

Marek KWAŚNIEWSKI

Instytut Projektowania, Budowy Kopalń  
i Ochrony Powierzchni Pol. Śl.

## NIELINIOWY MODEL PEŁZANIA SKAŁ

**Streszczenie.** W próbach pełzania przy jednoosiowym ściskaniu oznaczono własności reologiczne trzech mineralogicznych i diagenetycznych odmian skał średnio- i grubookruchowych z kopalni Jastrzębie, ze szczególnym uwzględnieniem wpływu wielkości obciążenia na graniczny czas pełzania, wielkość odkształceń pełzania i współczynnik pełzania oraz charakter pełzania, w tym: postać funkcji pełzania i wartość reologicznych stałych materiałowych.

W przypadku drobnoziarnistego piaskowca i zlepieńca z warstw siódlowych zaobserwowano, że istnieje pewien próg naprężenia, poniżej którego odkształcanie się skał w czasie ogranicza się do zanikającego, ograniczonego pełzania pierwszego stopnia, które najlepiej opisać można za pomocą trójparametrowego modelu reologicznego standard. Przy naprężeniach wyższych od tego progu pełzanie nieustalone przechodzi (po czasie równym czasowi stabilizacji procesu pełzania) w pełzanie ustalone, drugiego stopnia, przejawiając w ten sposób cechy właściwe cieczy Burgersa.

Skałom o takich własnościach przyporządkowano nowy, nie stosowany dotychczas do opisu reologicznych własności karbońskich skał okruchowych z obszaru Polski model lepko-sprężysto-plastyczno-lepki H-KV-B. Jest to model zbudowany z połączonych szeregowo modeli elementarnych Hooke'a, Kelvina-Voigta i Bingham. Właściwa mu jest cecha nieliniowości pełzania. Progowi naprężenia, którego przekroczenie stanowi o przejściu od sprężystego pełzania do plastycznego płynięcia, odpowiada w tym modelu granica plastyczności, wielkość stowarzyszona z suwakiem St. Venanta - symbolem suchego tarcia reprezentującym ciało doskonale plastyczne.

### 1. WPROWADZENIE

W monografii pt. "Metody i środki eksploatacji na dużych głębokościach (Wybrane zagadnienia)" wydanej w 1982 roku pod redakcją M. Boreckiego przedstawione zostały wyniki pierwszego (1977-78) etapu badań prowadzonych w laboratorium mechaniki skał Instytutu Projektowania, Budowy Kopalń i Ochrony Powierzchni Politechniki Śląskiej w celu oznaczenia reologicznych własności karbońskich skał osadowych Rybnickiego Okręgu Węglowego. W artykule Boreckiego i in. (1982b) przedstawiono zestawione pierwotnie w raportach [4, 5] wyniki badań na pełzanie przy jednoosiowym ściskaniu dwóch ilowców, mułowca i czterech piaskowców bardzo drobno, drobno- i średnioziarnistych z warstw dolnorudzkich (od spągu pokładu 406/1 do stropu pokładu 418) oraz mułowca i drobnoziarnistego piaskowca z warstw górno-

siodłowych (od spągu pokładu 418 do spągu pokładu 505/3) z kopalni Jastrzębie. Podano funkcje pełzania prostego tych skał w stanie powietrzno-suchym przy różnych poziomach obciążenia (od 30% do 90% wytrzymałości doraźnej na ściskanie) oraz ich parametry i wskaźniki reologiczne. Oznaczono granicę liniowości pełzania prostego drobnoziarnistego piaskowca szarogłazowego z warstwy 501-C oraz wpływ zawilgocenia na proces pełzania tej skały.

Badania te, prowadzone w ramach problemu resortowego Ministerstwa Górnictwa i Energetyki "Metody i środki eksploatacji na dużych głębokościach", kontynuowano w latach 1979-1980. W pracy Boreckiego i in. (1979) przedstawione zostały wyniki kolejnych badań nad pełzaniem skał z kopalni Jastrzębie. Były to skały z warstw górnosiodłowych:

- iłowiec kaolinitowo-illitowo-kwarcowy z warstwy 505/1-A,
  - mułowiec polimiktyczny z warstwy 505/2-A i
  - piaskowiec średnioziarnisty szarogłazowy z warstwy 504/1-B,
- oraz skały z warstw górnoporębskich (od spągu pokładu 510 do stropu pokładu 611):

- iłowiec kaolinitowo-illitowy z warstwy 604-A i
- mułowiec polimiktyczny z warstwy 602-E.

Program badań prowadzonych na próbkach powietrzno-suchych przy różnych poziomach obciążenia (od 40% do 90% wytrzymałości doraźnej na ściskanie) obejmował oznaczenie m.in. granicznego czasu pełzania, odkształceń pełzania, współczynnika pełzania, wskaźnika pełzania, stadiów procesu pełzania, funkcji pełzania prostego i odpowiadających im parametrów reologicznych oraz granicy liniowości pełzania prostego.

Przedstawiono również wyniki pierwszych badań nad anizotropią pełzania skały - kaolinitowo-illitowego iłowca z warstw siodłowych z kopalni Moszczenica.

W pracy Boreckiego i in. (1980) przedstawiono już znacznie bardziej bogato i gruntownie udokumentowane wyniki badań nad anizotropią pełzania skał:

- wspomnianego już powyżej lekko mułowcowego iłowca kaolinitowo-hydromikowego z warstw siodłowych z kopalni Moszczenica,
- lekko mułowcowego iłowca hydromikowo-kwarcowo-kaolinitowego z warstw orzeskich z kopalni Borynia i
- laminowanego mułowca hydromikowo-kwarcowego z warstw jakłowieckich z kopalni 1 Maja.

Próbki tych skał obciążane były w kierunkach zorientowanych względem płaszczyzn uwarstwienia (laminacji) pod kątami  $\beta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$  i  $90^\circ$ . Wyznaczone doświadczalnie w próbach pełzania charakterystyki  $\dot{\epsilon} = f(t)$  dla poszczególnych skał (próbek) i kierunków stanowiły podstawę do oznaczenia wielkości odkształceń pełzania i współczynnika pełzania, wyodrębnienia stadiów procesu pełzania, oznaczenia prędkości

odkształceń w stadium peźzania ustalonego i obliczenia odpowiadającego temu stadium współczynnika lepkości oraz opisanie krzywych peźzania za pomocą funkcji wywodzących się z równań stanu fizycznych i matematycznych modeli ośrodków lepkosprężystych. Wszystkie te wielkości (współczynniki, parametry i wskaźniki reologiczne) oraz funkcje peźzania analizowano następnie zmierzając do wykrycia (ustalenia) zależności pomiędzy wartościami tych stałych i postacią funkcji peźzania a kierunkiem (kątem  $\beta$ ) działania obciążenia względem płaszczyzn uwarstwienia (laminacji) skały.

Badania nad własnościami reologicznymi skał karbońskich z kopalń Rybnickiego Okręgu Węglowego były kontynuowane w latach następnych (1981-84) w ramach problemu resortowego Ministerstwa Górnictwa i Energetyki "Wybrane problemy eksploatacji złóż na dużych głębokościach".

W tym artykule przedstawione zostaną wyniki prac eksperymentalnych i teoretycznych, których celem było poznanie własności reologicznych trzech mineralogicznych i diagenetycznych odmian skał średnio- i grubookruchowych z warstw dolnorudzkich i górnosiódłowych z kopalni Jastrzębie:

- drobno/średnioziarnistego piaskowca szarogłazowego niższego rzędu z warstwy 409/2-A<sup>III</sup>,
- drobnoziarnistego piaskowca polimiktycznego z warstwy 502-A i
- sopleńca szarogłazowego z warstwy 505/1-C.

Próbki tych skał (w stanie powietrzno-suchym) zostały poddane próbom peźzania w warunkach jednoosiowego ściskania przy naprężeniach z przedziału od 40% do 90% wartości wytrzymałości granicznej. Program badań obejmował oznaczenie m.in. granicznego czasu peźzania, stadiów procesu peźzania, odkształceń i współczynnika peźzania w zależności od poziomu obciążenia. Wiele uwagi poświęcono aproksymacji danych empirycznych odkształcenie - czas równaniami różnych różniczkowych i całkowych modeli lepkosprężystości liniowej.

Rozszerzając zakres analiz prezentowanych we wcześniejszych pracach, tym razem rozważono bardziej szczegółowo kwestię uniwersalności opisu reologicznych własności skał za pomocą modelu lepkosprężystości. W pracach tamtych (Borecki i in., 1978, 1979, 1982b; Kwaśniewski, 1980) pokazano bowiem na przykładzie kilku skał ilastych i okruchowych z kopalni Jastrzębie, że skały te zachowują cechę lepkosprężystości liniowej tylko do pewnego poziomu naprężenia. Na podstawie analizy liniowości m.in. krzywych izochronicznych naprężenie - odkształcenie peźzania stwierdzono, że ta tzw. granica liniowości peźzania  $\sigma_L$  równa jest  $0,7 R_C$  dla drobnoziarnistego piaskowca szarogłazowego z warstwy 501-C i  $0,75 R_C$  dla średnioziarnistego piaskowca szarogłazowego z warstwy 504/1-B oraz ilowca węglanowo-kaolinitowo-illitowego z warstwy 408-C. Badania nowsze, o których traktuje właśnie ta praca, pozwoliły wykryć jeszcze inną właściwość skał okruchowych ograniczającą stosowalność modelu lepkosprężystości do opisu charakteru peźzania tych skał.

## 2. PRZYGOTOWANIE PRÓBEK I BADANIA WSTĘPNE

### 2.1. Miejsce i sposób pobrania prób skalnych

Badaniami objęto następujące trzy rodzaje skał:

- drobno/średnioziarnisty piaskowiec szarogłazowy niższego rzędu (próbki 475E),
- drobnoziarnisty piaskowiec polimiktyczny (próbki 584L),
- zlepianiec szarogłazowy (próbki 462J).

Piaskowiec 475E pochodzi z warstwy 409/2-A<sup>III</sup> wyodrębnionej w grupie 46 warstw dolnorudzkich (od spągu pokładu 406/1 do stropu pokładu 418) w kopalni węgla kamiennego Jastrzębie (por. Borecki i in., 1982a). Piaskowiec 584L i zlepianiec 462J pochodzą z warstw - odpowiednio - 502-A i 505/1-C z grupy 21 warstw górnosiódłowych (od spągu pokładu 418 do spągu pokładu 505/3; por. Borecki i in., 1982a).

Materiał badawczy stanowiły rdzenie skalne o średnicy 42 mm odwierczone wiertnicą TORAM z poziomu -240 m w kopalni Jastrzębie. Próbki piaskowca z warstw dolnorudzkich pochodzą z otworu B 475/76, próbki górnosiódłowego piaskowca - z otworu B 584/76, a próbki zlepianca - z otworu B 462/77. Lokalizację tych otworów w obszarze górniczym kopalni Jastrzębie przedstawia rys. 1 w artykule Boreckiego i in., 1982a (s. 167).

### 2.2. Sposób przygotowania próbek do badań

We wstępnych badaniach dla oznaczenia własności sprężystych i wytrzymałościowych oraz w zasadniczych badaniach skał na peźzanie przy ściskaniu stosowano próbki walcowe o średnicy 42 mm i smukłości 2 (1,9).

Próbki danej długości (smukłości) otrzymywano z rdzeni wiertniczych przez odcięcie jednocześnie dwiema tarczami diamentowymi w zmodyfikowanej przecinarce do skał typu PR-400B. Powierzchnie czołowe próbek szlifowano następnie ręcznie na płytach szklanych przy zastosowaniu miążkiego proszku korundowego. Dokładność mechanicznej obróbki i przygotowania próbek do badań spełniała zalecenia Międzynarodowego Biura Mechaniki Górnotworu (por. Borecki i in., 1982a).

Obrabione już i przygotowane próbki przechowywano w zwykłych warunkach laboratoryjnych - temperatura 18-24°C, wilgotność 60-70% - przez okres 4-6 tygodni (dotyczy to próbek skał z warstw górnosiódłowych).

### 2.3. Podstawowe cechy petrograficzne, strukturalno-fizyczne i mechaniczne badanych skał

Przed podjęciem zasadniczych badań na peźzanie przeprowadzono badania wstępne w celu oznaczenia podstawowych mineralogiczno-petrograficznych, strukturalno-fizycznych i mechanicznych własności skał. Szczególnie istotne dla podjęcia w dalszej kolejności zasadniczych badań reologicznych na peźzanie przy ściskaniu było oznaczenie w badaniach wstępnych wytrzymało-

Tablice 1

Własności mineralogiczno-petrograficzne badanych na pejsanie piaskowców i zlepieńca z warstw dolnorudzkich i górnosiódłowych JASTRZĘBIE

Lp.	Rodzaj skały (symbol warstwy)	SKŁAD MINERALNY IŁOŚCIOWY (% objętoś.)										ROZKŁAD WIELKOŚCI ZIAREN (% objętoś.)										
		Kwarc	Kwarc, okruchowy	Skał krzemlonkow.	Okruchy skał	Mikł	Okruchy skał, mikł	Skalen, kaolinit	Skalenie	krzemlonkovo- -lilaste	węglanowo- -lilaste	krzemlonkovo- -węglan.-lilaste	Substancja organiczna	> 2,0 mm	2,0 - 1,0 mm	1,0 - 0,5 mm	0,5 - 0,2 mm	0,2 - 0,1 mm	< 0,1 mm			
1	Piaskowiec drobno/ średnioziarnisty szarogłazowy niższe- go rzędu (409/2-A)**	51,2			2,4	12,9					11,0			22,5			3,1	41,6	44,2	11,1		
2	Piaskowiec drobno- ziarnisty polimik- tyczny (502-A)		55,7						6,1	12,1				19,2			1,4	15,4	64,5	18,7		
3	Zlepieńiec szarogłazowy (505/1-C)		38,7						29,9	12,8			18,6								70,2	29,8

Wzrost i rozwój... (faint vertical text)

Tabela 2

Podstawowe własności strukturalno-fizyczne i mechaniczne badanych na peizanie piaskowców i zlepieńca z warstw doinordzkich i górnostodłowych JASTRZĘBIE

Lp.	RODZAJ SKAŁY (symbol warstwy)	PARAMETRY STRUKTURALNO-FIZYCZNE						PARAMETRY SPRĘŻYSTOŚCI				PARAMETRY WYTRZYMAŁOŚCIOWE											
		Gęstość masy g/cm <sup>3</sup>	Gęstość objętościowa g/cm <sup>3</sup>	objętość objętośćowa %	Nastąklność objętośćowa (porowatość efektywna) n <sub>o</sub> %	Nastąklność wagowa n <sub>w</sub> %	Moduł Younga Es GPa	Moduł odkształcenia Eo GPa	Współczynnik Poissona ν	Wytrzymałość na ściskanie		Wytrzymałość na rozciąganie		Wytrzymałość w stanie powietrz- no- suchym		Wytrzymałość w stanie pełnego nasyżenia wodni		Współczynnik rozniekształ- nienia					
										Wartość średnia	Sc	Wartość średnia	Scn	Wartość średnia	Scr	Wartość średnia	Rcrn	Wartość średnia	Rcrn	Wartość średnia	Scrn	Ron	Rcn
										MPa	MPn	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa	MPa
1	Piaskowiec drobno/ średnioziarnisty szarogłazowy niż- szego rzędu (409/2-A <sup>m</sup> )	2,676	2,536	5,22	2,06	-	-	-	-	15,4	14,6	70,7	20,2	-	-	-	-	0,66	-				
2	Piaskowiec drobno- ziarnisty polimik- tyczny (502-A)	2,729	2,615	4,15	1,59	30,80	29,95	0,173	-	11,2	13,3	76,5	26,3	10,3	0,7	4,9	0,9	0,69	-				
3	Zlepieniec szarogłazowy (505/1-C)	2,590	2,497	3,62	1,45	41,83	34,53	0,151	-	83,4	4,7	67,5	3,0	7,1	0,07	3,8	0,07	0,81	-				

ści doraźnej skał na jednoosiowe ściskanie. Parametr ten stanowi bowiem podstawę do ustalenia poziomu (wartości) obciążenia w próbach pełzania.

