

WITOLD OKOŁO-KUŁAK

Katedra Teorii Maszyn Ciepłowniczych

BILANS WYMIANY ENERGII PROMIENISTEJ
W UKŁADZIE TRÓJPOWIERZCHNIOWYM OTWARTYM

W artykule omówiono bilans energetyczny wymiany energii promienistej w układzie złożonym z trzech powierzchni, z których żadna nie jest wklęsła, nie zamykających całkowicie przestrzeni. W oparciu o definicje jasności ustalono równania pozwalające na określenie strat składowych energii promienistej poza układ. W dalszym ciągu określono tzw. ciepła składowe pochłonięte przez dowolną z powierzchni układu, pochodzące z tej samej lub innej powierzchni. Wywody ilustrowano za pomocą przykładu liczbowego.

1. Wstęp

Zagadnienie wymiany energii promienistej pomiędzy poszczególnymi powierzchniami układu trójpowierzchniowego otwartego zostało szczegółowo omówione w artykule pt. "Wymiana ciepła przez promieniowanie w układzie trzech powierzchni doskonale szarych w ośrodku diatermicznym" [3].

Zależności wyprowadzone z powyższej pracy pozwalają jedynie na określenie energii wymienionej pomiędzy dowolnie obraną spośród trzech powierzchni parą. W celu określenia ciepła doprowadzonego lub odprowadzonego z dowolnej powierzchni rozważanego układu na drodze przewodzenia, należy przeprowadzić szczegółowy bilans energetyczny układu, który umożliwi zupełne rozwiązanie wspomnianej kwestii. Znajomość ciepła dostarczonego do jednej z powierzchni układu jest ściśle związana z wielkością energii niezbędnej do ustalenia wymiany ciepła w całym układzie. Zupełnie podobnie, ażeby określić ciepło użyteczne pobrane przez inną powierzchnię tego układu, należy znać bilans

szczegółowy układu. Również i kwestia strat rozproszenia energii poza obręb układu nie może być rozwiązana bez dokładnego ustalenia bilansu.

2. Składowe straty energii promienistej

W układzie złożonym z trzech powierzchni: F_1, F_2, F_3 nie stykających się ze sobą (tzw. układzie trójpowierzchniowym otwartym [3]) wymiana ciepła przez promieniowanie jest połączona ze stratami. Za straty uważamy tę energię, która poprzez luki pomiędzy powierzchniami opuściła układ i została pochłonięta przez doskonale czarną osłonę, otaczającą go szczelnie z zewnątrz.

Stratę energii całkowitą Q_0 kcal można rozbić na trzy składowe: Q_{1-0} kcal - stratę pochodzącą wyłącznie z emisji E_1 powierzchni F_1 , Q_{2-0} - stratę, mającą źródło w emisji E_2 powierzchni F_2 , oraz Q_{3-0} - stratę, wynikającą z emisji E_3 powierzchni F_3 . Podział taki pozwala znacznie uprościć zadanie, bowiem wystarczy obliczyć tylko jedną ze strat składowych, po czym po zastosowaniu zasady inwariantności można już bezpośrednio określić pozostałe straty składowe oraz całkowitą zgodnie z równaniem

$$Q_0 = Q_{1-0} + Q_{2-0} + Q_{3-0} \quad (1)$$

Określenie straty składowej Q_{1-0} staje się możliwe po założeniu, że emisje własne E_1 i E_2 powierzchni F_1 i F_2 osiągają zero, co byłoby możliwe, gdy np. temperatury bezwzględne T_1 i T_2 °K tych powierzchni stałyby się równe zero. W tym przypadku bilans energetyczny układu trójpowierzchniowego (otwartego) ma następującą postać:

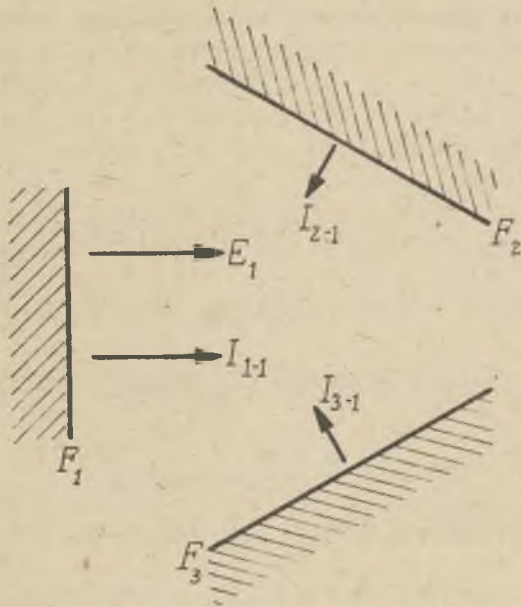
$$E_1 = Q_{1-1} + Q'_{1-2} + Q'_{1-3} + Q_{1-0} \quad (2)$$

gdzie: Q_{1-1} kcal - energia pochodząca z emisji E_1 pochłonięta przez powierzchnię F_1
 Q'_{1-2} kcal - ciepło wymienione przez promieniowanie pomiędzy powierzchniami F_1 i F_2 po "wygaszeniu" emisji E_2 i E_3
 Q'_{1-3} kcal - ciepło wymienione jak wyżej, lecz między F_1 i F_3

W celu wyznaczenia wartości poszczególnych wyrazów bilansu (2), można posłużyć się istniejącymi wzorami [3] wzór (B)] lub też zastosować metodę wyodrębnienia, obliczając jasności składowe $J_{1-1}, J_{2-1}, J_{3-1}$ kcal powierzchni F_1, F_2, F_3 . Jasności te powstają wówczas, gdy spośród trzech emisji własnych powierzchni układu tylko E_1 jest różna od

zera, pozostałe natomiast są równe zero.

W myśl definicji jasności J_i (powierzchni F_i), jako sumy emisji własnej oraz wszystkich promieniowań odbitych od rozważanej powierzchni, możemy utworzyć trzy równania określające jasności składowe pochodzące z emisji powierzchni F_1 (rys. 1).



