

Tomasz SIKORSKI, Eugeniusz TOCZYŁOWSKI

Instytut Automatyki i Informatyki Stosowanej Politechniki Warszawskiej

STEROWANIE OPERATYWNE PROCESÓW DYSKRETNYCH Z UWZGLĘDNIENIEM KOSZTÓW ZUŻYCIA ENERGII

Streszczenie. W referacie zaprezentowano algorytm sterowania operatywnego uwzględniający model kosztów zużycia zasobu energetycznego, odpowiadającego praktycznym warunkom zużycia energii i poboru mocy elektrycznej przez odbiorców przemysłowych rozliczanych według taryfy dwuczłonowej i wielostrefowej. Zagadnienia poruszone w referacie zostały przeanalizowane dla wybranego modelu dyskretnego systemu produkcyjnego, w którym na równoległych procesorach są realizowane podzielne operacje produkcyjne.

OPERATIONAL CONTROL OF DISCRETE PROCESSES IN PRESENCE OF ENERGY COSTS

Summary. Operational control of preemptive discrete processes in production systems in the presence of a consumable resource - electrical energy - is analysed. The production processes are modelled as preemptible tasks which require durable resources (processors) and a complex doubly-constrained resource - electrical energy. The aim of the detailed production scheduling is to find the minimum cost schedule of all planned tasks, subject to temporal and global limitations of the durable and consumable resources. The objective goal is to minimize the overall costs, including all components of the composite cost function related to the power and energy consumption in time zones of the day.

1. Wprowadzenie

Wzrost cen energii elektrycznej wywołuje znaczące zmiany w strukturze kosztów w systemach przemysłowych. W przypadku wielu typów procesów przemysłowych wymagających specyficznego rodzaju zasobu zużywalnego, jakim jest energia elektryczna, istotnym czynnikiem wpływającym na całkowity koszt ich realizacji jest gospodarka energetyczna.

Działania w zakresie racjonalizacji zużycia energii elektrycznej w systemach przemysłowych dzielą się na dwie kategorie. Pierwsza jest związana z unowocześnieniem energochłonnych technologii i urządzeń. Druga, rozważana w referacie, dotyczy działań doraź-

nych, których celem jest obniżenie kosztów zużycia energii w wyniku efektywnego gospodarowania energią i mocą elektryczną w trakcie realizacji procesów przemysłowych. Działania te obejmują kształtowanie charakterystyki obciążenia (zapotrzebowania na energię i moc elektryczną) na etapie planowania oraz sterowania procesami przemysłowymi.

W systemach produkcyjnych podstawą sterowania popytem na energię elektryczną jest możliwość kształtowania charakterystyki obciążenia w wyniku realizacji procesu produkcji według różnych, zmiennych w czasie scenariuszy. Podstawowe podejście polega na uwzględnieniu w zadaniu sterowania modelu kosztów odpowiadającego strukturze opłat za zużycie energii. Zgodnie z występującymi w niej składnikami [7] do najważniejszych działań optymalizacyjnych, których podjęcie pozwala na obniżenie kosztów związanych z zużyciem energii, można zaliczyć:

- minimalizację kosztów zużycia energii elektrycznej czynnej w strefach czasowych doby,
- minimalizację kosztów mocy obrachunkowej,
- minimalizację kosztów ewentualnych przekroczeń mocy zamówionej.

W niniejszym referacie, będącym kontynuacją [4], przedstawiono podstawowe zagadnienia dotyczące optymalizacji kosztów zużycia energii i poboru mocy elektrycznej na etapie sterowania operatywnego procesów dyskretnych. Zagadnienia te zostały przeanalizowane dla wybranego modelu systemu produkcyjnego.

2. Model matematyczny problemu sterowania operatywnego

Rozważany jest system produkcyjny, który ze względu na sposób zasilania i zasady rozliczeń za zużyłą energię odpowiada modelowi odbiorcy finalnego rozliczanego według taryfy dwuczłonowej i wielostrefowej. W systemie znajduje się pewna liczba jednostek wytwórczych (procesorów) P_l , $l \in L = \{1, \dots, l^*\}$, z których każda może realizować niezależne operacje produkcyjne $i \in I = \{1, \dots, i^*\}$. Zadanie produkcyjne polega na wykonaniu operacji produkcyjnych $i \in I$ w horyzoncie czasu $[0, T^*]$ według minimalnokosztowego harmonogramu.

