2}$ odniesionym do tej części powierzchni 1, która bierze udział w wymianie energii promienistej.

Przyjęto następujące wartości szczegółowe:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0{,}1, \qquad h = 1 \text{ m}, \qquad a = 0{,}1 \text{ m},$$

$$x = l_{sk} - l_{pr} = 0{,}1 \text{ m}.$$

Dla rozpatrywanego układu otrzymuje się za pomocą wzorów (2) i (4) następującą zależność:

$$\frac{1}{F_1 \cdot \varepsilon_{1-2}} = \frac{2}{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot h \cdot x} + \frac{h \cdot x}{2 F_1 \cdot F_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 - \frac{1}{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2}\right) \tag{8}$$

Po podstawieniu do wzoru (8) całej powierzchni $F_1$ i całej powierzchni $F_2$ otrzymuje się

$$\frac{1}{F_1 \cdot \varepsilon_{1-2}} = 2000 - 25 = 1975.$$

Jeżeli natomiast wprowadzi się do obliczeń powierzchnię $F_{1r} = h \cdot a$ i powierzchnię $F_{2r} = h \cdot a$, otrzyma się

$$\frac{1}{F_{1r} \cdot \varepsilon_{1r-2}} = 2000 - 405 = 1595.$$

Poprawniejszy jest oczywiście rezultat drugi. Błąd względny pierwszego wyniku w porównaniu z wynikiem drugim wynosi 23,8%.

## 4. Wnioski

Dla uniknięcia wieloznaczności i zmniejszenia błędów przy obliczaniu ilości ciepła wymienianego przez promieniowanie pomiędzy dwoma równoległymi nieskończenie długimi prętami należy zmienić tradycyjne ujęcie metody nitkowej Polaka. Do wzoru na średni stosunek konfiguracji [a w związku z tym także do wzorów (1) i (2)] należy wprowadzić tylko tę część powierzchni, która bezpośrednio uczestniczy w wymianie energii promienistej. W związku z tym należy stosować następujący zespół wzorów:

$$Q_r^* = F_{1r} \cdot \varepsilon_{1r-2} \cdot C_c \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right] \tag{9}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_{1r-2}} = \frac{1}{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot \varphi_{1r-2}} + \varphi_{1r-2} \cdot \frac{F_{1r}}{F_{2r}} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 - \frac{1}{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2}\right) \tag{10}$$

$$\varphi_{1r-2} = \frac{l_{sk} - l_{pr}}{2 l_{1r}} = h \cdot \frac{l_{sk} - l_{pr}}{2 F_{1r}} \tag{11}$$

$F_{1r}$ m$^2$ — ta część powierzchni 1, która uczestniczy w wymianie energii promienistej,

$l_{1r}$ $m$ — część obwodu powierzchni 1, która nie styka się z nitką nie skrzyżowaną

$F_{2r}$ m$^2$ — ta część powierzchni 2, która uczestniczy w wymianie energii promienistej.

Na zakończenie warto zwrócić uwagę, że obliczenie ilości ciepła wymienionego przez promieniowanie pomiędzy dwiema powierzchniami nie zamykającymi przestrzeni (tj. w tak zwanym układzie otwartym) nie wystarcza na ogół do rozwiązania zagadnień spotykanych w praktyce. W zagadnieniach praktycznych najczęściej konieczne jest obliczenie całej ilości ciepła traconego przez obie powierzchnie. Zagadnienie to dla otwartego układu dwu powierzchni można rozwiązać za pomocą wzorów ujmujących wymianę ciepła przez promieniowanie w zamkniętym układzie trzech powierzchni przez podstawienie w tych wzorach dla powierzchni „trzeciej" $T_3 = 0$, $\varepsilon_3 = 1$. (Wzory dla układu trzech powierzchni zawiera poprzednia publikacja w niniejszym zeszycie [5]).

Przy rozwiązywaniu opisanego tu zagadnienia dla układu dwu równoległych nieskończenie długich prętów należy również wziąć pod uwagę wywody niniejszego artykułu. Jako zamknięty układ trójpowierzchniowy należy mianowicie potraktować układ złożony z powierzchni $F_{1r}$, $F_{2r}$ i otoczenia, gdyż tylko powierzchnie $F_{1r}$ i $F_{2r}$ uczestniczą w odbiciach promieniowania. Dla zacienionych części powierzchni $F_1$ i $F_2$ należy osobno policzyć ilość energii promienistej traconej na rzecz otoczenia.

Taki podział obliczenia na dwa etapy nie jest konieczny, jeżeli powierzchnie prętów posiadają emisyjność bliską jedności. Wówczas można jako układ trójpowierzchniowy zamknięty potraktować powierzchnie $F_1$, $F_2$ i otoczenie. Średnie stosunki konfiguracji należy wówczas odnosić do całej powierzchni $F_1$ i do całej powierzchni $F_2$.

Otrzymano 10 kwietnia 1956 r.

## BIBLIOGRAFIA

[1] St. Ochęduszko, *Teoria maszyn cieplnych*, cz. III, Warszawa 1955, PWT, str. 81—84.

[2] W. Około-Kułak, *Wymiana ciepła na drodze promieniowania pomiędzy dwiema powierzchniami*, „Gospodarka Cieplna" 1954, nr 5, str. 22.

[3] Т. Л. Поляк, Анализ теплообмена излучением методом салдо. Журн. Техн. Физ. изд. 3, 1935. (Praca ta w kraju jest niedostępna. Krótkie jej streszczenie zawiera publikacja [4]).

[4] Ф. Д. Дубынин, А. И. Карелин и другие, Котельние установки, т. I, Москва-Ленинград 1941, str. 120 ÷ 130.

[5] W. Około-Kułak, *Wymiana ciepła przez promieniowanie w układzie trzech powierzchni doskonale szarych w ośrodku diatermicznym*, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, „Energetyka" 1957, nr 2, PWN, str. 75.