Rys. 1. Schemat promieniowania energii w układzie trójpowierzchniowym otwartym przy założeniu: $E_1 > 0, E_2 = 0, E_3 = 0$

$$J_{1-1} = E_1 + R_1 (J_{2-1} \cdot \psi_{2-1} + J_{3-1} \cdot \psi_{3-1})$$

$$J_{2-1} = R_2 (J_{1-1} \cdot \psi_{1-2} + J_{3-1} \cdot \psi_{3-2}) \quad (3)$$

$$J_{3-1} = R_3 (J_{1-1} \cdot \psi_{1-3} + J_{2-1} \cdot \psi_{2-3})$$

Powyższy układ równań możemy przedstawić w postaci uporządkowanej

$$\begin{aligned} J_{1-1} \cdot R_1 \cdot \varphi_{2-1} \cdot J_{2-1} \cdot R_1 \cdot \varphi_{3-1} \cdot J_{3-1} &= E_1 \\ -R_2 \cdot \varphi_{1-2} \cdot J_{1-1} + J_{2-1} \cdot R_2 \cdot \varphi_{3-2} \cdot J_{3-1} &= 0 \\ -R_3 \cdot \varphi_{1-3} \cdot J_{1-1} - R_3 \cdot \varphi_{2-3} \cdot J_{2-1} + J_{3-1} &= 0 \end{aligned} \quad (3a)$$

Po rozwiązaniu układu równań (3a) ustalamy wartości jasności składowych

$$J_{1-1} = \frac{E_1}{D_n} (1 - R_2 \cdot R_3 \cdot \varphi_{2-3} \cdot \varphi_{3-2}) \quad (4)$$

$$J_{2-1} = \frac{E_1 \cdot R_2}{D_n} (\varphi_{1-2} + \varphi_{1-3} \cdot R_3 \cdot \varphi_{3-2}) \quad (5)$$

$$J_{3-1} = \frac{E_1 \cdot R_3}{D_n} (\varphi_{1-3} + \varphi_{1-2} \cdot R_2 \cdot \varphi_{2-3}) \quad (6)$$

W równaniach (4, 5, 6) wartość D_n należy obliczać ze wzoru [3, (8b)]

$$D_n = 1 - R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot \sum_{i=1}^{i=3} \frac{\varphi_{i-k} \cdot \varphi_{k-i}}{2R_n} + 2 \varphi_c \quad (7)$$

$$(i=1,2,3; k=1,2,3; n=1,2,3; n \neq i; n \neq k; i \neq k)$$

gdzie

$$\varphi_c = \varphi_{1-2} \cdot \varphi_{2-3} \cdot \varphi_{3-1} \quad (8)$$

Po określeniu wartości jasności składowych, staje się możliwe bezpośrednie obliczenie strat składowych.

Strata spowodowana opuszczeniem promieniowania J_{1-1} poprzez luki pomiędzy powierzchniami wynosi

$$Q_{1-1-0} = J_{1-1} (1 - \varphi_{1-2} - \varphi_{1-3}) = J_{1-1} \varphi_{1-0} \quad (9)$$

W równaniu powyższym wartość wyrażenia w nawiasie oznacza stosunek konfiguracji φ_{1-0} od powierzchni F_1 do osłony otaczającej układ otwarty trójpowierzchniowy. Wynika to z tzw. zasady zamkniętości [1], [2], [3], którą wyraża równanie

$$\varphi_{1-0} + \varphi_{1-1} + \varphi_{1-2} + \varphi_{1-3} = 1$$

Ponieważ w przypadku powierzchni płaskich lub wypukłych

$$\text{zatem } \varphi_{1-1} = 0 \quad (10)$$

$$\varphi_{1-0} = 1 - \varphi_{1-2} - \varphi_{1-3} \quad (11)$$

W analogiczny sposób można określić dalsze straty składowe, powstałe wskutek rozproszenia poza obręb układu jasności składowych J_{2-1} oraz J_{3-1}

$$Q_{2-1-0} = J_{2-1} (1 - \varphi_{2-1} - \varphi_{2-3}) - J_{2-1} \cdot \varphi_{2-0} \quad (12)$$

$$Q_{3-1-0} = J_{3-1} (1 - \varphi_{3-1} - \varphi_{3-2}) - J_{3-1} \cdot \varphi_{3-0} \quad (13)$$

W równaniach (12) i (13) oznaczono

$$\varphi_{2-0} = 1 - \varphi_{2-1} - \varphi_{2-3} \quad (14)$$

$$\varphi_{3-0} = 1 - \varphi_{3-1} - \varphi_{3-2} \quad (15)$$

Pozostaje już tylko dodać do siebie poszczególne straty

$$Q_{1-0} = Q_{1-1-0} + Q_{2-1-0} + Q_{3-1-0} \quad (16)$$

Po wstawieniu równań (9), (12) i (13) w równanie (16) otrzymamy

$$Q_{1-0} = J_{1-1} \cdot \varphi_{1-0} + J_{2-1} \cdot \varphi_{2-0} + J_{3-1} \cdot \varphi_{3-0} \quad (17)$$

Równanie (17) określa stratę energii promienistej, pochodzącej wyłącznie z emisji własnej E_1 powierzchni F_1 . W równaniu tym jasności składowe J_{1-1} , J_{2-1} , J_{3-1} należy obliczać za pomocą wzorów (4), (5), (6) i (7).

W celu określenia pozostałych strat składowych Q_{2-0} oraz Q_{3-0} mających swe źródło w rozproszeniu poza obręb układu energii pochodzących z emisji E_2 i E_3 , wystarczy zgodnie z zasadą *inwariantności* [5] zastąpić w równaniu (17) jasności składowe J_{1-1} , J_{2-1} , J_{3-1} , przez jasności składowe J_{1-2} , J_{2-2} , J_{3-2} albo J_{1-3} , J_{2-3} , J_{3-3}

$$Q_{2-0} = J_{1-2} \cdot \varphi_{1-0} + J_{2-2} \cdot \varphi_{2-0} + J_{3-2} \cdot \varphi_{3-0} \quad (18)$$

$$Q_{3-0} = J_{1-3} \cdot \varphi_{1-0} + J_{2-3} \cdot \varphi_{2-0} + J_{3-3} \cdot \varphi_{3-0} \quad (19)$$