Parametry realizacji operacji produkcyjnych $i \in I$ na procesorach $l \in L$ są zdefiniowane przez trzy macierze: macierz $P = [p_{li}]$, gdzie p_{li} jest czasem wymaganym do wykonania i -tej operacji w całości na l -tym procesorze; macierz $C = [c_{li}]$, gdzie c_{li} jest kosztem realizacji i -tej operacji w całości na l -tym procesorze; macierz $E = [e_{li}]$, gdzie e_{li} jest wielkością energii (czynnej) wymaganą do wykonania i -tej operacji w całości na l -tym procesorze. Operacje produkcyjne $i \in I$ są podzielne, tzn. realizacja i -tej operacji na l -tym procesorze może być przerwana w dowolnej chwili, a następnie wznowiona na dowolnym procesorze bez potrzeby przebrożeń i dodatkowych kosztów. W danej chwili każda operacja może być realizowana tylko na jednym procesorze, a każdy procesor może realizować tylko jedną operację. Dodatkowo zakłada się, że w trakcie realizacji zadań energia zużywana jest w taki sposób, że pobór mocy jest stały.

Horyzont czasu $[0, T^*]$, w którym należy wykonać operacje produkcyjne $i \in I$, jest podzielony na T okresów (nazywanych dalej okresami uśredniania). Wyróżnione okresy uśredniania odpowiadają odcinkom czasu, dla których jest wyznaczana uśredniona wartość poboru mocy (jako wielkość zużytej energii podzielona przez długość okresu uśredniania). Horyzont czasu $[0, T^*]$ można zatem przedstawić jako $T^* = \sum_{k \in K} \Delta T_k$, gdzie $K = \{1, \dots, T\}$ jest zbiorem okresów uśredniania, a ΔT_k długością k -tego okresu uśredniania. Ponieważ w praktycznych przypadkach długości ΔT_k wszystkich okresów uśredniania w okresie obrachunkowym są równe, w modelu przyjęto, że $\Delta T_k = \Delta T = 1$ dla $k \in K$. Zbiór K zostaje podzielony na rozłączne podzbiory K_s , odpowiadające strefom czasowym, gdzie $s \in S$; $S = \{1, \dots, s^*\}$ jest indeksem stref w horyzoncie $[0, T^*]$; $K = \bigcup_{s \in S} K_s$. W strefach czasowych obowiązują różne stawki opłat za zużycie energii elektrycznej. Przez T_s zostaje oznaczona liczba okresów uśredniania w strefie czasowej s ; $T = \sum_{s \in S} T_s$.

Wprowadzamy zmienną $x_{lik} \in [0, 1]$ wyznaczającą, jaka porcja i -tej operacji będzie realizowana na l -tym procesorze w k -tym okresie uśredniania. Czas t_{lik} wykonania porcji i -tej operacji na l -tym procesorze w k -tym okresie uśredniania jest zatem równy $p_{li} x_{lik}$.

Ograniczenia globalne

Ograniczenie globalne zapewniające wykonanie wszystkich operacji w horyzoncie czasu $[0, T^*]$ ma postać:

$$\sum_{k \in K} \sum_{l \in L} x_{lik} = 1 \quad \forall i \quad (1)$$

Ograniczenia dla okresów uśredniania

Dla każdego z okresów uśredniania muszą być spełnione ograniczenia na maksymalny czas pracy procesorów oraz realizacji operacji