Metodyka oznaczeń strukturalno-fizycznych, wytrzymałościowych i odkształceniowych własności skał przedstawiona jest szczegółowo w pracy Boreckiego i in. (1982a).

Uogólnione wyniki tych badań zestawione są w tablicach 1 i 2.

### 3. TECHNIKA I METODYKA BADAŃ REOLOGICZNYCH NA PEŁZANIE PRZY JEDNOOSIOWYM ŚCISKANIU

#### 3.1. Opis próby pełzania

Jak już wspomniano w rozdziale 1, badania zasadnicze na pełzanie zostały podjęte i przeprowadzone w celu oznaczenia podstawowych cech procesu pełzania badanych skał, w szczególności zaś:

- granicznego czasu pełzania,
- stadiów procesu pełzania,
- odkształceń pełzania,
- współczynnika pełzania,
- granicy liniowości pełzania,
- funkcji pełzania liniowego i nieliniowego i odpowiadających im parametrów reologicznych.

Próby pełzania skał przy jednoosiowym ściskaniu prowadzono w osmiu pełzarkach hydrauliczno-sprężynowych typu PSH-400 (por. Borecki i in., 1982b).

Próby te prowadzono w systemie obciążania jednostopniowego. Próbki poddawano więc działaniu stałego naprężenia  $\sigma = \sigma_0 = f(t) = \text{const.}$  z przedziału od 40% do 90% wartości oznaczonej badaniami wstępnymi granicy wytrzymałości skały na jednoosiowe ściskanie  $R_c$ . Przy każdym poziomie naprężenia badano dwie próbki danej skały.

Próba pełzania składała się z dwóch etapów. W pierwszym etapie zwiększano obciążenie próbki od zera do takiej wartości, przy której w próbce powstawało określone, żądane naprężenie  $\sigma_0$  i odpowiadające mu odkształcenie wstępne  $\epsilon_0$ . Obciążenie zadawano z taką prędkością, aby prędkość naprężeń była równa od 0,1 do 0,5 MPa/s (jak w badaniach na wytrzymałość doraźną). W drugim etapie utrzymywano stałe obciążenie, rejestrując zachodzące w czasie odkształcenia próbki  $\epsilon = f(t)$  - odkształcenie pełzania.

Obciążenie w próbie pełzania w zależności od rodzaju skały i poziomu jej obciążenia (od wielkości odkształceń pełzania) utrzymywane było z dokładnością do 0,3-1%. Do pomiaru obciążenia stosowano dynamometry kabłkowe klasy 0,2, o zakresach 10 Mp (ok. 100 kN) i 20 Mp (ok. 200 kN).

### 3.2. Sposób pomiaru odkształceń pełzania

Do pomiaru odkształceń pełzania stosowano tensometry mechaniczne - czujniki zegarowe o działce elementarnej równej 0,001 mm. Pomiarów dokonywano za pomocą 3 czujników rozstawionych po obwodzie próbki co  $120^{\circ}$ , na bazie o długości od ok. 46 mm do ok. 51 mm, co stanowiło ok.  $3/5$  wysokości próbek (schemat zamocowania czujników pokazany jest w artykule Boreckiego i in., 1982b (s. 133, rys. 2).

Pierwszych czterech odczytów wartości odkształceń pełzania (wskazań czujników) dokonywano co godzinę, a kolejnych - co 24 godziny licząc od momentu ( $t=0^+$ ) zadania obciążenia, wywołania w próbce naprężenia  $\sigma_0 = \sigma_0(t) = \text{const.}$

### 3.3. Warunki otoczenia podczas prób pełzania

W czasie trwania badań prowadzono ciągłą rejestrację temperatury i wilgotności otoczenia (wartości tych parametrów dla poszczególnych skał (próbek) podane są w pracy Kwaśniewskiego i in., 1984) oraz ciśnienia atmosferycznego.

W toku poprzednich (por. Borecki i in., 1978, 1979, 1980, 1982b) badań nad pełzaniem skał karbońskich z kopalń Rybnickiego Okręgu Węglowego na próbkach w stanie powietrzno-suchym, nie zabezpieczonych przed wymianą wilgoci z otoczeniem stwierdzono, że w przeciwieństwie do skał ilastych skały średniookruchowe nie są wrażliwe na zmiany wilgotności otoczenia. Nie zaobserwowano, by zmiany wilgotności powietrza w laboratorium w granicach od 60% do 70% (jak w przypadku drobnoziarnistego piaskowca szarogłazowego z warstw górnosiódłowych JASTRZĘBIE - por. Borecki i in., 1978, 1982b) lub od 19% do 45% (jak w przypadku średnioziarnistego piaskowca szarogłazowego z warstw górnosiódłowych JASTRZĘBIE - por. Borecki i in., 1979) miały istotny, tzn. wykrywalny przez stosowane tensometry mechaniczne, wpływ na pełzanie tych skał. Tak więc w opisywanych tutaj badaniach nad pełzaniem trzech strukturalnych odmian skał średnio- i grubookruchowych także nie zabezpieczano próbek przed wymianą wilgoci z otoczeniem, zwłaszcza że wilgotność powietrza w laboratorium w czasie prowadzonych badań nie była wysoka i wyjątkowo tylko przekraczała 60%.

Pierwotna, oznaczona przed rozpoczęciem badań na pełzanie wilgotność skał wynosiła:

- drobnoziarnistego piaskowca polimiktycznego - 0,64%,
- zlepieńca szarogłazowego - 0,71%.

Oznaczona po zakończeniu badań na pełzanie wilgotność próbek drobno/średnioziarnistego piaskowca szarogłazowego wynosiła średnio 0,38%.

Temperatura otoczenia w czasie badań wahała się w granicach od 15 do  $27^{\circ}\text{C}$  (piaskowiec drobno/średnioziarnisty), od 13 do  $23^{\circ}\text{C}$  (piaskowiec drobnoziarnisty) i od 18 do  $25^{\circ}\text{C}$  (zlepieńiec). Zarówno ta nie przekraczająca  $27^{\circ}\text{C}$  temperatura pokojowa w pracowni badań reologicznych, jak i



jej zmiany o kilka stopni zal wie w stosunku do wartości średniej były bez znaczenia dla procesu pełzania badanych skał (por. Kwaśniewski, 1977).

### 3.4. Czas trwania doświadczeń

Jeżeli próbka(-i) nie uległa wcześniejszemu zniszczeniu, próbę pełzania przy danym naprężeniu  $\sigma_0$  uznawano za zakończoną, gdy proces pełzania ulegał zanikowi (po tzw. granicznym czasie pełzania - por. rozdział 4.3). Zanik pełzania utożsamiano z faktem stabilizacji wskazań wszystkich trzech czujników zegarowych przez trzy dni (trzy odczyty). Założenie to, jakkolwiek w pewnym sensie arbitralne, uznano za racjonalne (por. Borecki i in., 1979) wobec braku, ówczasie, możliwości eliminowania w dłuższych okresach czasu wpływu oddziaływania środowiska zewnętrznego (zmiany wilgotności i temperatury oraz wstrząsy) na pełzanie badanych próbek oraz na wskazania czujników.

Przy bazie pomiarowej na próbkach równej średnio ok. 50 mm i czułości stosowanych czujników zegarowych równej  $10^3$  (por. rozdział 3.2) można stwierdzić więc, że badania kończono, gdy prędkość pełzania była mniejsza od  $2,5 \cdot 10^{-12}$ /s.

Efektem prób pełzania było uzyskanie w formie tabeli zależności  $\epsilon_1 = f(t_1)$ , gdzie  $\epsilon_1$  - odkształcenie (właściwe) odpowiadające chwili  $t_1$ . Wyznaczone doświadczalnie zależności  $\epsilon = f(t)$  stanowiły podstawę do oznaczenia wszystkich przewidzianych programem badań (por. rozdział 3.1) własności reologicznych badanych skał.

## 4. TEORETYCZNE I EKSPERYMENTALNE PODSTAWY OZNACZANIA REOLOGICZNYCH WŁASNOŚCI BADANYCH SKAŁ

### 4.1. Funkcje pełzania skał i reologiczne stałe materiałowe

Podstawę do wyznaczenia funkcji pełzania prostego, a tym samym reologicznych stałych materiałowych stanowią doświadczalne krzywe pełzania  $\epsilon = f(t)$ . Krzywe pełzania aproksymuje się stosownymi formułami matematycznymi znajdującymi podstawę w odpowiednich równaniach stanu modeli fizycznych lub matematycznych.

Na podstawie wstępnej oceny wyników przeprowadzonych doświadczeń oraz szczegółowego przeglądu prac omawiających zagadnienie eksperymentalnych badań skał na pełzanie w różnych warunkach stanu naprężenia, temperatury i wilgotności (Kwaśniewski, 1977), do matematycznego opracowania wyników badań wybrano równania pełzania liniowych ośrodków lepkosprężystych o modelach różniczkowych Maxwella, Kelvina-Voigta, Zenera i Burgersa oraz równania pełzania liniowych ośrodków lepkosprężystych o modelu całkowym (ośrodków dsiedzicznych) Abela i Rabotnowa (por. m.in. Kwaśniewski, 1977; Borecki i in., 1982b).

Pełzanie ośrodków o modelach różniczkowych opisane jest następującymi równaniami:

- Model Maxwella (1868)

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} \left( 1 + \frac{E}{\lambda} t \right) \quad (1)$$

- Model Kelvina (1878) - Voigta (1890)

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} \left( 1 - e^{-\frac{E}{\lambda} t} \right) \quad (2)$$

- Model Zenera (1948)

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{E_2} \left( 1 - e^{-\frac{E_2}{\lambda_1} t} \right) \quad (3)$$

- Model Burgersa (1935)

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{E_2} \left( 1 - e^{-\frac{E_2}{\lambda_1} t} \right) + \frac{\sigma_0}{\lambda_2} t \quad (4)$$

gdzie:

$\sigma_0$  - napężenie stałe w próbie pełzania,

$t$  - czas,

$E, E_1, E_2$  - współczynniki sprężystości podłużnej,

$\lambda, \lambda_1, \lambda_2$  - współczynniki lepkości podłużnej.

Pełzanie ośrodków lepkosprężystych o modelu całkowym określone jest równaniem stanu Boltzmanna (1874) - Voltery (1913):

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{E} \left[ \sigma(t) + \int_0^t \sigma(\tau) L(t - \tau) d\tau \right] \quad (5)$$

gdzie  $L(t - \tau)$  jest tzw. jądrem dziedziczności (funkcją pamięci).

Równanie pełzania odpowiadające jądro typu Abela ma postać:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} \left( 1 + \frac{\delta}{1-\alpha} t^{1-\alpha} \right) \quad (6)$$

gdzie:

$\delta$  - parametr pełzania (o wymiarze  $t^{\alpha-1}$ ),

$\alpha$  - stała ( $\alpha \approx 0,7$ ).

Jądru typu Rabortnowa odpowiada (zgodnie z aproksymacją Rozowskiego, 1958) funkcja pełzania w postaci:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} \left\{ 1 + \frac{\chi}{\beta - \chi} \left[ 1 - e^{-(\beta - \chi)\gamma t^{1-\alpha}} \right] \right\} \quad (7)$$

gdzie:

$\alpha, \gamma$  - wielkości stałe, przy czym  $\alpha \approx 0,7$ ,  $\gamma = (1-\alpha)^{1-\alpha} \approx 0,7$ ,

$\beta, \chi$  - parametry pełzania (o wymiarze  $t^{\alpha-1}$ ), którym w przypadku gdy są większe od zera, nadaje się pewien sens fizyczny (por. Rozowski, 1960, 1961; Jerżanow i in., 1967, 1969; Głuszko i in., 1973) -

$$\beta = \tau^{\alpha-1}, \quad \chi = \frac{E_0 - E_\infty}{E_0} \tau^{\alpha-1} \quad (8)$$

gdzie:

$\tau$  - czas relaksacji,

$E_0$  - chwilowy (odpowiadający bardzo szybkiemu przykładowaniu obciążenia) współczynnik sprężystości podłużnej,

$E_\infty$  - trwały (odpowiadający bardzo wolnemu przykładowaniu obciążenia) współczynnik sprężystości podłużnej ( $E_\infty < E_0$ ).

Należy tu zwrócić uwagę, że dla  $\beta - \chi > 0$  krzywa pełzania odpowiadająca całkowemu modelowi lepkośćsprężystości z jądrem pełzania Rabortnowa jest krzywą pełzania prawdziwie pierwotnego (I stadium pełzania), a więc zanikającego i ograniczonego wartością odkształceń:

$$\varepsilon_k = \frac{\sigma_0}{E} \frac{1}{1 - \frac{\chi}{\beta}} \quad (9)$$

Gdy jednak  $\beta - \chi \leq 0$  (por. Jerżanow i in., 1971a,b), przy czym niewykluczone są przypadki gdy  $\beta < 0$  (parametry pełzania tracą wtedy sens nadany im wyrażeniami (8)), proces pełzania ośrodka dziedzicznego o funkcji pamięci typu Rabortnowa jakkolwiek zanikający, a więc przebiegający z monotonicznie malejącą prędkością, jest jednak - podobnie jak w przypadku funkcji pamięci typu Abela - nieograniczony, zmierzający do odkształceń  $\varepsilon(t \rightarrow \infty) = \infty$ .