Jasności składowe w równaniach (18) i (19) wyznaczamy również na podstawie zasady *inwariantności* transformując odpowiednio równania (4), (5) i (6)

$$J_{1-2} = \frac{E_2 \cdot R_1}{D_n} (\varphi_{2-1} + \varphi_{2-3} \cdot R_3 \cdot \varphi_{3-1}) \quad (20)$$

$$J_{2-2} = \frac{E_2}{D_n} (1 - R_1 \cdot R_3 \cdot \varphi_{1-3} \cdot \varphi_{3-1}) \quad (21)$$

$$J_{3-2} = \frac{E_2 \cdot R_3}{D_n} (\varphi_{2-3} + \varphi_{2-1} \cdot R_1 \cdot \varphi_{1-3}) \quad (22)$$

$$J_{1-3} = \frac{E_3 \cdot R_1}{D_n} (\varphi_{3-1} + \varphi_{3-2} \cdot R_2 \cdot \varphi_{2-1}) \quad (23)$$

$$J_{2-3} = \frac{E_3 \cdot R_2}{D_n} (\varphi_{3-2} + \varphi_{3-1} \cdot R_1 \cdot \varphi_{1-2}) \quad (24)$$

$$J_{3-3} = \frac{E_3}{D_n} (1 - R_1 \cdot R_2 \cdot \varphi_{1-2} \cdot \varphi_{2-1}) \quad (25)$$

3. Ciepło pochłonięte przez poszczególne powierzchnie

Należy jeszcze określić ciepło pochłonięte przez każdą z powierzchni F_1 , F_2 , F_3 pochodzące z emisji własnych E_1 , E_2 , E_3 . Rozpocznijmy od obliczenia ciepła Q_{1-1} pochłoniętego przez powierzchnię F_1 , a pochodzącego z emisji własnej E_1 tej samej powierzchni. Jasność składowa J_{1-1} powierzchni F_1 pochodzi od emisji własnej E_1 tej powierzchni oraz z części promieniowania O_{1-1} pochodzącego z wielokrotnych odbić emisji E_1 od wszystkich powierzchni szarych układu. Zależność tę można określić za pomocą równania

$$J_{1-1} = E_1 + R_1 \cdot O_{1-1} \quad (26)$$

lub też

$$O_{1-1} = \frac{J_{1-1} - E_1}{R_1} \quad (26a)$$

Ciepło Q_{1-1} zaabsorbowane przez powierzchnię F_1 jest określone za pomocą równania

$$Q_{1-1} = A_1 \cdot O_{1-1} \quad (27)$$

Łącząc równania (26a) i (27) otrzymamy

$$Q_{1-1} = \frac{A_1}{R_1} (J_{1-1} - E_1) \quad (28)$$

W analogiczny sposób określamy ciepło Q_{2-2} pochłonięte przez powierzchnię F_2 a pochodzące z emisji E_2

$$Q_{2-2} = \frac{A_2}{R_2} (J_{2-2} - E_2) \quad (29)$$

oraz

$$Q_{3-3} = \frac{A_3}{R_3} (J_{3-3} - E_3) \quad (30)$$

W celu określenia ciepła Q'_{1-2} pochłoniętego przez powierzchnię F_2 a pochodzącego wyłącznie z emisji E_1 , posłużymy się równaniami, wynikającymi z bilansu energetycznego powierzchni F_2 po "wygaszeniu" emisji E_2 i E_3

$$Q'_{1-2} = O_{2-1} - J_{2-1} = \frac{J_{2-1}}{R_2} - J_{2-1} = \frac{A_2}{R_2} \cdot J_{2-1} \quad (31)$$

Podobnie można określić ciepło Q_{1-3} pochłonięte przez powierzchnię F_3 a pochodzące wyłącznie z emisji E_1

$$Q'_{1-3} = O_{3-1} - J_{3-1} = \frac{J_{3-1}}{R_3} - J_{3-1} = \frac{A_3}{R_3} \cdot J_{3-1} \quad (32)$$

oraz ciepło Q'_{2-3} pochłonięte przez powierzchnię F_3 a pochodzące z emisji E_2

$$Q'_{2-3} = O_{3-2} - J_{3-2} = \frac{J_{3-2}}{R_3} - J_{3-2} = \frac{A_3}{R_3} \cdot J_{3-2} \quad (33)$$

Pozostałe wielkości Q'_{2-1} , Q'_{3-1} , Q'_{3-2} łatwo już określić przekształcając inwariantnie równania (31), (32) i (33)

$$Q'_{2-1} = \frac{A_1}{R_1} \cdot J_{1-2} \quad (34)$$

$$Q'_{3-1} = \frac{\mathcal{A}_1}{R_1} \cdot J_{1-3} \quad (35)$$

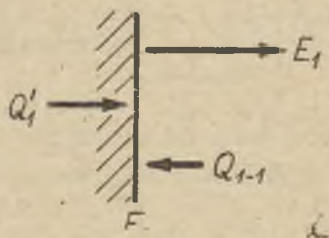
$$Q'_{3-2} = \frac{\mathcal{A}_2}{R_2} \cdot J_{2-3} \quad (36)$$

4. Składowe bilanse energetyczne

Po określeniu ciepła zaabsorbowanego w dowolnych kombinacjach powierzchni F_1 , F_2 i F_3 oraz emisji E_1 , E_2 i E_3 , można przystąpić do ustalenia tzw. składowych bilansów energetycznych. Przez bilans składowy będziemy rozumieć taki bilans, który powstaje, gdy spośród emisji E_1 , E_2 i E_3 dwie uczynimy równymi zeru. Możliwe będą zatem trzy bilanse składowe dla następujących alternatyw:

- 1) $E_1 \neq 0$, $E_2 = 0$, $E_3 = 0$
- 2) $E_1 = 0$, $E_2 \neq 0$, $E_3 = 0$
- 3) $E_1 = 0$, $E_2 = 0$, $E_3 \neq 0$

Bilans składowy w alternatywie 1) można utworzyć na podstawie rysunku 2.