$$\sum_{i \in I} p_{li} x_{lik} \leq 1 \quad \forall k, l \quad (2)$$

$$\sum_{l \in L} p_{li} x_{lik} \leq 1 \quad \forall k, i \quad (3)$$

Ograniczenia chwilowe w okresie uśredniania

W każdym okresie uśredniania $k \in K$ harmonogram produkcji można przedstawić jako kompozycję $S^k = \{([v_{ii}^\beta], y^\beta) \mid \beta \in B^k\}$ elementarnych planów $\beta \in B^k$, gdzie y^β jest długością trwania planu elementarnego $\beta \in B^k$, a $[v_{ii}^\beta]$ jest macierzą zmiennych binarnych takich, że $v_{ii}^\beta = 1$, jeżeli w planie elementarnym $\beta \in B^k$ danego okresu uśredniania operacja i -ta jest realizowana na l -tym procesorze i $v_{ii}^\beta = 0$ w pozostałych przypadkach. Uszeregowanie planów elementarnych jest nieistotne ze względu na brak przebrojeń, przy czym dla k -tego okresu uśredniania kompozycja planów elementarnych S^k musi spełniać następujące ograniczenia:

$$\sum_{\beta \in B^k} y^\beta = 1 \quad (4)$$

$$\sum_{\beta \in B^k} v_{li}^\beta y^\beta = p_{li} x_{lik} \quad \forall i, l \quad (5)$$

Ograniczenia chwilowe na dostępność procesorów i możliwość realizacji operacji wynikające z faktu, że w danej chwili procesor może realizować tylko jedną operację, a każda operacja może być realizowana tylko na jednym procesorze mają postać:

$$\sum_{l \in L} v_{li}^\beta \leq 1 \quad \forall i, \beta \in B^k \quad (6)$$

$$\sum_{i \in I} v_{li}^\beta \leq 1 \quad \forall l, \beta \in B^k \quad (7)$$

Koszty operatywne realizacji operacji produkcyjnych

1. Koszt pracy procesorów

Wykonanie i -tej operacji na l -tym procesorze jest związane z pewnym stałym kosztem c_{li} . Koszt realizacji wszystkich operacji wynikający ze stopnia wykorzystania poszczególnych procesorów wyraża się wzorem:

$$\sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{i \in I} c_{li} x_{lik} \quad (8)$$

2. Koszty zużycia energii

W ogólnym przypadku na koszty zużycia energii składają się koszt związany z ilością zużytej energii elektrycznej czynnej w strefach czasowych oraz koszt poboru mocy w okresie obrachunkowym.

Ilość zużycia energii wynika z energochłonności procesu produkcji, co w przypadku rozważanego systemu związane jest z ilością energii e_{li} , jaka jest wymagana do realizacji i -tej operacji na l -tym procesorze. Koszt zużycia energii w systemie można wyrazić wzorem:

$$\sum_{s \in S} c_s^e \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{i \in I} e_{li} x_{lik} \quad (9)$$

gdzie c_s^e jest opłatą za zużycie jednostki energii elektrycznej w strefie czasowej s .

Rozliczenia za pobór mocy są dokonywane na podstawie wielkości poboru mocy w poszczególnych okresach uśredniania okresu obrachunkowego. W rozważanym horyzoncie czasu $[0, T^*]$ pobór mocy w k -tym okresie uśredniania można wyrazić wzorem:

$$P_k = \frac{\sum_{l \in L} \sum_{i \in I} e_{li} x_{lik}}{\Delta T} \quad (10)$$

W praktycznych przypadkach rozliczenie za pobór mocy może następować według różnych wariantów [7]. Dla rozważanego w referacie modelu przyjęto najczęściej stosowany wariant, polegający na wykorzystaniu do rozliczeń maksymalnej wartości mocy pobranej w okresie obrachunkowym. Zgodnie z przyjętym wariantem, opłacie podlega maksymalna wartość poboru mocy (opłata za moc obrachunkową [7]), według stawki c^p za pobraną jednostkę mocy elektrycznej, przy czym jeżeli pobór ten jest większy od wielkości mocy P_z , jaka została zarezerwowana na potrzeby systemu produkcyjnego, opłata jest powiększana o dodatkowy składnik związany z przekroczeniem mocy zamówionej P_z (opłata za przekroczenie mocy zamówionej [7]). Nadwyżka mocy pobranej ponad moc zamówioną P_z podlega opłacie według stawki c^Δ za każdą jednostkę mocy. Koszt poboru mocy można wyrazić wzorem:

$$c_r^1 \cdot P_r^1 + c_r^2 \cdot P_r^2 \quad (11)$$

przy czym

$$P_r^0 + P_r^1 + P_r^2 = P_r = \max_{k \in K} P_k \quad (12)$$

gdzie

$$0 \leq P_r^0 \leq \Delta_r^0; \quad \Delta_r^0 = \min\{P^*, P_z\} \quad (13)$$

Zmienna P_r^0 jest wielkością mocy "bezpłatnej", która jest związana z opłatą za moc P^* będącą maksymalną wartością poboru mocy w okresach uśredniania okresu obrachunkowego, poprzedzających rozważany horyzont czasu $[0, T^*]$. Moc P^* , jaka już została pobrana w bieżącym okresie obrachunkowym, może być traktowana w rozważanym horyzoncie $[0, T^*]$ jako moc, za którą zapłacono.

$$0 \leq P_r^1 \leq \Delta_r^1; \quad \Delta_r^1 = |P_z - P^*| \quad (14)$$

Zmienna P_r^1 , w przypadku gdy $P^* \leq P_z$, reprezentuje wielkość mocy pobranej ponad moc P^* do wartości P_z i jest rozliczana według stawki $c_r^1 = c^p$. W przypadkach kiedy $P^* > P_z$, reprezentuje ona wielkość przekroczenia mocy zamówionej, które już wystąpiło, w związku z czym w rozważanym horyzoncie czasu $[0, T^*]$ jest ono bezpłatne ($c_r^1 = 0$).

$$0 \leq P_r^2 \leq \Delta_r^2; \quad \Delta_r^2 = P_{max} - \Delta_r^1 - \Delta_r^0 \quad (15)$$

Zmienna P_r^2 reprezentuje wielkość poboru mocy, za którą należy zapłacić w ramach opłat za moc obrachunkową i przekroczenie mocy zamówionej ($c_r^2 = c^p + c^\Delta$). Moc P_{max} określa maksymalną wartość mocy, jaka może być pobrana w systemie ze względu na bezpieczeństwo pracy układu zasilania.

Problem sterowania operatywnego

Znaleźć kompozycję elementarnych planów $\{(v_{li}^\beta, y^\beta) \mid \beta \in B^k\}$; $k = 1, \dots, T$, realizacji operacji $i \in I$ w horyzoncie czasu $[0, T^*]$ minimalizującą funkcję kosztów

$$\min F = \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{i \in I} c_{li} x_{lik} + \sum_{s \in S} c_s^0 \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{i \in I} e_{li} x_{lik} + c_r^1 \cdot P_r^1 + c_r^2 \cdot P_r^2 \quad (16)$$

gdzie

$$P_r^0 + P_r^1 + P_r^2 = P_r = \max_{k \in K} \frac{\sum_{l \in L} \sum_{i \in I} e_{li} x_{lik}}{\Delta T} \quad (17)$$

$$0 \leq P_r^0 \leq \Delta_r^0 \quad (18)$$

$$0 \leq P_r^1 \leq \Delta_r^1 \quad (19)$$

$$0 \leq P_r^2 \leq \Delta_r^2 \quad (20)$$

przy ograniczeniach globalnych

$$\sum_{k \in K} \sum_{l \in L} x_{lik} = 1 \quad \forall i \quad (21)$$

ograniczeniach dla kolejnych okresów uśredniania $k = 1, \dots, T$

$$\sum_{l \in L} p_{li} x_{lik} \leq 1 \quad \forall k, i \quad (22)$$

$$\sum_{i \in I} p_{li} x_{lik} \leq 1 \quad \forall k, l \quad (23)$$

i ograniczeniach chwilowych dla planów elementarnych w każdym okresie uśredniania $k \in K$

$$\sum_{i \in L} v_{fi}^\beta \leq 1 \quad \forall i, \beta \in B^k \quad (24)$$

$$\sum_{i \in I} v_{fi}^\beta \leq 1 \quad \forall l, \beta \in B^k \quad (25)$$

$$\sum_{\beta \in B^k} y^\beta = 1 \quad (26)$$

$$\sum_{\beta \in B^k} v_{li}^\beta y^\beta = p_{li} x_{lik} \quad \forall i, l \quad (27)$$