#### 4.2. Zasady aproksymacji doświadczalnych krzywych peźzenia badanych skał

W Ośrodku Elektronicznej Techniki Obliczeniowej Politechniki Śląskiej dokonano za pomocą EMC Odra-1305 aproksymacji doświadczalnych krzywych peźzenia badanych piaskowców i zlepieńca JASTRZĘBIE korzystając z programu APR opracowanego na bazie algorytmu minimalizacji funkcji wielu zmiennych bez obliczania pochodnych (Brent, 1973).

Program ten oblicza wyniki szukając minimum lokalnego funkcji:

$$S = \sum_{i=1}^m \left\{ \left[ \varepsilon_i - f(t_i, p_1, \dots, p_n) \right]^2 \right\} \quad (10)$$

gdzie:

- $\varepsilon_i$  - odkształcenie w chwili  $t_i$ ,
- $f$  - funkcja odkształcenia w czasie odpowiadająca równaniu peźzenia przyjętemu do analizy (aproksymacji),
- $m$  - liczba wyników - obserwacji ( $\varepsilon_i, t_i$ ),
- $n$  - liczba parametrów  $p$  występujących w równaniu przyjętym do analizy.

Do programu tego wprowadzono dodatkowo (wersja APR 2) warunek:

$$\varepsilon_m(0) = \varepsilon_m(P) \quad (11)$$

żądając tym samym, by krzywa aproksymująca dane doświadczalne przechodziła dokładnie przez odpowiadający czasowi zaniku peźzenia (por. rozdział 3.4) punkt  $(t_m, \varepsilon_m(P))$ , gdzie:

- $\varepsilon(0)$  - obliczona wartość odkształcenia,
- $\varepsilon(P)$  - zmierzona (oznaczona doświadczalnie) wartość odkształcenia.

Każdy zestaw danych doświadczalnych aproksymowano równaniami peźzenia (1), (3), (4), (6) i (7) wykonując po kilka obliczeń (nie dotyczy to liniowej funkcji Maxwella (1)) dla każdej zależności (różne warunki początkowe).

Szczegółowa analiza wyników prezentowanych w tej pracy badań nad peźzeniem dwóch piaskowców i zlepieńca z warstw dolnorudzkich i górnosiódłowych z kopalni Jastrzębie wykazała, że żadna z tych skał nie charakteryzowała się całkowitym opóźnieniem sprężystym. W związku z tym danych doświadczalnych nie aproksymowano równaniem (2) peźzenia ośrodka Kelvina-Voigta.

Oprócz sumy kwadratów odchyłek i błędu średnio-kwadratowego - wielkości mianowanych związanych bezpośrednio z procedurą minimalizacji funkcji (10) - za miarę dobroci dopasowania równań peźzenia do danych doświadczalnych przyjęto dodatkowo współczynnik korelacji krzywoliniowej ETA i współ-

czynnik dobroci dopasowania KAPPA. Omawiając w rozdziałach 5.1 - 5.3 wyniki aproksymacji będziemy zasadniczo posługiwać się współczynnikiem KAPPA. Jest on zdefiniowany wzorem:

$$KAPPA = \alpha = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n |\varepsilon(P) - \varepsilon(0)|}{\sum_{i=1}^n |\varepsilon(P) - \bar{\varepsilon}(P)|} \quad (12)$$

$$\text{gdzie } \bar{\varepsilon}(P) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon(P).$$

Miara ta spełnia następujące warunki (określone m.in. przez Hellwiga, 1970):

- jest wielkością niemianowaną,
- jest wielkością unormowaną w przedziale  $\langle 0, 1 \rangle$ ,
- przybliża wartości większe (bliższe 1), gdy dopasowanie jest ściślejsze, i mniejsze, gdy dopasowanie jest mniej dokładne.

#### 4.3. Graniczny czas pełzania

Zgodnie z definicją (Borecki i in., 1979) graniczny czas ( $t_{gr}$ ) pełzania skał jest to czas, po upływie którego pełzanie zanika, prędkość odkształceń pełzania osiąga wartość równą zero ( $\dot{\varepsilon} = d\varepsilon/dt = 0$ ).

Jeśli wziąć pod uwagę wyidealizowane ośrodki reologiczne, to zjawisko zaniku pełzania jest charakterystyczne dla m.in. liniowych ciał (modeli) lepko-sprężystych Kelvina-Voigta i standard (Poyntinga-Thomsona, Zenera) oraz - z pewnymi zastrzeżeniami (por. Kwaśniewski, 1977) - materiału z pamięcią typu Raboltnowa.

Ośrodki te wykazują własność pełzania jedynie pierwotnego, zanikającego, charakterystycznego dla naprężeń  $\sigma_0$  niższych od wytrzymałości trwałej  $R_{\infty}$  skał (por. Borecki i in., 1976). Przy tym, jak wynika z formuł opisujących prędkość pełzania tych ciał, przykładowo - dla trójparametrowego modelu Zenera (por. rozdział 4.1) -

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\sigma_0}{\lambda_1} e^{-E_2 t / \lambda_1} \quad (13)$$

gdzie:

- $E_2$  - współczynnik sprężystości podłużnej,
- $\lambda_1$  - współczynnik lepkości podłużnej,

graniczny czas pełzania jest nieskończenie duży ( $\lim_{\dot{\varepsilon} \rightarrow 0} \left[ \frac{\lambda_1}{E_2} \ln \frac{\sigma_0}{\lambda_1 \dot{\varepsilon}} \right] = t_{gr} = \infty$ ).

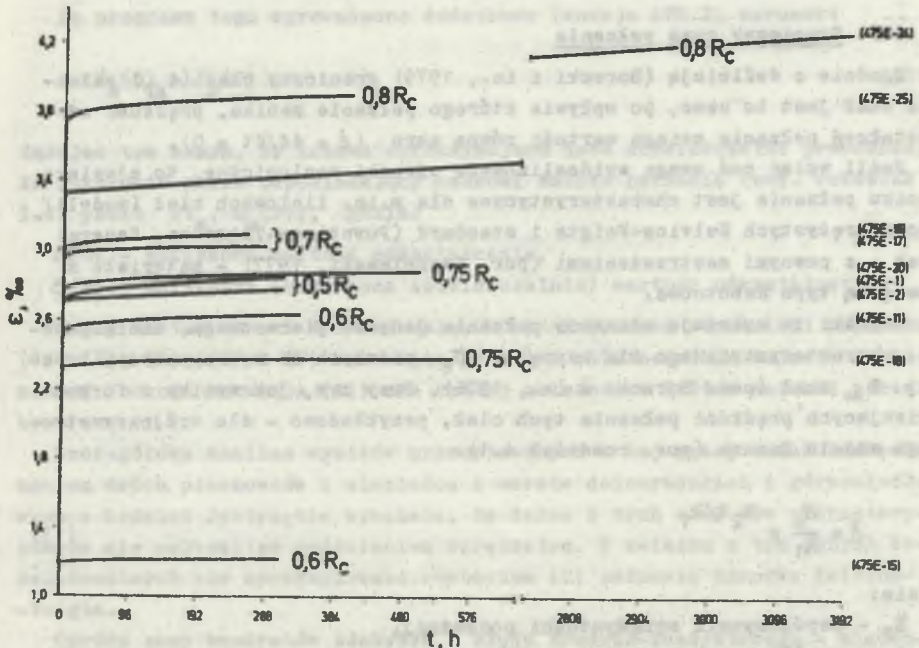
Przypuszczalnie jednak dla materiałów rzeczywistych (w tym i skał) graniczny czas pełzania może przybierać skończone wartości i w takim przypadku mógłby być uważany za swego rodzaju "stałą materiałową".

## 5. OMÓWIENIE WYNIKÓW BADAŃ

### 5.1. Pełzanie drobno/średnioziarnistego piaskowca szarogłazowego z warstw dolnorudzkich

Wyniki badań drobno/średnioziarnistego piaskowca szarogłazowego z warstwy 409/2-A<sup>m</sup> (próbki 475E) na pełzanie przy jednoosiowym ściskaniu przy pięciu różnych -  $\sigma_0 = (0,5; 0,6; 0,7; 0,75; 0,8)R_c$  - poziomach naprężenia przedstawione są w tablicach 3 i 4 oraz na rysunkach 1-3.

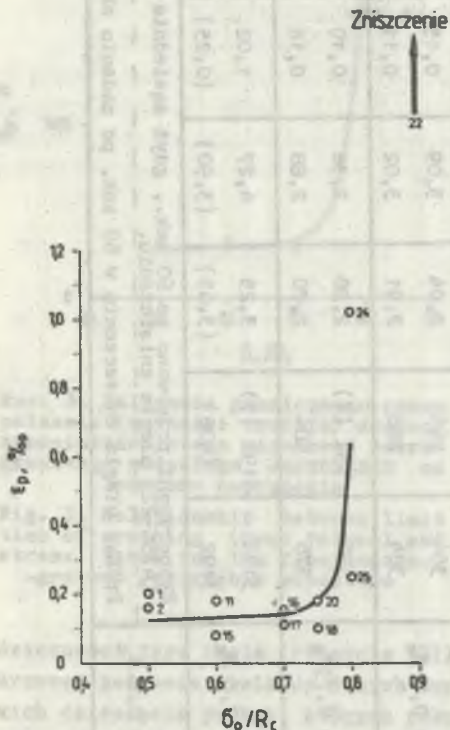
Piaskowiec ten (przypomnijmy - w stanie powietrzno-suchym,  $w = 0,38\%$ ) charakteryzuje się znikomym pełzaniem. Dla naprężeń z przedziału  $\sigma_0/R_c \in \langle 0,5, 0,75 \rangle$  intensywność pełzania była bardzo słaba, wartości charakteryzującego skłonność materiału do pełzania tzw. współczynnika pełzania  $\varphi_k = (\varepsilon_k - \varepsilon_0)/\varepsilon_0 = \varepsilon_p/\varepsilon_0$ , gdzie  $\varepsilon_0$  - odkształcenie natychmiastowe ( $t=0^+$ ),  $\varepsilon_k$  - odkształcenie końcowe ( $t=t_{gr}$ ),  $\varepsilon_p$  - odkształcenie pełza-



Rys. 1. Krzywe pełzania drobno/średnioziarnistego piaskowca szarogłazowego JASTRZĘBIE z warstwy 409/2-A<sup>m</sup> przy różnych poziomach obciążenia

Fig. 1. Creep curves of the fine/medium-grained giewacke Jastrzębie sandstone from the Ruda No. 409/2-A<sup>m</sup> bed for different stress levels

nia (por. Borecki i in., 1982b) nie przekroczyły wartości równej 0,076 (klasa I skłonności do pełzania według reologicznej klasyfikacji skał zaproponowanej w pracy [25]). Dopiero przy naprężeniu  $\sigma_0 = 0,8 R_c$  jedna (475E-24) z dwu badanych próbek odkształcała się intensywniej -  $\varphi_k = 0,314$ , klasa II - doznając odkształceń większych od 1% (por. tabl. 3 oraz rysunki 1 i 2).



Rys. 2. Zależność odkształceń pełzania drobno/średnioziarnistego piaskowca szarogłazowego rudzkiego JASTRZĘBIE od poziomu naprężenia (każdy punkt opisany jest odpowiadającym mu numerem próbki z serii 475E)

Fig. 2. Relationship between creep strains and stress level for the fine/medium-grained Jastrzębie sandstone (numbers at each point indicate a specimen number from series No. 475E)

475E-24 badanej przy naprężeniu  $\sigma_0 = 0,8 R_c$  można by prawdopodobnie jeszcze kontynuować, gdyby nie ściśle przestrzeganie zasady (por. rozdział 3.4), że próbę pełzania uznawano za zakończoną, gdy odkształcenia pełzania przez trzy kolejne dni pozostawały na tym samym poziomie (były takie

Jak zresztą wskazuje wykres  $\varepsilon_p = f(\sigma_0)$  na rysunku 2, odkształcenia pełzania niemal niezależnie od wielkości naprężenia (i równe średnio ok. 0,014%) dla  $\sigma_0/R_c < 0,8$ , przy naprężeniach większych silnie rosną. Zauważmy (por. tabl.3), że próbka 475E-22 obciążona do poziomu równego 90%  $R_c$  uległa zniszczeniu (a więc  $\varepsilon_p \rightarrow \infty$ ) po krótkotrwałym, bardzo intensywnym pełzaniu.