Rys. 2. Schemat przepływu energii w bilansie składowym powierzchni F_1 w alternatywie 1: $E_1 > 0$, $E_2 = 0$, $E_3 = 0$

Przez Q'_1 oznaczamy ciepło, które należy doprowadzić do powierzchni F_1 (np. na drodze przewodzenia lub za pomocą prądu elektrycznego), aby w ruchu ustalonym otrzymać taką temperaturę, która odpowiada emisji własnej E_1 powierzchni F_1 .

$$Q'_1 = E_1 - Q_{1-1} = Q'_{1-2} + Q'_{1-3} + Q_{1-0} \quad (37)$$

Łącząc równanie (28) z pierwszą częścią podwójnej równości (37) otrzymamy

$$Q'_1 = E_1 - \frac{\mathcal{A}_1}{R_1} (J_{1-1} - E_1) - (1 + \frac{\mathcal{A}_1}{R_1}) E_1 - \frac{\mathcal{A}_1}{R_1} J_{1-1} \quad (38)$$

Podobnie można określić ciepła Q'_2 i Q'_3 doprowadzone do powierzchni F_2 i F_3 w alternatywach 2) i 3) transformując inwariantnie równanie (38):

$$Q'_2 = (1 + \frac{\mathcal{A}_2}{R_2}) E_2 - \frac{\mathcal{A}_2}{R_2} J_{2-2} \quad (39)$$

$$Q'_3 = (1 + \frac{\mathcal{A}_3}{R_3}) E_3 - \frac{\mathcal{A}_3}{R_3} J_{3-3} \quad (40)$$

Bilanse składowe w stosunku do powierzchni F_2 i F_3 otrzymamy z równania (37) transformując je w znany sposób:

$$Q'_2 = Q'_{2-1} + Q'_{2-3} + Q_{2-0} \quad (41)$$

$$Q'_3 = Q'_{3-1} + Q'_{3-2} + Q_{3-0} \quad (42)$$

W celu otrzymania bilansu całkowitego powierzchni F_1 należy wziąć pod uwagę trzy bilanse składowe równocześnie. Całkowite ciepło Q_{c1} , które należy doprowadzić do F_1 , w przypadku jednoczesnego działania E_1 , E_2 i E_3 będzie mniejsze od Q'_1 , dzięki pochłanianiu ciepła Q'_{2-1} pochodzącego z emisji E_2 i ciepła Q'_{3-1} mającego swe źródło w emisji E_3 :

$$Q_{c1} = Q'_1 - Q'_{2-1} - Q'_{3-1} \quad (43)$$

Podobnie będzie w przypadku ciepła doprowadzonego do powierzchni F_2 i F_3 . Bilanse całkowite tych powierzchni przedstawiają się następująco:

$$Q_{c2} = Q'_2 - Q'_{1-2} - Q'_{3-2} \quad (44)$$

$$Q_{c3} = Q'_3 - Q'_{1-3} - Q'_{2-3} \quad (45)$$

Ogólny bilans energetyczny układu trójpowierzchniowego otwartego ma następującą postać:

$$Q_{c1} + Q_{c2} + Q_{c3} = \sum_{i=1}^{i-3} Q_{i-0} \quad (46)$$

Przytoczone związki pozwalają nie tylko na obliczenie strat promieniowania energii poza układ trójpowierzchniowy otwarty, lecz również umożliwiają przeprowadzenie pełnego bilansu energetycznego. W celu wyjaśnienia powyższych wywodów przerobimy następujący przykład.

5. Przykład

Dany jest układ trójpowierzchniowy otwarty, złożony z izotermicznych, doskonale szarych powierzchni. Wielkości poszczególnych powierzchni oraz ich właściwości podane są w poniższym zestawieniu:

Zestawienie 1

| Powierzchnia | Refleksyjność | Absorpcyjność | Emisja |
|-----------------------|---------------|-----------------------|----------------------------------|
| $F_1 = 2 \text{ m}^2$ | $R_1 = 0,8$ | $\mathcal{A}_1 = 0,2$ | $E_1^* = 100 \text{ 000 kcal/h}$ |
| $F_2 = 2 \text{ m}^2$ | $R_2 = 0,5$ | $\mathcal{A}_2 = 0,5$ | $E_2^* = 5 \text{ 000 kcal/h}$ |
| $F_3 = 1 \text{ m}^2$ | $R_3 = 0,4$ | $\mathcal{A}_3 = 0,6$ | $E_3^* = 17 \text{ 000 kcal/h}$ |

Dane są również następujące stosunki konfiguracji:

$$\varphi_{1-2} = 0,5; \quad \varphi_{1-3} = 0,2; \quad \varphi_{2-3} = 0,3$$

Należy obliczyć straty składowe Q_{1-0} , Q_{2-0} , Q_{3-0} kcal/h powstałe na skutek rozproszenia promieniowania poza układ oraz przeprowadzić całkowity bilans energetyczny układu.

Początkowo obliczamy brakujące stosunki konfiguracji, stosując trzykrotnie zasadę wzajemności

$$F_1 \cdot \varphi_{1-2} = F_2 \cdot \varphi_{2-1} \text{ stąd } \varphi_{2-1} = \frac{F_1}{F_2} \cdot \varphi_{1-2} = 0,5$$

$$F_1 \cdot \varphi_{1-3} = F_3 \cdot \varphi_{3-1} \quad \text{stad} \quad \varphi_{3-1} = \frac{F_1}{F_3} \cdot \varphi_{1-3} = \frac{2}{1} \cdot 0,2 = 0,4$$

$$F_2 \cdot \varphi_{2-3} = F_3 \cdot \varphi_{3-2} \quad \text{stad} \quad \varphi_{3-2} = \frac{F_2}{F_3} \cdot \varphi_{2-3} = \frac{2}{1} \cdot 0,3 = 0,6$$

Stosunki konfiguracji od poszczególnych powierzchni do osłony otaczającej układ można obliczyć opierając się na zależnościach (11), (14), (15):

$$\varphi_{1-0} = 1 - 0,5 - 0,2 = 0,3; \quad \varphi_{2-0} = 1 - 0,5 - 0,3 = 0,2$$

$$\varphi_{3-0} = 1 - 0,4 - 0,6 = 0$$

Wielkości poszczególnych stosunków konfiguracji zebrane są w poniższym zestawieniu