3. Trójfazowy algorytm rozwiązania problemu

Przedstawiony w tym rozdziale algorytm pozwala na optymalne rozwiązanie rozważanego w referacie problemu sterowania operatywnego. W fazie I algorytmu rozwiązywany jest problem zagregowany, w wyniku czego następuje przydział porcji operacji $i \in I$ do wykonania w poszczególnych strefach czasowych $s \in S$. Zadanie fazy II polega na dezagregacji rozwiązania uzyskanego w fazie I, tzn. rozdzieleniu porcji operacji do okresów uśredniania poszczególnych stref czasowych. W fazie III następuje uszczegółowienie harmonogramu produkcji w poszczególnych okresach uśredniania. Koszty zużycia energii i poboru mocy zostają uwzględnione w zadaniu fazy I, gdzie są wyznaczane wartości poboru mocy P_s w okresach uśredniania poszczególnych stref czasowych.

3.1. FAZA I - problem zagregowany

Dokonyjemy podwójnej agregacji zmiennych postaci

$$x_{lis} = \sum_{k \in K_s} x_{lik} = \sum_{k \in K_s} \sum_{\beta \in B^k} v_{li}^{\beta} y^{\beta} \quad (28)$$

Po agregacji otrzymujemy następujący problem:

Problem zagregowany

Znaleźć macierz $[x_{lis}]$ minimalizującą funkcję kosztów

$$\min F = \sum_{s \in S} \sum_{l \in L} \sum_{i \in I} c_{li} x_{lis} + \sum_{s \in S} c_s^e \sum_{l \in L} \sum_{i \in I} e_{li} x_{lis} + c_r^1 \cdot P_r^1 + c_r^2 \cdot P_r^2 \quad (29)$$

gdzie

$$P_r^0 + P_r^1 + P_r^2 = P_r \quad (30)$$

$$P_r \geq P_s = \frac{\sum_{l \in L} \sum_{i \in I} x_{lis} e_{li}}{T_s} \quad (31)$$

$$0 \leq P_r^0 \leq \Delta_r^0 \quad (32)$$

$$0 \leq P_r^1 \leq \Delta_r^1 \quad (33)$$

$$0 \leq P_r^2 \leq \Delta_r^2 \quad (34)$$

przy zachowaniu ograniczeń globalnych oraz ograniczeń dotyczących czasu pracy procesorów i realizacji operacji w strefach czasowych

$$\sum_{s \in S} \sum_{l \in L} x_{lis} = 1 \quad \forall i \quad (35)$$

$$\sum_{l \in L} p_{li} x_{lis} \leq T_s \quad \forall s, i \quad (36)$$

$$\sum_{i \in I} p_{li} x_{lis} \leq T_s \quad \forall s, l \quad (37)$$

3.2. FAZA II - rozdział operacji pomiędzy okresy uśredniania

Rozwiązaniem problemu zagregowanego są wielkości x_{lis} , określające, jaka porcja i -tej operacji będzie wykonana na l -tym procesorze w strefie czasowej s oraz wartość mocy P_s , dla okresów uśredniania strefy czasowej s , konieczna do realizacji przydzielonych operacji produkcyjnych.

Zadanie fazy II polega na rozdziale operacji przydzielonych do realizacji w strefie czasowej s między okresy uśredniania tej strefy; $k \in K_s$. Rozwiązanie zadania dezagregacji

musi spełniać ograniczenia globalne związane z wykonaniem wszystkich planowanych w strefie czasowej s operacji i ograniczenia dla okresów uśredniania dotyczące poboru mocy oraz czasu pracy procesorów i realizacji operacji. Zadanie fazy II można zapisać w następujący sposób:

Problem dezagregacji

Znaleźć macierz $\{x_{lik}\}$ spełniającą następujące warunki:

$$\sum_{k \in K_s} \sum_{l \in L} x_{lik} = \sum_{l \in L} x_{lis} \quad \forall s, i \quad (38)$$

$$\sum_{l \in L} \sum_{i \in I} x_{lik} e_{li} = P_s \quad \forall s, k \in K_s \quad (39)$$

$$\sum_{l \in L} p_{li} x_{lik} \leq 1 \quad \forall k, i \quad (40)$$

$$\sum_{i \in I} p_{li} x_{lik} \leq 1 \quad \forall k, l \quad (41)$$

Twierdzenie. Zadanie dezagregacji posiada rozwiązanie równoważne rozwiązaniu zadania I fazy.