Na taki charakter zależności procesu pełzania badanego piaskowca drobno/średnioziarnistego od obciążenia wydają się też wskazywać wartości granicznego czasu pełzania (por. tabl. 3 i rys. 3). Przy naprężeniach  $\sigma_0$  z przedziału od  $0,5 R_c$  do  $0,7 R_c$  wartości te były niezależne od poziomu naprężenia, pełzanie zanikało (por. rozdział 3.4) już po średnio ok. 300 godzinach. Przy naprężeniach wyższych (uwaga: przypuszczalnie mniejszych jednak od wytrzymałości trwałej  $R_{\infty}$ ) proces pełzania ulegał znacznemu wydłużeniu, przykładowo: dla próbek badanych przy naprężeniu  $\sigma_0 = 0,75 R_c$  był on już o ok. 70% dłuższy niż ten właściwy próbkom badanym przy naprężeniach mniejszych, a jak wydaje się wskazywać krzywa wydania na rysunku 1, próbę pełzania próbki

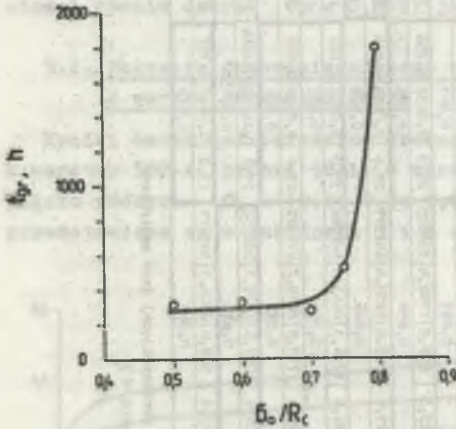
Tabela 3

Zestawienie podstawowych wyników badań na peizanie drobno/średnioziarnistego piaskowca szeregłazowego rudzkiego JASTA ZĘBIE (warstwa 409/2-A\*) w stanie powietrzno-suchym ( $w = 0,38\%$ )

Lp.	Numer próbki	Poziom obciążenia $\sigma_0$	Czas trwania próby peizania t, h	Graniczny czas peizania t <sub>gr</sub> , h	Odkształtowanie natch-minastowe		Odkształtowanie końcowe		Odkształtowanie cenie peizania		Współczynnik peizania $\frac{\xi_k - \xi_0}{\xi_0}$	Intensywność peizania (klasa peizania)
					$\xi_0, \%$	$\xi_0, \%$	$\xi_k, \%$	$\xi_k, \%$	$\xi_k - \xi_0, \%$	$\xi_k - \xi_0, \%$		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1	475E-1	53,2 MPa = 0,5 R <sub>C</sub>	384	312	2,64	2,84	0,20	0,076	Bardzo słaba (I)			
2	475E-2		384	312	2,61	2,77	0,16	0,061				
3	475E-11	63,8 MPa = 0,6 R <sub>C</sub>	408	336	2,45	2,63	0,18	0,073	Bardzo słaba (I)			
4	475E-15		408	312	1,14	1,22	0,08	0,070				
5	475E-16	74,5 MPa = 0,7 R <sub>C</sub>	384	264	2,94	3,09	0,15	0,051	Bardzo słaba (I)			
6	475E-17		384	288	2,91	3,02	0,11	0,038				
7	475E-18	79,8 MPa = 0,75 R <sub>C</sub>	576	552 (?)	2,28	2,38	0,10	0,044	Bardzo słaba (I)			
8	475E-20		576	504	2,70	2,88	0,18	0,067				
9	475E-24	85,1 MPa = 0,8 R <sub>C</sub>	3192	3192 (?)	3,25	4,27	1,02	0,314	Słaba (II)			
10	475E-25		3192	(408)	(3,65)	(3,90)	(0,25)	(0,068)	Bardzo słaba (I)			
11	475E-21		Eksperyment przerwano po 60 sek., gdyż sąsiednia próbka w peizarcie (475E-22) uległa zniszczeniu.									
12	475E-22	95,8 MPa = 0,9 R <sub>C</sub>	Próbka uległa zniszczeniu w 60 sek. po zadaniu obciążenia.									



same). W kaźdym bądź razie i tak peźszanie tej próbki trwało ponad 10-krotnie dłużej niż peźszanie próbek badanych przy naprężeniach  $\sigma_0 = (0,5 + 0,7)R_c$ .



Rys. 3. Zależność granicznego czasu peźszania (wartości średnie) drobno/średnioziarnistego piaskowca szarogłazowego JASTRZĘBIE od poziomu naprężenia

Fig. 3. Relationship between limit time of creeping (mean values) and stress level for the fine/medium-grained Jastrzębie sandstone

dziczności typu Abela (równanie (6)). Współczynnik dobroci dopasowania  $\kappa$  krzywej peźszania Abela do danych empirycznych jest średnio - dla wszystkich dziesięciu próbek, których peźszanie poddano analizie ilościowej - najwyższy, równy 0,847. Tylko próbki 475E-1 i 475E-2 badane przy naprężeniu (najmniejszym w tej serii)  $\sigma_0 = 0,5 R_c$  zostały opisane dokładnie równaniem - odpowiednio - Rabotnowa (7) i Burgersa (4).

Funkcja peźszania Burgersa (reprezentująca I i II stadium uogólnionej krzywej peźszania skał (por. Kwaśniewski, 1977; Borecki i in., 1982b) i opisująca peźszanie zarówno pierwotne, nieustalone, jak i peźszanie drugiego stopnia, ustalone) aproksymowała także najlepiej ( $\kappa = 0,853$ ) szczególnie intensywne peźszanie próbki 475E-24 badanej przy naprężeniu  $\sigma_0$  równym  $0,8 R_c$  (por. rys. 1).

W ogólności funkcje peźszania Rabotnowa i Burgersa niemal z taką samą zgodnością opisywały wyniki eksperymentów. Średnie (dla dziesięciu próbek) wartości współczynnika dobroci dopasowania są dla obu tych funkcji równe - odpowiednio - 0,817 i 0,813,

W tabelicy 4 zebrane są wyniki aproksymacji danych empirycznych równaniami peźszania ośrodków lepko-sprężystych typu Maxwella, Zenera, Burgersa, Abela i Rabotnowa (por. rozdział 4.1). W tabelicy tej wyodrębniono także funkcje (i odpowiadające im parametry peźszania), które najdokładniej dla poszczególnych próbek, z najmniejszym błędem średnio-kwadratowym i największą wartością współczynnika dobroci dopasowania KAPPA (por. rozdział 4.2) aproksymują dane empiryczne.

Analiza tych wyników wskazuje, że peźszanie drobno/średnioziarnistego piaskowca szarogłazowego JASTRZĘBIE aproksymowane jest najdokładniej (w zasadzie niemal niezależnie od poziomu naprężenia, przy którym badano poszczególne próbki) równaniem peźszania ośrodków lepko-sprężystego o modelu całkowym z potęgowym jądrem dzie-

Tablica 4

Funkcje peizania i parametry reologiczne drobno/średnioziarnistego piaskowca szarogłazowego rudzkiego JASTRZĘBIE (warstwa 409/2-A<sup>m</sup>) w stanie powietrzno-suchym ( $\mu = 0,38\%$ )

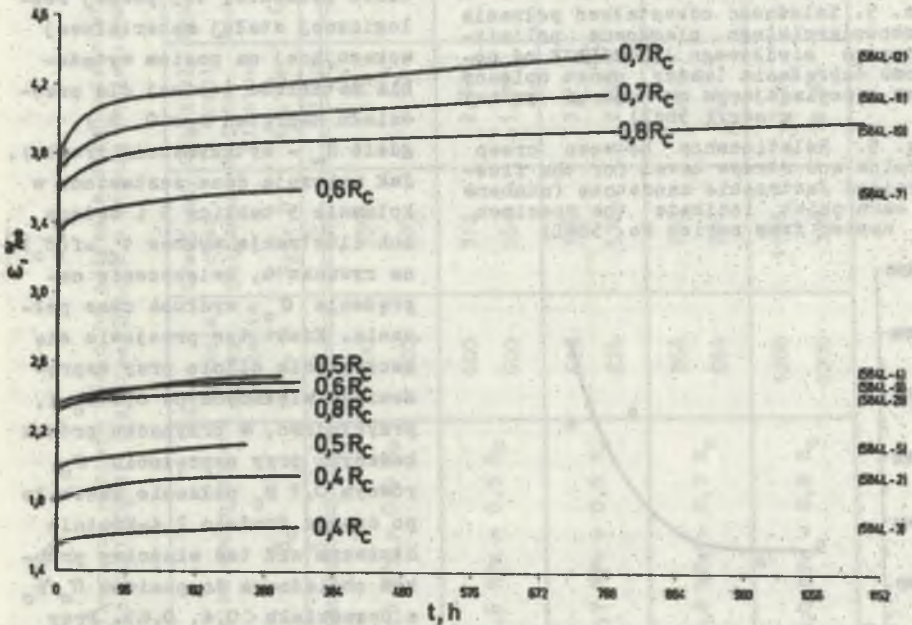
Nr próbki	Poziom obciążenia	Czas trwania doświadczenia	Graniczny czas peizania	FUNKCJA PEIZANIA										
				MAXWELLA		ZEMERA		BURDZEA		ABEŁA		PARABOLA		
				Współczynnik sprężystości	Współczynnik lepkości	Współczynnik sprężystości	Współczynnik lepkości	Współczynnik sprężystości	Współczynnik lepkości	Współczynnik sprężystości	Współczynnik lepkości	Współczynnik sprężystości	Współczynnik lepkości	
4732-1	53,2 MPa = 0,5 R <sub>0</sub>	304	312	$\lambda$	$E_1$	$E_2$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$E_1$	$E_2$	$\delta$	$\alpha$	$X$	$\beta$
				19,6	130240	19,7	334,9	45684	20,1	531,1	977,0	176032	20,1	0,0041
4732-2	53,2 MPa = 0,5 R <sub>0</sub>	304	312	$\lambda$	$E_1$	$E_2$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$E_1$	$E_2$	$\delta$	$\alpha$	$X$	$\beta$
				0,603	195064	19,9	466,7	59021	20,4	537,9	1077,9	272111	20,4	0,0020
4732-11	53,0 MPa = 0,5 R <sub>0</sub>	408	336	$\lambda$	$E_1$	$E_2$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$E_1$	$E_2$	$\delta$	$\alpha$	$X$	$\beta$
				0,604	227912	23,4	324,0	50768	23,9	645,0	1040,6	209279	26,0	0,0045
4732-15	63,8 MPa = 0,6 R <sub>0</sub>	408	312	$\lambda$	$E_1$	$E_2$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$E_1$	$E_2$	$\delta$	$\alpha$	$X$	$\beta$
				0,537	570089	34,1	1137,6	89534	35,9	1092,9	799,1	1948134	35,9	0,0039
4732-16	74,5 MPa = 0,7 R <sub>0</sub>	384	264	$\lambda$	$E_1$	$E_2$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$E_1$	$E_2$	$\delta$	$\alpha$	$X$	$\beta$
				0,426	335007	28,9	709,0	99761	29,3	899,2	1782,4	330025	29,3	0,0033
4732-17	74,5 MPa = 0,7 R <sub>0</sub>	384	268	$\lambda$	$E_1$	$E_2$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$E_1$	$E_2$	$\delta$	$\alpha$	$X$	$\beta$
				0,559	367074	29,3	952,7	55652	29,6	1025,6	3233,4	642377	29,6	0,0025
4732-18	79,8 MPa = 0,75 R <sub>0</sub>	376	352/37	$\lambda$	$E_1$	$E_2$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$E_1$	$E_2$	$\delta$	$\alpha$	$X$	$\beta$
				0,482	244268	24,5	1171,5	130001	24,9	1276,3	1684,0	1400088	25,0	0,0025
4732-20	79,8 MPa = 0,75 R <sub>0</sub>	376	304	$\lambda$	$E_1$	$E_2$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$E_1$	$E_2$	$\delta$	$\alpha$	$X$	$\beta$
				0,411	446526	29,0	825,4	71420	29,4	721,0	2019,2	176492	29,6	0,0019
4732-24	85,1 MPa = 0,8 R <sub>0</sub>	3192	3192/37	$\lambda$	$E_1$	$E_2$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$E_1$	$E_2$	$\delta$	$\alpha$	$X$	$\beta$
				0,431	280356	29,6	676,0	280304	29,3	1077,3	79,1	202051	29,6	0,001
4732-25	85,1 MPa = 0,8 R <sub>0</sub>	3192	1400/	$\lambda$	$E_1$	$E_2$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$E_1$	$E_2$	$\delta$	$\alpha$	$X$	$\beta$
				0,401	207970	27,8	975,6	30500	28,2	568,0	2006,3	395071	28,3	0,0011
				$\lambda$	$E_1$	$E_2$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$E_1$	$E_2$	$\delta$	$\alpha$	$X$	$\beta$
				0,463	1700	17,0	1000	1000	1000	1000	0,212	0,815	0,484	

UWAGA: Grubszą linią zakreślono parametry peizania odpowiadające funkcji najpełniej aproksymującej dane empiryczne (funkcji, której odpowiada największa wartość współczynnika dobroci dopasowania  $X$ ).

Zdecydowanie najgorzej ( $\bar{\alpha} = 0,527$ ) aproksymowało dane empiryczne równanie pełzania różniczkowego modelu Maxwella (1), któremu właściwe jest nieograniczone pełzanie proporcjonalne. Jedyny wyjątek stanowią tu wyniki badań próbki 475E-24 odkształcającej się o wiele bardziej intensywnie niż pozostałe. W tym przypadku funkcja Maxwella aproksymowała dane empiryczne niemal równie dobrze ( $\alpha = 0,852$ ) jak funkcja Burgersa ( $\alpha = 0,853$ ).

### 5.2. Pełzanie drobnosiarnistego piaskowca polimiktycznego z warstw górnośląskich

Wyniki badań nad pełzaniem drobnosiarnistego piaskowca polimiktycznego z warstwy 502-A (próbki 584L) w warunkach jednoosiowego ściskania, przy pięciu różnych -  $\sigma_0 = (0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8)R_C$  - poziomach naprężenia przedstawione są w tablicach 5 i 6 oraz na rysunkach 4-6.

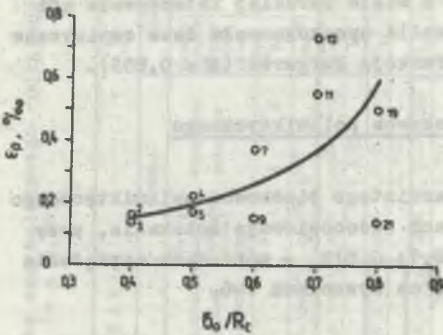


Rys. 4. Krzywe pełzania drobnosiarnistego piaskowca polimiktycznego JASTRZĘBIE z warstwy 502-A przy różnych poziomach obciążenia

Fig. 4. Creep curves of the fine-grained polygenetic Jastrzębie sandstone from the saddle No. 502-A bed for different stress levels

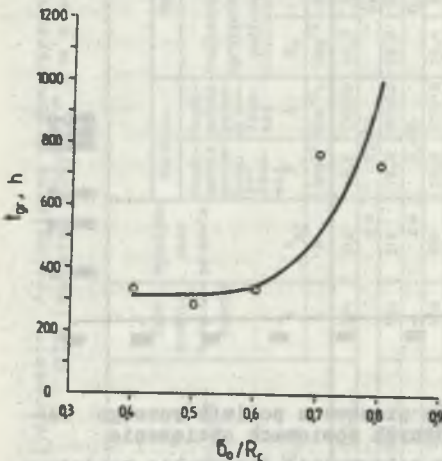
Analiza tych wyników wskazuje, że intensywność pełzania badanego drobnosiarnistego piaskowca polimiktycznego była - dla wszystkich poziomów naprężenia - bardzo słaba (klasa pełzania I). Największe odkształcenia pełzania (te w przypadku próbki 584L-12 badanej przy naprężeniu  $\sigma_0 = 0,7 R_C$ ) były równealedwie 0,73%, a współczynnik pełzania nie prze-

krocsyż wartości - też w przypadku próbki 584L-12 -  $\varphi_k = 0,199$ . Jak wynika jednak z danych zestawionych w kolumnie 8 tabelicy 5, 1 - szczególnie



Rys. 5. Zależność odkształceń pełzania drobnziarnistego piaskowca polimiktycznego siódłowego JASTRZĘBIE od poziomu naprężenia (każdy punkt opisany jest odpowiadającym mu numerem próbki z serii 584L)

Fig. 5. Relationship between creep strains and stress level for the fine-grained Jastrzębie sandstone (numbers at each point indicate the specimen number from series No. 584L)



Rys. 6. Zależność granicznego czasu pełzania (wartości średnie) drobnziarnistego piaskowca polimiktycznego siódłowego JASTRZĘBIE od poziomu naprężenia

Fig. 6. Relationship between limit time of creeping (mean values) and stress level for the fine-grained Jastrzębie sandstone

dobrze - z krzywej  $\epsilon_p = f(\sigma_0)$  na rysunku 5, odkształcenia pełzania rosną w miarę zwiększania obciążenia, przy czym im wyższy poziom naprężenia  $\sigma_0$ , tym większe przyrosty odkształceń pełzania odpowiadają jego dalszemu zwiększaniu.