Zestawienie 2

Stosunki konfiguracji w układzie trójpowierzchniowym

| | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| $\varphi_{1-2} = 0,5$ | $\varphi_{1-3} = 0,2$ | $\varphi_{1-0} = 0,3$ |
| $\varphi_{2-1} = 0,5$ | $\varphi_{2-3} = 0,3$ | $\varphi_{2-0} = 0,2$ |
| $\varphi_{3-1} = 0,4$ | $\varphi_{3-2} = 0,6$ | $\varphi_{3-0} = 0$ |

W dalszym ciągu obliczamy wartość wyznacznika D_n na podstawie równania (7):

$$D_n = 1 - 0,8 \cdot 0,5 \cdot 0,4 \cdot \left[\frac{0,25}{0,4} + \frac{0,08}{0,5} + \frac{0,18}{0,8} + 2 \cdot 0,5 \cdot 0,3 \cdot 0,4 \right]$$

$$D_n = 0,8192$$

Dla wyznaczenia jasności składowych J_{i-k} potrzebna jest znajomość następujących dalszych wyrażeń:

$$\varphi_{1-3} + \varphi_{1-2} \cdot R_2 \cdot \varphi_{2-3} = 0,2 + 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,3 = 0,275$$

$$\varphi_{1-2} + \varphi_{1-3} \cdot R_3 \cdot \varphi_{3-2} = 0,5 + 0,2 \cdot 0,4 \cdot 0,6 = 0,548$$

$$\varphi_{2-1} + \varphi_{2-3} \cdot R_3 \cdot \varphi_{3-1} = 0,5 + 0,3 \cdot 0,4 \cdot 0,4 = 0,548$$

$$\varphi_{2-3} + \varphi_{2-1} \cdot R_1 \cdot \varphi_{1-3} = 0,3 + 0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,2 = 0,38$$

$$\varphi_{3-2} + \varphi_{3-1} \cdot R_1 \cdot \varphi_{1-2} = 0,6 + 0,4 \cdot 0,8 \cdot 0,5 = 0,76$$

$$\varphi_{3-1} + \varphi_{3-2} \cdot R_2 \cdot \varphi_{2-1} = 0,4 + 0,6 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,55$$

$$1 - R_2 \cdot R_3 \cdot \varphi_{2-3} \cdot \varphi_{3-2} = 1 - 0,5 \cdot 0,4 \cdot 0,3 \cdot 0,6 = 0,964$$

$$1 - R_1 \cdot R_3 \cdot \varphi_{1-3} \cdot \varphi_{3-1} = 1 - 0,8 \cdot 0,4 \cdot 0,2 \cdot 0,4 = 0,974$$

$$1 - R_1 \cdot R_2 \cdot \varphi_{1-2} \cdot \varphi_{2-1} = 1 - 0,8 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,9$$

W celu określenia bilansu składowego, wynikającego wyłączenie z emisji E_1 , obliczamy początkowo jasności składowe na podstawie równań (4), (5) i (6), obierając czas $\tau=1h$

$$J_{1-1} = \frac{100\ 000}{0,8192} \cdot 0,964 = 117\ 676 \quad \text{kcal/h}$$

$$J_{2-1} = \frac{100\ 000}{0,8192} \cdot 0,5 \cdot 0,548 = 33\ 447 \quad "$$

$$J_{3-1} = \frac{100\ 000}{0,8192} \cdot 0,4 \cdot 0,275 = 13\ 428 \quad "$$

Znając jasności składowe emisji E_1 , możemy obliczyć rozproszenia tej emisji poza obręb układu trójpowierzchniowego w czasie $\tau=1h$ na podstawie wzoru (17):

$$Q_{1-0} = 117\ 676 \cdot 0,3 + 33\ 447 \cdot 0,2 + 13\ 428 \cdot 0 = 41\ 992 \quad \text{kcal/h}$$

Ciepło pochodzące z emisji E_1 , a pochłonięte przez powierzchnie F_2 i F_3 , określamy na podstawie wzorów (31) i (32):

$$Q'_{1-2} = \frac{0,5}{0,5} \cdot \frac{27\ 400}{0,8192} = 33\ 447 \quad \text{kcal/h}$$

$$Q'_{1-3} = \frac{0,6}{0,4} \cdot 13\ 428 = 20\ 142 \quad \text{kcal/h}$$

Wartość Q'_1 obliczamy za pomocą równania (37):

$$Q'_1 = Q'_{1-2} + Q'_{1-3} + Q_{1-0} = 33\ 447 + 20\ 142 + 41\ 992 = 95\ 581 \quad \text{kcal/h}$$

Kontrolę powyższego wyniku przeprowadzamy za pomocą równania (38):

$$Q'_1 = \left(1 + \frac{0,2}{0,8}\right) 100\ 000 - \frac{0,2}{0,8} 117\ 676 = 95\ 581 \quad \text{kcal/h}$$

W podobny sposób określamy bilans składowy względem E_2 korzystając z wzorów (20), (21) i (22)

$$J_{1-2} = \frac{5000 \cdot 0,8}{0,8192} \cdot 0,548 = 2676 \text{ kcal/h}$$

$$J_{2-2} = \frac{5000 \cdot 0,974}{0,8192} = 5947 \quad "$$

$$J_{3-2} = \frac{5000}{0,8192} \cdot 0,4 \cdot 0,38 = 928 \quad "$$

Rozproszenia emisji E_2 określamy wzorem (18):

$$Q_{2-0} = 2676 \cdot 0,3 + 5947 \cdot 0,2 + 928 \cdot 0 = 1992 \text{ kcal/h}$$