Dowód.

Na podstawie rozwiązania zadania I fazy (problemu zagregowanego) są prawdziwe następujące zależności:

$$\sum_{l \in L} \sum_{i \in I} x_{lis} e_{li} = P_s T_s \quad \forall s \quad (42)$$

$$\sum_{l \in L} p_{li} x_{lis} \leq T_s \quad \forall s, i \quad (43)$$

$$\sum_{i \in I} p_{li} x_{lis} \leq T_s \quad \forall s, l \quad (44)$$

Ponieważ problem dezagregacji składa się z niezależnych podproblemów dotyczących poszczególnych stref czasowych $s \in S$, rozważmy pojedynczy okres k w strefie czasowej s .

Niech

$$x_{lik} = \frac{x_{lis}}{T_s} \quad (45)$$

wtedy otrzymujemy:

$$\sum_{l \in L} x_{lis} = \sum_{l \in L} T_s x_{lik} = \sum_{k \in K_s} \sum_{l \in L} x_{lik} \Leftrightarrow (38) \quad (46)$$

Podstawiając do (42), (43), (44) $x_{lis} = T_s x_{lik}$, otrzymujemy

$$\sum_{l \in L} \sum_{i \in I} x_{lis} e_{li} = P_s T_s \Leftrightarrow T_s \sum_{l \in L} \sum_{i \in I} x_{lik} e_{li} = P_s T_s \Leftrightarrow \sum_{l \in L} \sum_{i \in I} x_{lik} e_{li} = P_s \Leftrightarrow (39) \quad (47)$$

$$\sum_{l \in L} p_{li} x_{lis} \leq T_s \Leftrightarrow T_s \sum_{l \in L} p_{li} x_{lik} \leq T_s \Leftrightarrow \sum_{l \in L} p_{li} x_{lik} \leq 1 \Leftrightarrow (40) \quad (48)$$

$$\sum_{i \in I} p_{li} x_{lis} \leq T_s \Leftrightarrow T_s \sum_{i \in I} p_{li} x_{lik} \leq T_s \Leftrightarrow \sum_{i \in I} p_{li} x_{lik} \leq 1 \Leftrightarrow (41) \quad (49)$$

□

W przeprowadzonym dowodzie zostało wskazane istnienie rozwiązania problemu dezagregacji. Otrzymane rozwiązanie może zawierać dużo małych porcji operacji, realizowanych w każdym okresie uśredniania. Dlatego do rozwiązania problemu II fazy proponujemy poniższy iteracyjny algorytm dezagregacji, w którym istnieje możliwość kontrolowania porcjowania operacji.

Algorytm dezagregacji

1. Podstaw $s = 1, k = 1, k' = 1$;

Oblicz $\{t_{lis}\}$ według wzoru: $t_{lis} = x_{lis} p_{li}$;

2. Oblicz aktualne, pozostałe obciążenie procesorów t_l oraz czas t_i , jaki pozostał do zakończenia realizacji operacji przydzielonych do strefy czasowej s