Na taką właśnie tendencję zależności charakteru pełzania od poziomu naprężenia wskazują również wartości granicznego czasu pełzania, tej pewnej reologicznej stałej materiałowej wskazującej na poziom wytrzymałości materiału (ważnej dla przedziału naprężeń  $\sigma_0 \in (0, R_c)$ , gdzie  $R_c$  - wytrzymałość trwała). Jak wskazują dane zestawione w kolumnie 5 tabelicy 5 i będący ich ilustracją wykres  $t_{gr} = f(\sigma_0)$  na rysunku 6, zwiększenie naprężenia  $\sigma_0$  wydłuża czas pełzania. Efekt ten przejawia się szczególnie silnie przy naprężeniach większych od  $0,6 R_c$  i, przykładowo, w przypadku próbek badanych przy naprężeniu  $\sigma_0$  równym  $0,7 R_c$  pełzanie zanikało po czasie średnio 2,4-krotnie dłuższym niż ten właściwy próbkom obciążonym do poziomu  $\sigma_0/R_c$  z przedziału  $\langle 0,4, 0,6 \rangle$ . Przy okazji więc wyniki tych badań wydają się wskazywać, że wytrzymałość trwała drobnziarnistego piaskowca polimiktycznego JASTRZĘBIE z warstwy 502-A jest wyższa od  $0,8 R_c$ .

W tabelicy 6 zebrane są wyniki aproksymacji danych empirycznych równaniami pełzania ośrodków lepkosprężystych typu Max-

Tablice 5

Zestawienie podstawowych wyników badań na peźzanie drobnoziarnistego piaskowca polimiktycznego siodłowego JASTRZĘBIE (warstwa 502-A) w stanie powietrzno-suchym ( $w = 0,64g$ )

Lp.	Numer próbki	Poziom obciążenia $\bar{\sigma}_0$	Czas trwania próby peźzania $t, h$	Graniczny czas peźzania $t_{gr}, h$	Odkształceniowość miastowe $\epsilon_0, \%$	Odkształceniowość końcowe $\epsilon_k, \%$	Odkształceniowość peźzania $\epsilon_k - \epsilon_0, \%$	Współczynnik peźzania $\frac{\epsilon_k - \epsilon_0}{\epsilon_0}$	Intensywność peźzania (klasa peźzania)
1	2	3							
1	58AL-2	44,5 MPa = 0,4 $R_c$	600	336	1,79	1,95	0,16	0,089	Bardzo słaba (I)
2	58AL-3		600	336	1,52	1,66	0,14	0,092	
3	58AL-4	55,6 MPa = 0,5 $R_c$	600	312	2,30	2,52	0,22	0,096	Bardzo słaba (I)
4	58AL-5		600	264	1,96	2,13	0,17	0,087	
5	58AL-7	66,7 MPa = 0,6 $R_c$	624	336	3,23	3,60	0,37	0,115	Bardzo słaba (I)
6	58AL-9		624	336	2,34	2,49	0,15	0,064	
7	58AL-11	77,8 MPa = 0,7 $R_c$	864	768	3,62	4,17	0,55	0,152	Bardzo słaba (I)
8	58AL-12		864	768	3,67	4,40	0,73	0,199	
9	58AL-19	89,0 MPa = 0,8 $R_c$	1200	1128	3,52	4,02	0,50	0,142	Bardzo słaba (I)
10	58AL-21		1200	336	2,30	2,44	0,14	0,061	

Tablica 6  
Funkcje pełzania i parametry reologiczne drobnoziarnistego piaskowca polimiktycznego słodowego JASTRZĘBIE (warstwa 502-A) w stanie powietrzno-suchym ( $w = 0,64\%$ )

Nr próbki	Poziom obciążenia $\sigma_0$	Czas trwania doświadczenia	Granice pełzania	FUNKCJA PEŁZANIA										ABELA		RYBOYWA				
				MAXWILLA		ZENDA		BURGIŁSA		WSPÓLNY		WSPÓLNY		WSPÓLNY		WSPÓLNY				
				$\lambda$	$E_1$	$E_2$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$E_1$	$E_2$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$E_1$	$E_2$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\delta$	$\alpha$	$\sigma_{lim}^{-2}$	$\sigma_{lim}^{-1}$
502L-2	44,5 MPa = 0,4 R <sub>0</sub>	600	336	24,2	133003	24,6	300,1	2752							25,0	0,0068	0,688	25,0	0,072	0,0447
				0,209			0,844									0,783			0,188	
504L-3	44,5 MPa = 0,4 R <sub>0</sub>	600	336	28,4	164179	28,8	370,5	3474							29,3	0,0032	0,720	29,4	0,070	0,0911
				0,173			0,771									0,7052			0,7847	
506L-4	55,6 MPa = 0,5 R <sub>0</sub>	600	312	27,6	103149	24,0	256,0	3707							24,2	0,0048	0,595	24,3	0,083	0,0457
				0,428			0,892									0,842			0,138	
508L-3	55,6 MPa = 0,5 R <sub>0</sub>	600	264	27,8	112223	20,0	316,2	3087	26,1	1000,0	3107	154506			26,2	0,0033	0,504	26,3	0,074	0,0220
				0,724			0,842					0,039				0,866			0,176	
508L-7	66,7 MPa = 0,6 R <sub>0</sub>	624	336	19,7	103827	20,1	232,5	21001	20,2	366,0	11163	203195			20,6	0,0048	0,752	20,6	0,052	0,1734
				0,312			0,830				0,054					0,911			0,140	
508L-9	66,7 MPa = 0,6 R <sub>0</sub>	624	336	28,0	215790	28,2	474,9	54081	28,3	615,9	50407	818512			28,5	0,0031	0,555	28,4	0,048	0,0356
				0,491			0,887				0,094					0,882			0,078	
508L-11	77,8 MPa = 0,7 R <sub>0</sub>	664	768	20,3	181804	20,8	171,6	45545	21,1	310,3	13691	262830			21,4	0,0052	0,706	21,4	0,088	0,0270
				0,125			0,647				0,034					0,810			0,109	
508L-12	77,8 MPa = 0,7 R <sub>0</sub>	664	768	19,6	135703	20,1	132,4	40833	20,6	261,8	7080	116246			21,0	0,0079	0,616	20,9	0,030	0,0012
				0,157			0,675				0,072					0,8420			0,1421	
508L-19	89,0 MPa = 0,8 R <sub>0</sub>	1200	1128	23,8	363506	24,3	227,8	95262	24,8	396,1	30017	494930			25,2	0,0033	0,719	25,1	0,038	0,0314
				0,115			0,602				0,041					0,904			0,103	
508L-21	89,0 MPa = 0,8 R <sub>0</sub>	1200	336	37,9	316753	38,2	731,8	97121	38,3	1369,9	74277	603059			38,6	0,0008	0,663	38,6	0,0113	0,0720
				0,613			0,859				0,153					0,873			0,107	

UWAGA! Grubszą linią określono parametry pełzania odpowiadające funkcji najlepiej aproksymującej dane empiryczne (funkcji, której odpowiada największa wartość współczynnika dobrego dopasowania  $x$ ).

wella, Zenera, Burgersa, Abela i Rabortnowa. Jak okazuje się, szczególnie słabe, szybko zanikające pełzanie drobnoziarnistego piaskowca polimiktycznego JASTRZĘBIE przy niskich - równych  $0,4 R_c$  i  $0,5 R_c$  - naprężeniach  $\sigma_0$  (por. rys. 4) aproksymowane jest najdokładniej równaniem pełzania (3) trójparametrowego modelu standard (Zenera) reprezentującego stadium I (pełzanie pierwotne) uogólnionej krzywej pełzania skał. Odpowiadająca równaniu Zenera średnia wartość współczynnika dobroci dopasowania  $\chi$  dla czterech próbek badanych przy tych naprężeniach równa jest  $0,840$  (w porównaniu z wartościami  $0,608$ ,  $0,822$  i  $0,821$  (por. tabl. 6) dla modelu - odpowiednio - Maxwella, Abela i Rabortnowa.

(UWAGA: W tablicy 6 nie podano dla próbek 584L2, 3 i 4 wartości parametrów reologicznych odpowiadających funkcji pełzania Burgersa, gdyż w rezultacie minimalizacji sumy kwadratów odchyłek (10) otrzymano dla tych próbek wartości współczynnika lepkości podłużnej  $\lambda_2$  mniejsze od zera, a więc pozbawione fizykalnego sensu).

Generalnie bardziej intensywne pełzanie badanego drobnoziarnistego piaskowca polimiktycznego przy wyższych poziomach naprężenia -  $\sigma_0/R_c = 0,6$ ,  $0,7$  i  $0,8$  (por. rys. 4) - aproksymowane jest najdokładniej (wyjątkiem jest tu tylko próbka 584L-7 - por. tabl. 6) funkcją pełzania (4) czteroparametrowego modelu Burgersa reprezentującą I (pełzanie nieustalone) i II (pełzanie ustalone) stadia uogólnionej krzywej pełzania. Odpowiadająca tej funkcji średnia wartość współczynnika dobroci dopasowania  $\chi$  dla próbek 584L-9, 11, 12, 19 i 21 równa jest  $0,859$ , w porównaniu z wartością  $0,846$  właściwą funkcjom Abela i Rabortnowa.

Podobnie jak w przypadku drobno/średnioziarnistego piaskowca szarogłazowego z warstwy 409/2-A<sup>m</sup> (por. rozdział 5.1), pełzanie drobnoziarnistego piaskowca polimiktycznego z warstwy 502-A opisywane jest najgorzej funkcją pełzania (1) dwuparametrowego modelu Maxwella. Odpowiadająca tej funkcji średnia (dla wszystkich 10 badanych próbek) wartość współczynnika dobroci dopasowania równa jest zaledwie  $0,575$ .

### 5.3. Pełzanie zlepieńca szarogłazowego z warstw górnosiódłowych

Rezultaty badań nad pełzaniem powietrzno-suchego ( $w = 0,71\%$ ) zlepieńca szarogłazowego z warstwy 505/1-C (próbki 462J) w warunkach jednoosiowego ściskania przy pięciu różnych poziomach naprężenia -  $\sigma_0 = (0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9)R_c$  - przedstawione są w tablicach 7 i 8 oraz na rysunkach 7-9.

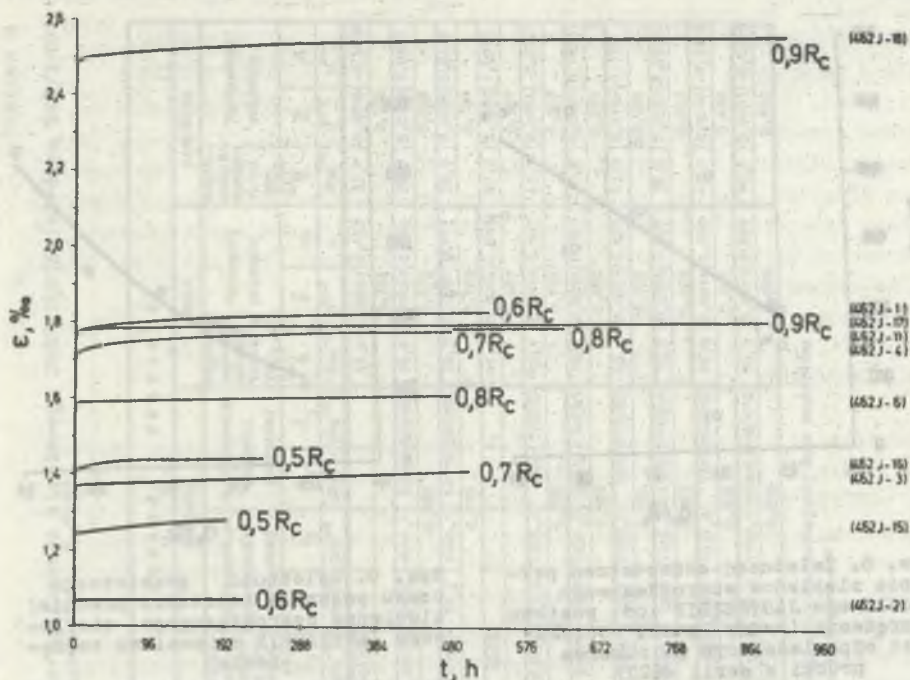
Analizując te rezultaty nietrudno dostrzec, że badany zlepieniec szarogłazowy charakteryzuje się pełzaniem szczególnie słabym. Żadna z badanych dotychczas w laboratorium mechaniki skał IPBK10P (por. Borecki i in., 1977, 1978, 1979, 1982b) karbońskich skał okruchowych (nie mówiąc o ilastych) z górotworu Rybnickiego Okręgu Węglowego nie odkształcała się tak nieznacznie w procesie pełzania. Nawet w przypadku próbek (462J-6, 11, 17, 18) badanych przy wysokich - równych  $0,8$  i  $0,9 R_c$  - poziomach naprężenia  $\sigma_0$ , odkształcenia pełzania nie przekroczyły wartości  $\epsilon_p = 0,1\%$ ,

Tabela 7

Zestawienie podstawowych wyników badań na peizanie zlepienta szarogłazowego słodłowego JASZCZĘBIE (warstwa 505/1-C) w stanie powietrzno-suchym ( $w = 0,71\%$ )