Ciepło pochłonięte przez powierzchnie F_1 , F_2 i F_3 , a pochodzące z emisji E_2 , liczymy za pomocą równań (34), (29) i (33):

$$Q'_{2-1} = 0,25 \cdot 2676 = 669 \quad \text{kcal/h}$$

$$Q'_{2-2} = 1 (5947 - 5000) = 947 \quad "$$

$$Q'_{2-3} = 1,5 \cdot 928 = 1392 \text{ kcal/h}$$

Bilans składowy względem E_2 tworzymy na podstawie (41):

$$Q'_2 = 669 + 1392 + 1992 = 4053 \text{ kcal/h}$$

Wynik kontrolujemy za pomocą równania (39):

$$Q'_2 = (1 + 1) 5000 - 5947 = 4053 \text{ kcal/h}$$

Dla ustalenia wartości potrzebnych do bilansu składowego E_3 posługujemy się wzorami (23), (24), (25), (19), (35), (36) i (30)

$$J_{1-3} = \frac{17\,000 \cdot 0,8 \cdot 0,55}{0,8192} = 9131 \text{ kcal/h}$$

$$J_{2-3} = \frac{17\,000 \cdot 0,5 \cdot 0,76}{0,8192} = 7886 \quad "$$

$$J_{3-3} = \frac{17\,000 \cdot 0,9}{0,8192} = 18\,676 \quad "$$

$$Q_{3-0} = 9131 \cdot 0,3 + 7886 \cdot 0,2 + 0 = 4316 \text{ kcal/h}$$

$$Q'_{3-1} = 0,25 \cdot 9131 = 2283 \text{ kcal/h}$$

$$Q_{3-3} = 1,5 (18\ 676 - 17\ 000) = 2541 \text{ kcal/h}$$

$$Q'_{3-2} = 1 \cdot 7886 = 7886 \text{ kcal/h}$$

Bilans składowy E_3 ustalamy na podstawie równania (42):

$$Q'_3 = 2283 + 7886 + 4316 = 14\ 485 \text{ kcal/h}$$

Kontrolę przeprowadzamy na podstawie zależności (40):

$$Q'_3 = (1 + 1,5) \cdot 17\ 000 - 1,5 \cdot 18\ 676 = 14\ 486 \text{ kcal/h}$$

W celu ustalenia bilansu ogólnego, określamy początkowo ciepła Q_{c1} , Q_{c2} i Q_{c3} , które należy doprowadzić do powierzchni F_1 , F_2 i F_3 w przypadku jednoczesnego działania emisji $E_1 \neq 0$, $E_2 \neq 0$ i $E_3 \neq 0$ na podstawie wzorów (43), (44) i (45):

$$Q_{c1} = 95\ 581 - 669 - 2283 = 92\ 629 \text{ kcal/h}$$

$$Q_{c2} = 4053 - 33\ 447 - 7886 = -37\ 280 \text{ kcal/h}$$

$$Q_{c3} = 14\ 485 - 20\ 142 - 1392 = -7049 \text{ "}$$

Jak widać z powyższego, powierzchnia F_1 jest nadajnikiem energii w ilości 92 629 kcal/h. Powierzchnia F_2 jest odbiornikiem energii w ilości 37280 kcal/h, powierzchnia F_3 również odbiera i odprowadza 7049 kcal/h.

Należy podkreślić, że ciepła Q_{c1} , Q_{c2} , Q_{c3} są doprowadzane (lub odprowadzane, gdy ich wartości są ujemne) na innej drodze niż promieniowanie (np. przewodzenie, konwekcja itp.).

Zgodnie z równaniem (46) możemy utworzyć ogólny bilans energetyczny układu

$$Q_{c1} + Q_{c2} + Q_{c3} = 92\ 629 - 37\ 280 - 7047 = \sum_{i=1}^{i=3} Q_{i-0} = 48\ 300 \text{ kcal/h}$$

Bilans ten pozwala określić stratę rozproszenia energii poza układ, przy czym strata ta wynosi 48 300 kcal/h.

Ponieważ znane są poszczególne straty składowe, które określiliśmy bezpośrednio na podstawie wzorów (17), (18) i (19), można przeprowadzić kontrolę zgodnie z równaniem (1):

$$Q_0 = 41\,992 + 1992 + 4316 = 48\,300 \text{ kcal/h}$$

Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że z doprowadzonego do powierzchni F_1 ciepła odbiera powierzchnia F_2

$$\frac{37\,280}{92\,629} \cdot 100 = 40,247\%$$

Powierzchnia F_3 odprowadza:

$$\frac{7049}{92\,629} \cdot 100 = 7,610\%$$

Energia rozproszona poza obręb układu stanowi

$$\frac{48\,300}{92\,629} \cdot 100 = 52,143\%$$

Jak z powyższego widać, głównym odbiornikiem energii jest powierzchnia F_2 . Powierzchnia F_3 również jest odbiornikiem energii, mimo że jej temperatura jest wyższa niż temperatura powierzchni F_2 .

W przykładzie rozpatrywanym powyżej przybliżone wartości temperatur poszczególnych powierzchni wynoszą:

$$t_1 \sim 1\,200^\circ\text{C}, \quad t_2 \sim 300^\circ\text{C}, \quad t_3 \sim 600^\circ\text{C}$$

Obliczymy jeszcze energię wymienioną przez promieniowanie pomiędzy poszczególnymi powierzchniami za pomocą tzw. stosunków wymiany energii promienistej ε_{i-k} [3 str. 85 i 91]

$$\varepsilon_{1-2} = \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 (\varphi_{1-2} + \varphi_{1-3} \cdot R_3 \cdot \varphi_{3-2}) \frac{1}{D_n} = 0,2 \cdot 0,5 \cdot \frac{0,548}{0,8192} = 0,066\,894$$

$$\varepsilon_{1-3} = \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_3 (\varphi_{1-3} + \varphi_{1-2} \cdot R_2 \cdot \varphi_{2-3}) \frac{1}{D_n} = \frac{0,2 \cdot 0,6}{0,8192} = 0,275 = 0,040\,283$$

$$\varepsilon_{2-3} = \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_3 (\varphi_{2-3} + \varphi_{2-1} \cdot R_1 \cdot \varphi_{1-3}) \frac{1}{D_n} = \frac{0,5 \cdot 0,6}{0,8192} = 0,38 = 0,139\,16$$

Do obliczenia energii wymienionej przez promieniowanie służy następujący wzór [1 str. 84]

$$Q_{r(i-h)} = F_i \varepsilon_{i-h} \cdot C_c \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$