$$t_l = \sum_{i \in I} t_{lis} \quad (50)$$

$$t_i = \sum_{l \in L} t_{lis} \quad (51)$$

3. Wybierz takie wartości t_{lik} , aby spełnić następujące ograniczenia

$$\sum_{l \in L} \sum_{i \in I} \frac{e_{li} t_{lik}}{p_{li}} = P_s \quad (52)$$

$$t_l + k' - T_s \leq \sum_{l \in L} t_{lik} \leq 1 \quad (53)$$

$$t_i + k' - T_s \leq \sum_{i \in I} t_{lik} \leq 1 \quad (54)$$

$$0 \leq t_{lik} \leq t_{lis} \quad (55)$$

4. Aktualizuj $\{t_{lis}\}$: $t_{lis} = t_{lis} - t_{lik}$;

5. Jeżeli $k' = T_s$, to idź do kroku 6, w pozostałych przypadkach $k = k + 1, k' = k' + 1$ i idź do kroku 2;

6. Jeżeli $s = s^*$, to koniec; w pozostałych przypadkach $s = s + 1, k = k + 1, k' = 1$ i idź do kroku 2.

3.3. FAZA III - Dekompozycja

Po rozwiązaniu zadania II fazy znane są czasy t_{ik} wyznaczające, przez jaką część k -tego okresu uśredniania l -ty procesor ma realizować i -tą operację. Zadanie III fazy polega na dekompozycji rozwiązania II fazy, tzn. znalezieniu kompozycji elementarnych planów $S^k = \{([v_{ij}^k], y^k) \mid \beta \in B^k\}$ dla kolejnych okresów uśredniania. Rozwiązania tej fazy muszą spełniać ograniczenia chwilowe w okresie uśredniania (24), (25), (26) i (27).

Zadanie to sprowadza się do znanego z literatury [2, 3] problemu "Szeregowania zadań podzielnych na dowolnych procesorach równoległych".

LITERATURA

1. Błażewicz J., Cellary W., Słowiński R., Węglarz J.: Scheduling under Resource Constraint – Deterministic Models. *Annals of Operations Research*, 7, Balzer AG, 1986.
2. Lawler E.L., Labetoulle J.: On preemptive scheduling of unrelated processors by linear programming. *J.ACM.*, 25 (1978), pp. 612-619.
3. Słowiński R., Węglarz J.: Minimalnoczasowy model sieciowy z różnymi sposobami wykonywania czynności. *Przegląd Statystyczny*, 24, 1977, pp. 409-415.
4. Sikorski T., Toczyłowski E.: On Preemptible Task Scheduling with Energy Allocation for Discrete Production Processes. *Second International Symposium on Methods and Models in Automation and Robotics*, Vol. 2, Międzyzdroje 1995, pp. 793-798.
5. Sikorski T., Toczyłowski E.: Racjonalizacja gospodarki energią elektryczną przy realizacji zadań w systemach przemysłowych. *Materiały Konferencji Naukowo-Technicznej "Optymalizacja w Elektroenergetyce"*, Warszawa-Jachranka 1995, pp.237-247.
6. Toczyłowski E.: Algorithms for preemptive scheduling of independent tasks in the presence of general renewable and consumable resources. *Zeszyty Nauk. AGH, Automatyka* 59, 1991, pp. 163-172.
7. Ministerstwo Finansów: Cennik Nr 7-Z/95, Energia Elektryczna.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Jerzy Klamka

Wpłynęło do Redakcji do 30.06.1996 r.

Abstract

Many types of discrete and semi-continuous industrial processes require a substantial amount of a specific consumable resource, which is electrical energy. Steel mills, rail companies, and the underground communication systems are typical examples of heavy consumers of electrical energy. In such systems, the energy costs constitute a significant part of the total production or operational costs. Therefore, energy management is an important factor in scheduling energy-consuming processes and their operational control. In particular, an appropriate scheduling of tasks may reduce power requirements and energy costs for the consumer of the energy.

Electrical energy is a very specific consumable resource, for which a nontrivial cost and usage model is used in this paper. The production processes are modelled as preemptible tasks which require durable (renewable) resources (i.e., processors) and a complex consumable resource – the electrical energy. Depending on the particular production environments, the tasks may be either preemptible or nonpreemptible. In this paper we study only a preemptive case.

The aim of the detailed production scheduling is to find the minimum cost schedule of all planned tasks, subject to all temporal and global limitations and requirements. The objective goal is to minimize the overall costs, including all components of the cost function related to power and energy consumption. We present an optimal three-phase algorithm for solving the operational control problem. In Phase 1 an aggregated allocation problem is solved. From the solution of this problem portions of tasks are allocated to time zones. In Phase 2 the allocation of portions of tasks to mean periods are determined. Finally, in Phase 3 the detailed production scheduling for each mean period is calculated.