Lp.	Numer próbki	Poziom obciążenia $\sigma_0$	Czas trwania próby peizania $t, h$	Graniczny czas peizania $t_{gr}, h$	Odkształcenie natecz-miastowe		Odkształcenie końcowe		Odkształcenie peizania $\xi_k - \xi_0, \%$	Współczynnik peizania $\frac{\xi_k - \xi_0}{\xi_0}$	Intensywność peizania (klasa peizania)
					$\xi_0, \%$	$\xi_0, \%$	$\xi_k, \%$	$\xi_k - \xi_0, \%$			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
1	462J-15	11,7 MPa = 0,5 R <sub>c</sub>	624	192	1,24	1,28	0,04	0,032	Bardzo słaba (I)		
2	462J-16		624	240	1,41	1,44	0,03	0,022			
3	462J-1	50,0 MPa = 0,6 R <sub>c</sub>	624	528	1,75	1,83	0,08	0,046	Bardzo słaba (I)		
4	462J-2		624	216	1,06	1,07	0,01	0,009			
5	462J-3	58,3 MPa = 0,7 R <sub>c</sub>	624	504	1,34	1,41	0,07	0,052	Bardzo słaba (I)		
6	462J-4		624	480	1,69	1,78	0,09	0,053			
7	462J-6	66,7 MPa = 0,8 R <sub>c</sub>	624	480	1,55	1,61	0,06	0,039	Bardzo słaba (I)		
8	462J-11		624	624 (?)	1,69	1,79	0,10	0,059			
9	462J-17	75,0 MPa = 0,9 R <sub>c</sub>	984	888	1,74	1,81	0,07	0,040	Bardzo słaba (I)		
10	462J-18		984	912	2,47	2,57	0,10	0,040			



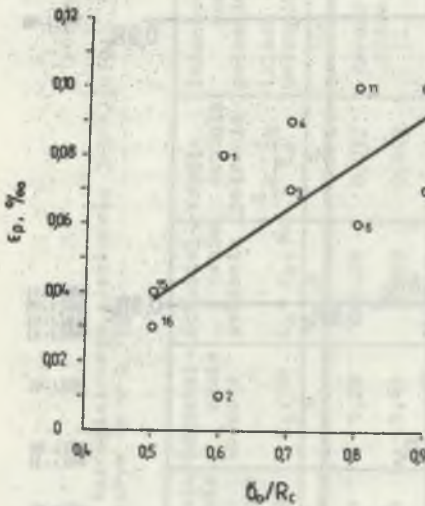


Rys. 7. Krzywe pełzania zlepieńca szarogłazowego JASTRZĘBIE z warstwy 505/1-C przy różnych poziomach obciążenia

Fig. 7. Creep curves of the greywacke Jastrzębie conglomerate from the saddle No. 505/1-C bed for different stress levels

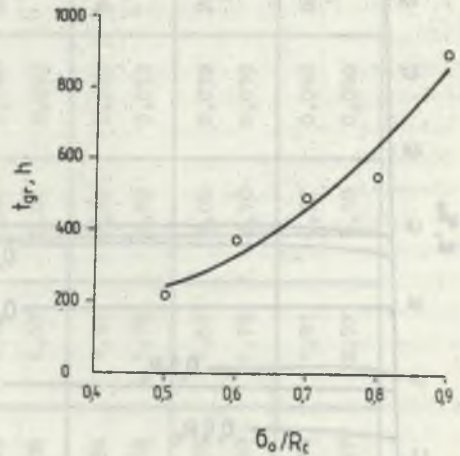
największa zaś wartość współczynnika pełzania  $\psi_k$  (dla próbki 462J-11,  $\sigma_0 = 0,8 R_c$ ) wynosi zaledwie 0,059 (a zwróćmy uwagę, że zgodnie z reologiczną klasyfikacją skał [25, 26], wartość współczynnika pełzania rozdzielająca klasę (I) pełzania bardzo słabego od klasy (II) pełzania słabego wynosi 0,200).

Jakkolwiek bezwzględne wartości odkształceń pełzania i współczynnika pełzania są tak małe, to jednak - jak dobrze wynika z wykresów  $\epsilon_p = f(\sigma_0)$  i  $t_{gr} = f(\sigma_0)$  na rysunkach - odpowiednio - 8 i 9 (por. także dane liczbowe zestawione w kolumnach 8 i 5 tablicy 7) - proces pełzania badanego zlepieńca wyraźnie intensyfikował się w miarę zwiększania poziomu naprężenia. Odkształcenia pełzania odpowiadające naprężeniu  $\sigma_0 = 0,9 R_c$  były średnio 2,4-krotnie większe od tych właściwych naprężeniu  $\sigma_0 = 0,5 R_c$ , pełzanie zaś przy tym najwyższym poziomie naprężenia zanikało po czasie ponad 4-krotnie dłuższym niż ten, który stanowił o zakończeniu próby pełzania przy naprężeniach  $\sigma_0$  równych  $0,5 R_c$  (por. także rys. 7). Tak więc mimo znacznych różnic ilościowych, charakter pełzania badanego zlepieńca jest w sensie jakościowym podobny do tego właściwego piaskowcom omawianym w dwóch poprzednich rozdziałach.



Rys. 8. Zależność odkształceń pełzania zlepieńca szarogłazowego siodłowego JASTRZĘBIE od poziomu naprężenia (każdy punkt opisany jest odpowiadającym mu numerem próbki z serii 462J)

Fig. 8. Relationship between creep strains and stress level for the Jastrzębie conglomerate (numbers at each point indicate the specimen number from series No. 462J)



Rys. 9. Zależność granicznego czasu pełzania (wartości średnie) zlepieńca szarogłazowego siodłowego JASTRZĘBIE od poziomu naprężenia

Fig. 9. Relationship between limit time of creeping (mean values) and stress level for the Jastrzębie conglomerate

Analiza zestawionych w tabelicy 8 wyników aproksymacji danych empirycznych  $\varepsilon = f(t)$  równaniami pełzania ośrodków lepkosprężystych typu Maxwella, Zenera, Burgersa, Abela i Rabotnowa wskazuje, że (podobnie jak w przypadku drobnoziarnistego piaskowca polimiktycznego) pełzanie zlepieńca szarogłazowego JASTRZĘBIE z warstwy 505/1-C w stanie powietrzno-suchym przy niskich poziomach naprężenia  $\sigma_0/R_c$  - w tym przypadku 0,5 i 0,6 - aproksymowane jest najlepiej równaniem pełzania (3) trójparametrowego modelu reologicznego Zenera, a przy naprężeniach wyższych -  $\sigma_0/R_c = 0,7, 0,8$  i  $0,9$  - nieco bardziej intensywnie (por. rys. 7) pełzanie tej skały opisane jest najdokładniej równaniem pełzania (4) czteroparametrowego modelu reologicznego Burgersa. Odpowiadająca funkcji pełzania Zenera średnia wartość współczynnika dobroci dopasowania  $\chi$  dla czterech (462J-15, 16, 1 i 2) próbek badanych przy najniższych poziomach naprężenia (por. tabl. 8) równa jest 0,758, podczas gdy dla, przykładowo, funkcji Abela i Rabotnowa wynosi ona - odpowiednio - 0,671 i 0,695. Dla sześciu pozostałych próbek - badanych, przypomnijmy, przy naprężeniach  $\sigma_0 = 0,7, 0,8$  i  $0,9 R_c$  - średnia wartość współczynnika dobroci dopasowania  $\chi$  odpowiada-

Tablica 8

Funkcje peźzania i parametry reologiczne zlepienia szarogłazowego słoďłowego JASTRZĘBIE (marstwa 505/1-C) w stanie powietrzno-suchym ( $w = 0,71\%$ )

Nr próbki	Poziom obciążenia	Czas trwania doświadczenia	Drognosny czas peźzania	MAXWELLA		ZEMBISSA		BIRGENSSA			AMSKA		KASZUBOWA	
				wpół- spręż- ność k	wpół- spręż- ność k	wpół- spręż- ność k	wpół- spręż- ność k	wpół- spręż- ność k	wpół- spręż- ność k	wpół- spręż- ność k	wpół- spręż- ność k	wpół- spręż- ność k	wpół- spręż- ność k	wpół- spręż- ność k
4602-15	91,7 MPa = 0,5 R <sub>0</sub>	624	152	0,614	0,794	0,10705	0,776	0,776	0,776	0,776	0,776	0,776	0,776	
4603-16	41,7 MPa = 0,5 R <sub>0</sub>	624	240	0,790	0,871	0,871	0,871	0,871	0,871	0,871	0,871	0,871	0,871	
4603-1	50,0 MPa = 0,6 R <sub>0</sub>	624	320	0,516	0,717	0,717	0,717	0,717	0,717	0,717	0,717	0,717	0,717	
4603-2	50,0 MPa = 0,6 R <sub>0</sub>	624	216	0,028	0,691	0,691	0,691	0,691	0,691	0,691	0,691	0,691	0,691	
4603-3	50,2 MPa = 0,7 R <sub>0</sub>	624	504	0,629	0,712	0,712	0,712	0,712	0,712	0,712	0,712	0,712	0,712	
4603-4	50,3 MPa = 0,7 R <sub>0</sub>	624	480	0,432	0,685	0,685	0,685	0,685	0,685	0,685	0,685	0,685	0,685	
4603-5	56,7 MPa = 0,8 R <sub>0</sub>	624	480	0,329	0,599	0,599	0,599	0,599	0,599	0,599	0,599	0,599	0,599	
4603-11	66,7 MPa = 0,8 R <sub>0</sub>	624	624/7	0,538	0,703	0,703	0,703	0,703	0,703	0,703	0,703	0,703	0,703	
4603-17	77,0 MPa = 0,9 R <sub>0</sub>	904	608	0,5001	0,704	0,704	0,704	0,704	0,704	0,704	0,704	0,704	0,704	
4603-18	79,0 MPa = 0,9 R <sub>0</sub>	904	912	0,500	0,703	0,703	0,703	0,703	0,703	0,703	0,703	0,703	0,703	

UWAGA: Grubszą linią zakreślono parametry peźzania odpowiadające funkcji najlepiej aproksymującej dane empiryczne (funkcji, której odpowiada największa wartość współczynnika dobroci dopasowania  $\chi$ ).

jąca funkcji Burgersa równa jest 0,746 w porównaniu z wartościami 0,659, 0,728 i 0,733 odpowiadającymi - w takiej kolejności - funkcjom Zenera, Abela i Rabotnowa.

I znowu, tak jak w przypadku obu piaskowców, równaniem najmniej dokładnie aproksymującym dane empiryczne pełzania badanego zlepieńca jest równanie pełzania (1) modelu Maxwella, któremu właściwe jest jedynie pełzanie drugiego stopnia, ustalone. Odpowiadająca funkcji pełzania Maxwella średnia (dla wszystkich dziesięciu badanych próbek) wartość współczynnika  $\chi$  wynosi zaledwie 0,447 (w porównaniu z wartością  $\chi = 0,718$  dla funkcji Rabotnowa).

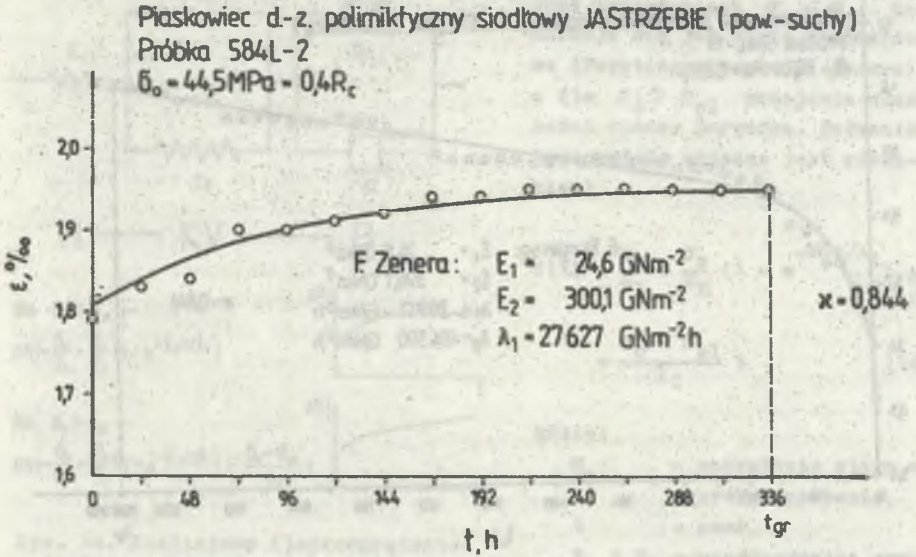
## 6. LEPKOSPĘŻYSTO-PLASTYCZNO-LEPKI MODEL PEŁZANIA SKAŁ

Analizując w rozdziałach 5.2 i 5.3 pełzanie drobnoziarnistego piaskowca i zlepieńca wskazano, że skały te (w odróżnieniu, chociażby, od badanego również piaskowca drobno/średnioziarnistego - por. rozdział 5.1) mają wspólną, specyficzną cechę pełzania wyłącznie pierwotnego, ograniczonego przy niskich poziomach naprężenia (0,4 i 0,5  $R_c$  w przypadku piaskowca, 0,5 i 0,6  $R_c$  w przypadku zlepieńca) i pełzania nieograniczonego, drugiego stopnia przy naprężeniach większych.

Okształcanie się tych skał w czasie przy niewielkich naprężeniach aproksymowane było najdokładniej (por. tablice 6 i 8) równaniem pełzania (3) trójparametrowego modelu Zenera, któremu właściwe jest wyłącznie nieustalone, zanikające pełzanie pierwotne (por. rysunki 10 i 11), pełzanie zaś przy wyższych poziomach obciążenia opisane jest najlepiej równaniem pełzania (4) czteroparametrowego modelu reologicznego Burgersa, któremu właściwe jest pełzanie zarówno nieustalone, pierwszego stopnia, jak i pełzanie drugiego stopnia, ustalone (por. rysunki 12 i 13).