W celu zastosowania powyższego wzoru musimy obliczyć wyrażenia

$$C_c \left(\frac{T_i}{100} \right)^4 = \frac{E_i}{F_i \cdot \varepsilon_i}$$

co, jak łatwo zauważyć, wynika wprost z prawa Stefana-Boltzmann'a

$$C_c \cdot \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 = \frac{E_1}{F_1 \cdot \varepsilon_1} = \frac{100\,000}{2 \cdot 0,2} = 250\,000 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \text{h}}$$

$$C_c \cdot \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 = \frac{E_2}{F_2 \cdot \varepsilon_2} = \frac{5\,000}{2 \cdot 0,5} = 5000 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \text{h}}$$

$$C_c \cdot \left(\frac{T_3}{100} \right)^4 = \frac{E_3}{F_3 \cdot \varepsilon_3} = \frac{17\,000}{1 \cdot 0,6} = 28\,333 \text{ "}$$

Energia wymieniona przez promieniowanie pomiędzy poszczególnymi powierzchniami wynosi:

$$Q_{r(1-2)} = 2 \cdot 0,066\,894 \cdot (250\,000 - 5000) = 32\,778 \text{ kcal/h}$$

$$Q_{r(1-3)} = 2 \cdot 0,040\,283 \cdot (250\,000 - 28\,333) = 17\,859 \text{ "}$$

$$Q_{r(2-3)} = 2 \cdot 0,139\,16 \cdot (5000 - 28\,333) = -6494 \text{ "}$$

Wynik powyższy możemy sprawdzić na podstawie związku

$$Q_{r(i-h)} = Q'_{i-h} - Q'_{h-i}$$

Po wykorzystaniu równań (31) (36) otrzymamy

$$Q_{r(1-2)} = 33\,447 - 669 = 32\,778 \text{ kcal/h}$$

$$Q_{r(1-3)} = 20\,142 - 2283 = 17\,859 \text{ "}$$

$$Q_{r(2-3)} = 1392 - 7886 = -6494 \text{ "}$$

Interesującą rzeczą będzie ocenić wpływ jednej z powierzchni w wymianie ciepła w układzie trójpowierzchniowym. W tym celu przeprowadzimy bilans energetyczny, przy

założeniu, że powierzchnia F_2 została usunięta z układu, dzięki czemu otrzymaliśmy układ dwupowierzchniowy otwarty.

W tym przypadku następujące stosunki konfiguracji ulegną zmianie

$$\varphi_{3-0} = 0,6; \varphi_{1-2} = 0; \varphi_{3-2} = 0; \varphi_{1-0} = 0,8$$

W celu wyznaczenia jasności składowych J_{i-k} obliczamy wstępnie następujące wyrażenia:

$$\varphi_{1-3} + \varphi_{1-2} \cdot R_2 \cdot \varphi_{2-3} = 0,2 + 0 \cdot R_2 \cdot \varphi_{2-3} = 0,2$$

$$\varphi_{1-2} + \varphi_{1-3} \cdot R_3 \cdot \varphi_{3-2} = 0 + 0,2 \cdot 0,4 \cdot 0 = 0$$

Wyznaczenie D_n na podstawie wzoru (7) znacznie się upraszcza:

$$D_n = 1 - 0,8 \cdot 0,4 \cdot R_2 \cdot 0,2 \cdot 0,4 \frac{1}{R_2} = 0,9744$$

Jasności składowe J_{1-1} i J_{3-1} obliczamy za pomocą równań (4) i (6)

$$J_{1-1} = \frac{100\ 000}{0,9744} = 102\ 627 \text{ kcal/h}$$

$$J_{3-1} = \frac{100\ 000}{0,9744} \cdot 0,4 \cdot 0,2 = 8210 \text{ kcal/h}$$

Po zastosowaniu równań (25) i (23) otrzymujemy

$$J_{3-3} = \frac{17\ 000}{0,9744} \cdot 1 = 17\ 447 \text{ kcal/h}$$

$$J_{1-3} = 17\ 447 \cdot 0,8 \cdot 0,4 = 5583 \text{ kcal/h}$$

Emisję rozproszoną poza układ określają równania (17) i (19):

$$Q_{1-0} = 102\ 627 \cdot 0,8 + 8210 \cdot 0,6 = 87\ 028 \text{ kcal/h}$$

$$Q_{3-0} = 5583 \cdot 0,8 + 17\ 447 \cdot 0,6 = 14\ 935 \text{ "}$$

Całkowite rozproszenie jest sumą rozproszeń składowych:

$$Q_0 = Q_{1-0} + Q_{3-0} = 87\ 028 + 14\ 935 = 101\ 963 \text{ kcal/h}$$

Ciepła pochłonięte przez poszczególne powierzchnie obliczamy za pomocą wzorów (28), (32), (35) i (30):

$$Q_{1-1} = 0,25 (102\ 627 - 100\ 000) = 656,8 \text{ kcal/h}$$

$$Q'_{1-3} = 1,5 \cdot 8210 = 12\ 315 \text{ kcal/h}$$

$$Q'_{3-1} = 0,25 \cdot 5583 = 1396 \text{ "}$$

$$Q_{3-3} = 1,5 (17\ 447 - 17\ 000) = 670,5 \text{ kcal/h}$$

Ciepła Q'_{c1} i Q'_{c3} dostarczone z zewnątrz do powierzchni F_1 i F_3 obliczamy z równań (43) i (45).

Ciepła Q'_1 i Q'_3 obliczamy za pomocą równań (37) i (42):

$$Q'_1 = 12\ 315 + 87\ 028 = 99\ 343 \text{ kcal/h}$$

$$Q'_3 = 1396 + 14\ 935 = 16\ 331 \text{ "}$$

Wynik ten sprawdzamy stosując równania (38) i (40):

$$Q'_1 = 1,25 \cdot 100\ 000 - 0,25 \cdot 102\ 627 = 99\ 343 \text{ kcal/h}$$

$$Q'_3 = 2,5 \cdot 17\ 000 - 1,5 \cdot 17\ 447 = 16\ 330 \text{ "}$$

Ciepła Q'_{c1} i Q'_{c3} dostarczone z zewnątrz do powierzchni F_1 i F_3 obliczamy za pomocą wzorów (43) i (45):

$$Q_{c1} = 99\ 343 - 1396 = 97\ 947 \text{ kcal/h}$$

$$Q_{c3} = 16\ 331 - 12\ 315 = 4015 \text{ "}$$

Ogólny bilans energetyczny ustalamy zgodnie z równaniem (46):

$$97\ 947 + 4015 = \sum_{i=1}^{i=3} Q_{i-0} = 101\ 962 \text{ kcal/h}$$

Wynik ten jest zgodny z rezultatem otrzymanym przez bezpośrednie obliczenie rozprożeń na podstawie równań (17), (19) i (1).