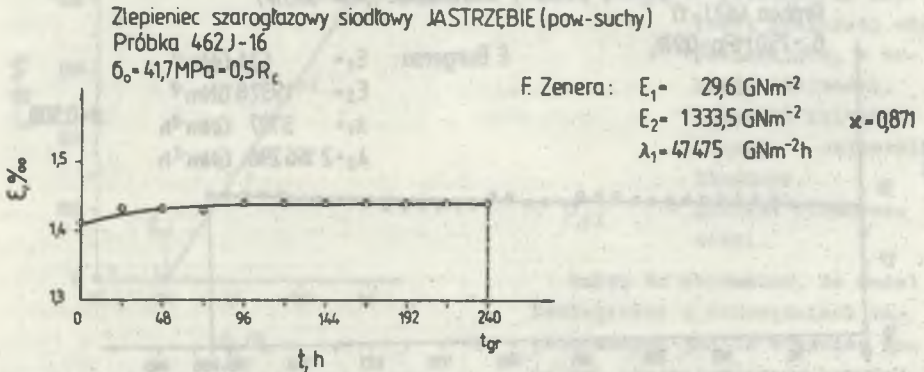
Aby wyeliminować tę niedogodność, że temu samemu materiałowi (skale) przypisywane są różne - w zależności od poziomu naprężenia - modele reologiczne, liniowe modele lepkospężystości Zenera (w ogólności - model standard) i Burgersa zastąpimy (jednym) modelem nieliniowym (lepkospężysto-plastyczno-lepkim), który do pewnego poziomu (progu) naprężenia zachowuje się jak reologiczne ciało standardowe, powyżej zaś tego progu zaczyna przejawiać cechy cieczy Burgersa.

Model taki przedstawiony jest na rysunku 14. Zbudowany on jest z połączonych szeregowo: modelu Hooke'a (sprężystość), modelu Kelvina-Voigta (opóźniona sprężystość) i modelu Bingham'a (por. Bingham i Green, 1919), będącego równoległym połączeniem elementu Newtona (lepkość) z elementem St. Venanta (plastyczność) i przejawiającego własność lepkiego płynięcia, ale dopiero przy naprężeniach wyższych od granicy plastyczności (tak jak m.in. opisywany w tej pracy zlepieniec szarogłazowy, którego wykres prędkości pełzania ustalonego w zależności od poziomu obciążenia przedstawiony jest na rysunku 15). Model ten (Hooke'a-Kelvina-Voigta-Bingham'a H-KV-B)



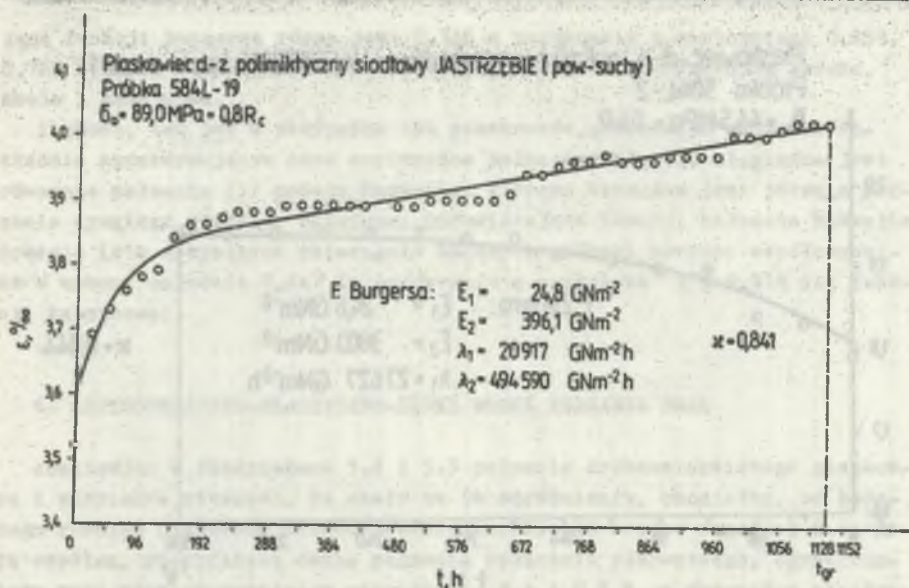
Rys. 10. Krzywa peźzania drobnoziarnistego piaskowca polimiktycznego siodłowego JASTRZĘBIE z warstwy 502-A w stanie powietrzno-suchym przy  $\sigma_0 = 0,4 R_c$  (próbka 584L-2)

Fig. 10. Creep curve of the air-dried fine-grained polygenetic Jastrzębie sandstone from the saddle No. 502-A bed tested under stress level  $\sigma_0 = 0.4 R_c$  (specimen No. 584L-2)



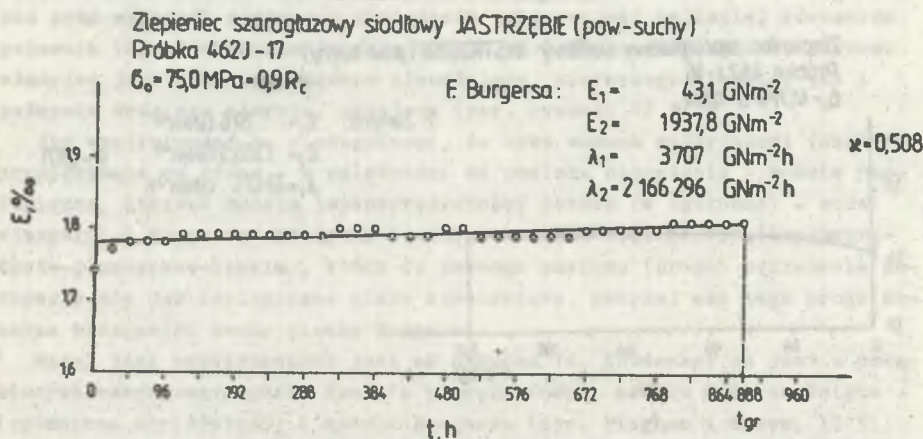
Rys. 11. Krzywa peźzania zlepnieća szarogłazowego siodłowego JASTRZĘBIE z warstwy 505/1-C w stanie powietrzno-suchym przy  $\sigma_0 = 0,5 R_c$  (próbka 462J-16)

Fig. 11. Creep curve of the air-dried greywacke Jastrzębie conglomerate from the saddle No. 505/1-C bed tested under stress level  $\sigma_0 = 0.5 R_c$  (specimen No. 462J-16)



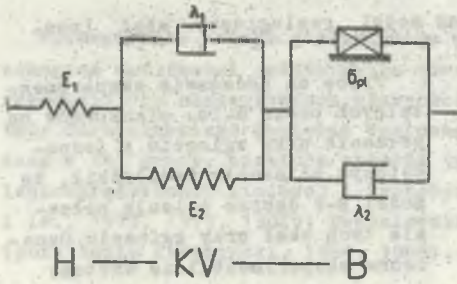
Rys. 12. Krzywa pełzania drobnoziarnistego piaskowca polimiktycznego siodłowego JASTRZĘBIE z warstwy 502-A w stanie powietrzno-suchym przy  $\sigma_0 = 0,8 R_c$  (próbka 584L-19)

Fig. 12. Creep curve of the air-dried fine-grained polygenetic Jastrzębie sandstone tested under stress level  $\sigma_0 = 0,8 R_c$  (specimen No. 584L-19)



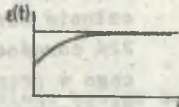
Rys. 13. Krzywa pełzania zlepieńca szarogłazowego siodłowego JASTRZĘBIE z warstwy 505/1-C w stanie powietrzno-suchym przy  $\sigma_0 = 0,9 R_c$  (próbka 462J-17)

Fig. 13. Creep curve of the air-dried greywacke Jastrzębie conglomerate tested under stress level  $\sigma_0 = 0,9 R_c$  (specimen No. 462J-17)



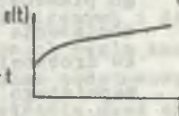
gdy  $\sigma_0 < \sigma_{pl}$  -

$$\epsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{E_2} (1 - e^{-E_2 t / \lambda_1})$$



gdy  $\sigma_0 > \sigma_{pl}$  -

$$\epsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{E_2} (1 - e^{-E_2 t / \lambda_1}) + \frac{\sigma_0 - \sigma_{pl}}{\lambda_2} t$$



Rys. 14. Nieliniowy (lepkosprężysto-plastyczno-lepki) model pełzania skał

Fig. 14. Nonlinear (viscoelastic-plastic-viscous) model of rock creep

przy naprężeniach  $\sigma_0 \leq \sigma_{pl}$  zachowuje się jak ciało standardowe (Poyntinga-Thomsona, Zenera), a dla  $\sigma_0 > \sigma_{pl}$  przejawia własności cieczy Burgersa. Pełzanie tego modelu opisane jest równaniem:

$$\epsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{E_2} (1 - e^{-E_2 t / \lambda_1}) + \frac{\sigma_0 - \sigma_{pl}}{\lambda_2} t \quad (14)$$

gdzie:

$\sigma_0$  - naprężenie stałe w próbie pełzania,

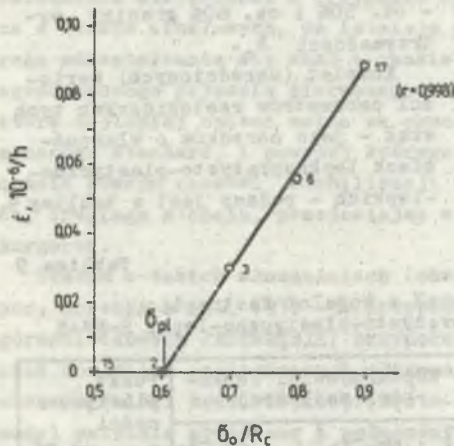
$t$  - czas,

$E_1$  i  $E_2$  - współczynniki sprężystości podłużnej odpowiadające, w takiej kolejności, członowi Hooke'a i członowi Kelvina-Voigta,

$\lambda_1$  i  $\lambda_2$  - współczynniki lepkości podłużnej odpowiadające, w takiej kolejności, członowi Kelvina-Voigta i członowi Binghamu,

$\sigma_{pl}$  - granica plastyczności.

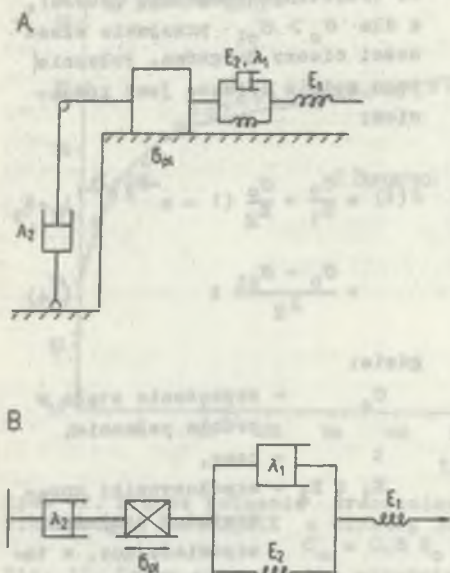
Warto tu wspomnieć, że model reologiczny o własnościach takich samych jak te właściwe modelowi przedstawionemu powyżej proponował już wcześniej Price (1964) jako model Bingham-Voigta (por. rys. 16A), Shoua i Mase, 1966 (por. także Shoua, 1966) jako tzw. model SVB (sprężyna, Voigt, Bingham) oraz Handin i



Rys. 15. Zależność prędkości pełzania ustalonego szarogłazowego zlepienia z warstwy 505/1-C JASTRZĘBIE od poziomu naprężenia (punkty opisane są odpowiadającymi im numerami próbek z serii 462J)

Fig. 15. Relationship between the steady-state creep rate and stress level for the Jastrzębie conglomerate (numbers at each point indicate the specimen number from series No. 462J)

Cartar (1979) jako tzw. wyidealizowany model reologiczny skał (rys. 16B).



Rys. 16. Nieliniowy model reologiczny skał

A - model B-V (Price, 1964), B - wyidealizowany model reologiczny skał (Handin i Carter, 1979)

Fig. 16. Nonlinear rheological model of rocks

A - B-V model (Price, 1964), B - idealized rheological model of rocks (Handin and Carter, 1979)

Price na podstawie eksperymentalnych badań m.in. piaskowców na peźzanie przy zginaniu i jednoosiowym ściskaniu stwierdził, że model B-V dobrze opisuje peźzanie tych skał przy zginaniu. Oznaczona eksperymentalnie wartość granicy plastyczności  $\sigma_{pl}$  (w członie Binghama) wynosiła ok. 22% doraźnego obciążenia niszczącego w przypadku drobnoziarnistego piaskowca PENNANT i ok. 60% obciążenia niszczącego w przypadku drobnoziarnistego piaskowca wapienistego WOLSTANTON.

Dla badanych na peźzanie przy jednoosiowym ściskaniu drobnoziarnistego piaskowca i zlepieńca z kopalni Jastrzębie oznaczone empirycznie wartości punktu plastyczności wynoszą - odpowiednio - ok. 50% i ok. 60% granicy wytrzymałości  $R_c$ .

Komplet (uśrednionych) wartości parametrów reologicznych tych skał - jako ośrodków o własnościach lepkosprężysto-plastyczno-lepkich - podany jest w tabelicy 9.

Tablica 9

Reologiczne stałe materiałowe skał z kopalni Jastrzębie, którym przyporządkowano model lepkosprężysto-plastyczno-lepkki H-KV-B

Nazwa skały	Współczynniki sprężystości podłużnej		Współczynniki lepkości podłużnej		Punkt plastyczności $\sigma_{pl}$ , MNm <sup>-2</sup>
	$E_1$ , GNm <sup>-2</sup>	$E_2$ , GNm <sup>-2</sup>	$\lambda_1$ , GNm <sup>-2</sup> h	$\lambda_2$ , GNm <sup>-2</sup> h	
Drobnoziarnisty piaskowiec polimiktyczny z warstwy 502-A w stanie powietrzno-suchym (w=0,64%)	26,3	309	35 921	118 307	55,6 (=0,5 $R_c$ )
Zlepieńiec szarogłazowy z warstwy 505/1-C w stanie powietrzno-suchym (w = 0,71%)	34,7	1 871	74 064	391 626	50,3 (=0,6 $R_c$ )



Wprowadzenie nowego nieliniowego modelu pełzania w istotny sposób wzbogaca możliwości jakościowego odwzorowywania i ilościowego wyrażania rzeczywistych reologicznych własności skał karbońskich budujących górotwór Górnośląskiego Zagłębia Węglowego. Jak wykazały bowiem badania opisane w tej pracy, niektóre spośród tych skał wykazują cechę nie tylko lepkosprężystości liniowej i lepkosprężystości nieliniowej (por. Borecki i in., 1978, 1979, 1982b; Kwaśniewski, 1980), ale i lepkoplastyczności (por. także Kidybiński, 1964, 1966).

## 7. PODSUMOWANIE

W pracy tej przedstawiono wyniki badań na pełzanie przy jednoosiowym ściskaniu trzech mineralogicznych i diagenetycznych odmian skał średnio- i grubookruchowych z kopalni węgla kamiennego Jastrzębie. Badania te nosiły znamiona zarówno badań podstawowych - zbliżając do wyjaśnienia fizykalnej istoty procesu pełzania skał okruchowych, jak i badań stosowanych - dostarczając pewnych danych ilościowych o pełzaniu, a w szczególności - wartości reologicznych stałych materiałowych, bez których obliczenie, przykładowo, przemieszczeń górotworu w sąsiedztwie wyrobisk górniczych oraz deformacyjnych obciążeń górotworu na obudowę nie jest możliwe.

Analizując charakter pełzania badanych skał w zależności od poziomu obciążenia stwierdzono w przypadku drobnoziarnistego piaskowca i zlepieńca z warstw siódłowych, że istnieje pewien próg naprężenia, poniżej którego odkształcanie się skał w czasie ogranicza się do zanikającego, ograniczonego pełzania pierwszego stopnia (tzw. pełzania sprężystego), które najlepiej opisać można za pomocą trójparametrowego modelu reologicznego standard, i powyżej którego pełzanie nieustalone przechodzi (po czasie równym czasowi stabilizacji procesu pełzania) w pełzanie ustalone, drugiego stopnia, przejawiając w ten sposób cechy właściwe cieczy Burgersa.

Skałom o takich własnościach (obserwowanych zresztą już wcześniej - por. Borecki i in., 1978 - w przypadku szarogłazowego mułowca z warstw górnosiódłowych JASTRZĘBIE) przyporządkowano nowy, nie stosowany dotychczas do opisu reologicznych własności karbońskich skał okruchowych z obszaru Polski model lepkosprężysto-plastyczno-lepki H-KV-B - nieliniowy model pełzania zbudowany z połączonych szeregowo modeli elementarnych Hooke'a, Kelvina-Voigta i Bingham'a.

Wspomnianemu powyżej progowi naprężenia, którego przekroczenie stanowi o przejściu od sprężystego pełzania do plastycznego płynięcia odpowiada w tym modelu granica plastyczności, wielkość stowarzyszona z suwakiem St. Venenta - symbolem suchego tarcia reprezentującym ciało doskonale plastyczne. Wartość tego progu wynosi ok. 50% doraźnego obciążenia niszczącego w przypadku drobnoziarnistego piaskowca polimiktycznego i ok. 60% tego obciążenia w przypadku zlepieńca.

Na razie otwarte pozostaje pytanie, czym w istocie, z fizykalnego punktu widzenia, jest ten próg naprężenia utożsamiany z granicą plastyczności w modelu reologicznym H-KV-B. Są pewne podstawy, by sądzić, że jest to tożsamy z granicą liniowości odkształceń objętościowych próg mikrodylatancji - obserwowanego w procesie kruchego pęknięcia i zniszczenia skały efektu pozornego (względnego) wzrostu objętości skały (por. Kwaśniewski, 1986). Jest to jednak na razie tylko hipoteza, którą trzeba będzie w przyszłości zweryfikować eksperymentalnie.

## LITERATURA

- [1] Bingham E.C., Green H.: Paint, a plastic material and not a viscous liquid. Proc. Am. Soc. Test. Mat., No. 19, 1919.
- [2] Boltzmann L.: Zur Theorie der elastischen Nachwirkung. Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften 70, 1874.
- [3] Borecki M., Kwaśniewski M., Oleksy S., Ordysiński Z., Wojciechowski S., Żyliński R.: Podstawy teoretyczne i metodyczne badania własności reologicznych skał. Prace Instytutu Projektowania, Budowy Kopalń i Ochrony Powierzchni Politechniki Śląskiej, 125/3.1.3.1, Gliwice 1976.
- [4] Borecki M., Oleksy S., Pacha J.: Badania nad peźzaniem skał karbońskich warstw rudzkich z kopalni Jastrzębie. Prace Instytutu Projektowania, Budowy Kopalń i Ochrony Powierzchni Politechniki Śląskiej, 115/3.3, Gliwice 1977.
- [5] Borecki M., Kwaśniewski M., Oleksy S., Pacha J.: Badania nad peźzaniem skał karbońskich warstw siodłowych z kopalni Jastrzębie. Prace Instytutu Projektowania, Budowy Kopalń i Ochrony Powierzchni Politechniki Śląskiej, 115/3.3, Gliwice 1978.
- [6] Borecki M., Kwaśniewski M., Nguyen H.V., Oleksy S., Pacha J.: Badania nad peźzaniem skał karbońskich z warstw siodłowych i porębskich z kopalni Jastrzębie i Moszczenica. Prace Instytutu Projektowania, Budowy Kopalń i Ochrony Powierzchni Politechniki Śląskiej, 115/3.3, Gliwice 1979.
- [7] Borecki M., Kwaśniewski M., Nguyen H.V., Oleksy S., Pacha J., Berszakiewicz Z., Guzik J., Trojanowicz M.: Anizotropia własności reologicznych iłowców i mułowca z kopalni Moszczenica, Borynia i 1 Maja oraz - Mechaniczne, strukturalno-fizyczne i petrograficzne własności skał z warstw dolnoorzęskich z kopalni XXX-lecia PRL. Prace Instytutu Projektowania, Budowy Kopalń i Ochrony Powierzchni Politechniki Śląskiej, 115/3.3, Gliwice 1980.
- [8] Borecki M., Kwaśniewski M., Oleksy S., Pacha J.: Badania nad mechanicznymi, strukturalno-fizycznymi i petrograficznymi własnościami dolnorudzkich i górnosiodłowych skał karbońskich z kopalni Jastrzębie. W monografii: Metody i środki eksploatacji na dużych głębokościach (Wybrane zagadnienia), 165-193. Politechnika Śląska, Gliwice 1982a.
- [9] Borecki M., Kwaśniewski M., Oleksy S.: Badania nad peźzaniem dolnorudzkich i górnosiodłowych skał karbońskich z kopalni Jastrzębie. W monografii: Metody i środki eksploatacji na dużych głębokościach (Wybrane zagadnienia), 125-164. Politechnika Śląska, Gliwice 1982b.
- [10] Brent R.: Algorithms for Minimization without Derivatives. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1973.
- [11] Burgers J.M.: Mechanical considerations, model systems, phenomenological theories. In Akademie van Wetenschappen, First Report on Viscosity and Plasticity, 21-33. Amsterdam 1935.

- [12] Głusko W.T., Dolinina N.N., Rozowski M.I.: Ustojcziwost gornych wyrobotok. Naukowa Dumka, Kijew 1973.
- [13] Handin J., Carter N.: Rheological properties of rocks at high temperatures. Proceedings of the 4th Congress of the ISRM, Montreux, Vol. 3, 97-114, 1979.
- [14] Hellwig Z.: Elementy rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej. PWN, Warszawa 1970.
- [15] Jerżanow Ż.S., Ajtalijew Sz.M., Masanow Ż.K., Siniajew A.Ja.: Napriażennoje sostojanije odinocznych wyrobotok w nakłonnno-słoistom gornom massiwie. W sb.: Woprosy miechaniki gornych porod, 3-23. Izd. "Nauka" Kazachskoj SSR, Ałma-Ata 1967.
- [16] Jerżanow Ż.S., Ajtalijew Sz.M., Żubajew N.Ż., Karinskij S.Ju., Siniajew A.Ja.: Analiticeskije woprosy miechaniki gornych porod. Izd. "Nauka" Kazachskoj SSR, Ałma-Ata 1969.
- [17] Jerżanow Ż.S.: Ajtalijew Sz.M., Masanow Ż.K.: Ustojcziwost gorizontalnych wyrobotok w nakłonnno-słoistom massiwie. Izd. "Nauka" Kazachskoj SSR, Ałma-Ata 1971a.
- [18] Jerżanow Ż.S., Ajtalijew Sz.M., Masanow Ż.K.: Napriażennoje i dieformirowannoje sostojanije diagonalnoj wyrobotki. W sb.: Prikładnyje zadaczi miechaniki gornych porod, 74-104. Izd. "Nauka" Kazachskoj SSR, Ałma-Ata 1971b.
- [19] Kelvin, Lord, (Sir W. Thomson): Elasticity. Encyclopaedia Britannica, Ninth Edition, 1878.
- [20] Kidybiński A.: Modele reologiczne skał karbońskich. Prace GIG, Komunikat nr 360. Śląsk, Katowice 1954.
- [21] Kidybiński A.: Rheological models of Upper Silesian carboniferous rocks. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, Vol. 3, 279-306, 1966.
- [22] Kwaśniewski M.: Funkcje peźzania skał. Zeszyty Problemowe Górnictwa, t. 15, z. 2, 3-50, 1977.
- [23] Kwaśniewski M.: Granica stosowalności modelu lepkosprężystości liniowej do opisu reologicznych własności skał. Prace Naukowe Instytutu Geotechniki Politechniki Wrocławskiej nr 31, Konferencje nr 12, 41-49, 1980.
- [24] Kwaśniewski M.: Dylatacja jako zwiastun zniszczenia skały, Część I. Fizykalna istota zjawiska dylatacji. Przegląd Górnictwy, t. 42, nr 2, 42-49, 1986.
- [25] Kwaśniewski M.: Reologiczna klasyfikacja skał. Artykuł sąsiedni, 1987b.
- [26] Kwaśniewski M., Pacha J., Oleksy S.: Peźzanie średnio- i grubookruchowych skał z warstw dolnorudzkich i górnosiódłowych JASTRZĘBIE - nielinowy model peźzania skał. Prace Instytutu Projektowania, Budowy Kopalń i Ochrony Powierzchni Politechniki Śląskiej, 119/2, Gliwice 1984.
- [27] Maxwell J.C.: On the dynamical theory of gases. Phil. Mag., Vol. 35, 129-145, 185-217, 1868.
- [28] Price N.J.: A study on the time-strain behaviour of coal-measure rocks. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, Vol. 1, 277-303, 1964.
- [29] Rozowski M.I.: Intiegralnyje operatory i zadacza o połzuczestii wraszczajuszczegosja wokrug swojej osi pustotiekiego cylindra. Naucznyje dokłady wyśzej szkoły (fiz.-mat. nauki), No. 6, 1958.
- [30] Rozowski M.I.: Obrabotka kriwych połzuczestii na osnowie intiegralnych urawnienij. Izwiestija WUZ-ow, Maszynostrojenije, No. 3, 49-54, 1960.
- [31] Rozowski M.I.: O niekatorych osobiennośtjach uprugo-nasledstwiennych sried. Izwiestija AN SSSR, OTN, Miechanika i maszynostrojenije No. 2, 30-36, 1961.

- [32] Shous E.D.: Effects of confining pressure on polycrystalline rock behavior analysed by rheological theory. Rock Mechanics and Engineering Geology, Vol. 4, 199-231, 1966.
- [33] Shous E.D., Mase G.E.: Effects of confining pressure on polycrystalline rock behavior analysed by rheological theory. Proceedings of the 1st Congress of the ISRM, Lisbon, Vol. I, 733-741, 1966.
- [34] Voigt W.: Über die innere Reibung fester Körper. Abhandl. Königl. Gesell. Wissensch. Göttingen, Vol. 36, 1890.
- [35] Volterra V.: Leçons sur les fonctions de lignes. Gauthier-Villard, Paris 1913.
- [36] Zener C.: Elasticity and Anelasticity of Metals. Chicago 1948.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Antoni Kidybiński

Wpłynęło do Redakcji w marcu 1987 r.

#### НЕЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ ПОЛЗУЧЕСТИ ГОРНЫХ ПОРОД

#### Резюме

На основе испытаний на ползучесть при одноосном сжатии установлены реологические свойства трех минералогических и диагенетических разновидностей средне- и крупнообломочных пород из шахты "Ястембе" (Рыбницкий угольный район) с особым учётом влияния величины нагрузки на предельное время ползучести, величину деформации ползучести и коэффициент ползучести, а также характер ползучести - в том: форму функции ползучести и величину реологических постоянных пород.

В случае мелкозернистого песчаника и конгломерата из седловой свиты слоев установлено, что существует определенный порог напряжения ниже которого деформация пород во времени сводится к затухающей, ограниченной ползучести первой степени, которую лучше всего можно описать при помощи трехпараметровой реологической модели стандарт. При напряжениях, превышающих этот порог, неустановившаяся ползучесть переходит (по истечению времени равного времени стабилизации процесса ползучести) в установившуюся ползучесть второй степени, проявляя таким образом свойства характерные для жидкости Бюргерса. Для пород с такими свойствами дана новая, не применяемая до сих пор для описания реологических свойств карбонских обломочных пород, выступающих на территории Польши, вязкоупруго-пластично-вязкая модель Н-КВ-В. Это модель, построенная из последовательно соединенных элементарных моделей Гука, Кельвина-Фойгта и Бингама.

Характерной ее чертой является нелинейная ползучесть. Порогу напряжения, превышение которого вызывает переход упругой ползучести в пластическое течение, в этой модели отвечает предел пластичности, величина ассоциированная с элементом (ползуном) Сен-Венана - символом сухого трения представляющим идеально-пластическое тело.

## NONLINEAR MODEL OF ROCK CREEP

## Summary

Rheological properties of three mineralogical and diagenetic varieties of medium- and coarse-grained elastic rocks from Jastrzębie Colliery (the Rybnik Coal District) have been determined in creep tests at uniaxial compression with special consideration to the effect of load magnitude on the limit time of creeping, creep strain and coefficient of creep, as well as the character of creep including the form of the creep function and the value of the rheological material constants.

In the case of fine-grained sandstone and conglomerate from saddle assize the existence of a certain threshold of stress has been observed below which rock deformation in time is confined to a decelerating, limited creep of the first order which may be described best by means of a three-parameter standard rheological model. With stresses higher than this threshold transient creep passes (after a time equal to the time of stabilization of the process of creep) into steady-state creep thus exhibiting the properties characteristic to Burgers liquid. To rocks of such properties a new viscoelastic-plastic-viscous model H-KV-B was assigned which has not as yet been used to describe the rheological properties of Carboniferous rocks from the territory of Poland. It is a model constructed from elementary models of Hooke, Kelvin-Voigt and Bingham, connected in series. It is characterized by nonlinearity of creep. To the threshold of stress, the crossing of which is decisive about the transition from elastic creep to plastic flow, corresponds in this model a yield strength, a quantity associated with St. Venant slider - a symbol of dry friction representing an ideally plastic body.