Porównując otrzymane dane z wynikami bilansu układu trójpowierzchniowego otwartego stwierdzamy, że po usunięciu powierzchni F_2 powierzchnia F_3 przestała już być odbiornikiem ciepła, bowiem trzeba do niej doprowadzać z poza układu 4015 kcal/h.

Mimo usunięcia najchłodniejszej powierzchni, warunki wymiany ciepła pogorszyły się z punktu widzenia strat, które

z wartości 48 300 kcal/h wzrosły po usunięciu powierzchni F_2 , do wartości 101 962 kcal/h. To właśnie tłumaczy fakt, że powierzchnia F_3 przestała być "samowystarczalna".

Wyjaśnienie tej sprawy jest proste. Powierzchnia F_2 działa w pewnym sensie jak niedoskonałe lustro, odbijając promieniowanie krążące w układzie i zmniejszając w ten sposób straty.

Niewątpliwie dzięki wpływowi powierzchni F_2 wymiana ciepła pomiędzy powierzchniami F_1 i F_3 powinna nieco zwiększyć się. W dalszym ciągu postaramy się ten wzrost obliczyć.

W przypadku usunięcia powierzchni F_2 otrzymujemy układ dwupowierzchniowy otwarty, dla którego obowiązują wzory [3, str. 81].

$$\frac{1}{\varepsilon_{1-2}} = \frac{1}{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2} \left(\frac{1}{\varphi_{1-2}} - \frac{F_1}{F_2} \cdot \varphi_{1-2} \right) + \frac{F_1}{F_2} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \cdot \varphi_{1-2}$$

Podstawiając w powyższy wzór wartości rozważanego przykładu (pamiętając o tym, że w miejsce indeksu "2" należy w danym przypadku użyć indeksu "3") otrzymamy:

$$\frac{1}{\varepsilon_{1-3}} = \frac{1}{0,2 \cdot 0,6} \left(\frac{1}{0,2} - \frac{2}{1} \cdot 0,2 \right) + \frac{2}{1} \cdot \left(\frac{1}{0,2} + \frac{1}{0,6} - 1 \right) = 40,6$$

$$\varepsilon_{1-3} = 0,024\ 630\ 5$$

Stosunek wymiany energii promienistej pomiędzy powierzchniami F_1 i F_3 , który poprzednio wynosił 0,040 283, jak widzimy, zmalał prawie dwukrotnie po usunięciu powierzchni F_2 . W tym samym stopniu zmniejszy się oczywiście wymiana energii pomiędzy rozpatrywanymi powierzchniami F_1 i F_3 ;

$$Q'_{r(1-3)} = 2 \cdot 0,024\ 630\ 5 \cdot (250\ 000 - 28\ 333) = 10\ 919\ \text{kcal/h}$$

Wynik ten sprawdzimy jeszcze za pomocą równań (32), (35)

$$Q'_{r(1-3)} = Q'_{1-3} - Q'_{3-1} = 12\ 315 - 1396 = 10\ 919\ \text{kcal/h}$$

6. Zakończenie

Układ trójpowierzchniowy otwarty, omówiony w poprzednich rozdziałach jest bez porównania częściej spotykany w praktyce niż układ dwupowierzchniowy. Ścisłe rzecz biorąc, mamy z reguły do czynienia z układami wielopowierzchniowymi.

niowymi, w których dla uproszczenia przyjmuje się, że wpływ pozostałych powierzchni poza rozpatrywanymi jest znikomy. Tego rodzaju daleko idącym uproszczeniem jest układ dwupowierzchniowy otwarty [3], [5]. Jak wykazaliśmy jednak, wpływ dalszych powierzchni jest bardzo duży, nawet, gdy ich temperatura jest niższa od temperatury powierzchni rozpatrywanych. Z tego powodu zależności dotyczące układu trójpowierzchniowego otwartego stanowią lepsze przybliżenie niż te, które wynikają z bilansu układu dwupowierzchniowego. Sprawa ta nabiera szczególnej wagi w tych przypadkach, gdy trzecia powierzchnia jest duża i odznacza się stosunkowo dużym stosunkiem refleksji, wówczas bowiem jej wpływ nie może być pominięty ze względu na dokładność wyników.

Dalszą korzyścią, wynikającą z zastosowania bilansu energetycznego układu trójpowierzchniowego, jest możliwość określenia ciepła doprowadzonego lub odprowadzonego do każdej z trzech powierzchni rozpatrywanego układu. Znajomość tych wielkości jest nader istotna i bardziej potrzebna niż określenie ciepła wymienionego pomiędzy poszczególnymi powierzchniami układu, bowiem przy obliczaniu aparatury grzejnej opartej na promieniowaniu te właśnie wielkości są przede wszystkim potrzebne.

Przytoczone względy całkowicie usprawiedliwiają konieczność operowania zależnościami omówionymi w niniejszej pracy.

Otrzymano 29 września 1956 r.

BIBLIOGRAFIA

- [1] St. Ochęduszek, Teoria maszyn cieplnych, cz. III, Warszawa 1955, PWT.
- [2] W. Około-Kuśak, Wymiana ciepła na drodze promieniowania pomiędzy dwiema powierzchniami w ośrodku diatermicznym, "Gospodarka Ciepła" Nr 5, Warszawa 1954, str. 22 - 26.
- [3] W. Około-Kuśak, Wymiana ciepła przez promieniowanie w układzie trzech powierzchni doskonale szarych w ośrodku diatermicznym, "Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej", "Energetyka" z. 2, 1957.

- [4] W. O k o ł o - K u ł a k, Bilans wymiany energii promienistej w układzie dwupowierzchniowym otwartym, "Chemia Stosowana", Wrocław, w druku .
- [5] Ю.А. С у р и н о в, Лучистый теплообмен в излучающей системе состоящей из трех серых тел, И.А.Н. СССР, О.Т.Н. 5, 1952.