# ENERGETYKAz 10

CZESŁAW GRACZYK

# BADANIA NAD PRZEBIEGIEM Rozkładów cząstek pyłowych

POLITECHNIKA ŚLĄSKA ZESZYT NAUKOWY Nr 68 – GLIWICE 1962

#### SPIS TREŚCI

Pr	zedmowa		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	3
W	ykaz oznacze	eń .											5
1.	Wiadomości	wstępr	ne .										7
2.	Prace obce	dotycza	ące ar	nality	/czne	ego p	przed	staw	ienia	roz	kłado	ów	
	cząstek pyło	owych											10
3.	Przebieg i	wyniki	doświa	adcze	eń								14
4.	Charakterys	tyka ro	zkład	u wy	padł	cowe	go						23
5.	Analiza roz	kładu v	vypadl	kowe	ego								27
6.	Wnioski												58
W	ykaz literatu	ry .											62

# POLITECHNIKA ŚLĄSKA

# ZESZYTY NAUKOWE

Nr 68

Dr inż. CZESŁAW GRACZYK

# BADANIA NAD PRZEBIEGIEM Rozkładów cząstek pyłowych

# PRACA HABILITACYJNA Nr 22

Data otwarcia przewodu habilitacyjnego 29. VI. 1961 r.

# REDAKTOR NACZELNY ZESZYTÓW NAUKOWYCH POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

Fryderyk Staub

Dział Nauki — Sekcja Wydawnictw Naukowych — Politechniki Śląskiej

 Oddano do wyk. 2. VIII. 1962
 Zam. 1234
 G-20
 Ark. druk. 4<sup>30</sup>/<sub>16</sub>
 Ark. wyd. 4<sup>6</sup>/<sub>18</sub>

 Papier offsetowy kl. V, 70×100, 70 g
 Nakład 100+215
 Cena zł 5,50

Zakład Produkcji Pomocy Naukowych Politechniki Śląskiej w Gliwicach

#### PRZEDMOWA

Przedmiotem pracy jest opisanie oraz analityczne przedstawienie zmian rozkładu cząstek pyłu zachodzących w trakcie procesu rozdrabniania.

Podstawą pracy są doświadczenia, w wyniku których ustalcna została pewna charakterystyczna i powtarzalna prawidłowość.

Dane eksperymentalne posłużyły do opisania zjawiska i ustalenia wzorów, które w sposób bardziej dokładny aniżeli dotychczas stosowane wzory, ujmują rzeczywisty przebieg rozkładu cząstek pyłu.

Praca inspirowana była przez prof. H.Heywooda (Uniwersytet Londyński), dzięki pomocy i opiece którego wykonano część doświadczalną.

## WYKAZ OZNACZEŃ

Alfabet	łaciński:	
a b, n c, d k P R x s u, t, z W	mm 10 <sup>-3</sup> (µ) mm % % mm 10 <sup>-3</sup> (µ) %	<ul> <li>średni rozmiar cząstki pyłu,</li> <li>współczynniki równań wykładniczych,</li> <li>współczynniki rozkładu log. normalnego,</li> <li>parametr charakterystyczny kruszarki,</li> <li>udział pyłu wtórnego w pyle wypadk.</li> <li>pozostałość sitowa,</li> <li>rozmiar cząstki,</li> <li>liczba korekcji rozkładu uciętego,</li> <li>zmienne pomocnicze,</li> <li>przepadłość sitowa</li> </ul>

Alfabet grecki:

a, ß	·	-	moduły na osiach współrzędnych,
3,7		-	parametry papieru normalnego,
o		-	dyspersja,
С		-	czas.

Indeksy I, II oznaczają numery rozkładów, znak z oznacza rozkład pełny nieucięty.

#### 1. WIADOMOŚCI WSTĘPNE

Rozdrabnianie ciał stałych stosowane jest w wielu procesach technologicznych w różnych gałęziach przemysłu.

Bardzo często właściwy przebieg procesu technologicznego uzależniony jest nie tylko od składu chemicznego lecz równieź i od wielkości cząstek rozdrabnianego materiału.

Pyły monodyspersyjne, zawierające cząstki tego samego rozmiaru praktycznie w technice nie istnieją. Na ogół pył składa się z cząstek różnej wielkości, których rozkład zależny jest od rodzaju substancji i sposobu rozdrabniania.

Z uwagi na polidyspersję, stopień rozdrabniania pyłu może być jednoznacznie określony za pomocą funkcji  $R = \varphi(x)$ , gdzie R oznacza udział masowy wszystkich cząstek próby pyłu, większych od rozmiaru x. Niekiedy stosowana jest funkcja W = 1 - R = f(x), przy czym W oznacza udział masowy wszystkich cząstek pyłu mniejszych od rozmiaru x.

Zwykle cząstkę pyłu traktuje się jako kulę, której średnica uważana jest za jej rozmiar x. Kształt cząstek pyłowych nie jest na ogół kulisty, a rozbieżność tę ujmuje tzw. liczba kształtu. Wyraża ją stosunek powierzchni średniej cząstki do powierzchni cząstki kulistej, tej samej objętości. Wartości liczby kształtu są większe od jedności i na przykład dla węgla zawarte są pomiędzy 1,3 a 1,6.

W konimetrii podstawową metodą rozdziału cząstek jest analiza sitowa, dlatego wielkość R oznaczana jest jako tzw. pozostałość sitowa, a wielkość W odpowiednio jako przepadłość sitowa.

Na rysunku la przedstawiono obydwie dystrybuanty przy czym skala R i W zawarta jest w granicach od 0 do 100 %. Obie krzywe powstały przez połączenie punktów dyskretnych uzyskanych z analizy sitowej. Są one względem siebie odwrotne wzdłuż prostej R=W=50% równoległej do osi x. Stosunkowo częściej używana. jest funkcja R =  $\varphi(x)$  i w tej postaci zostały przedstawione wyniki doświadczeń zawarte w tabelach arkuszy pomiarowych. Funkcja  $R = \varphi(x)$  w statystyce matematycznej nosi nazwę kumulowanego szeregu rozdzielczego.

Między kumulowanym szeregiem rozdzielczym R(x), a właściwym szeregiem rozdzielczym R'(x) zwanym też gęstością funkcji  $\varphi(x)$  lub też krótko rozkładem, istnieje dla każdego dowolnego punktu x następująca zależność

$$R'(\mathbf{x}_{\mathbf{a}}) = -\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}\mathbf{x}} | \mathbf{x}_{\mathbf{a}}$$
(1)

przy czym udział masowy dR cząstek przypadających na frakcję dx określony jest powierzchnią zakreskowaną na rysunku 1b.

Całkowita powierzchnia pola zawartego między histogramem a osiami x jest całką oznaczoną równą sumie wszystkich udziałów masowych tj. 100%.

 $\int_{0}^{\pi'(x)} dx = 100\%$  (2)

Krzywą dR/dx wykreśloną na rysunku 1b otrzymano drogą różniczkowania jednej z dwu krzywych całkowych z pominięciem znaku algebraicznego. Jest to graficzne przedstawienie rozkładu informującego o gęstości funkcji  $R = \varphi(x)$  czyli o rozdziale masowym cząstek na poszczególne frakcje.

Rozkłady statystyczne występujące w technice dają się wyrazić wzorami rozkładów typowych takich jak rozkład normalny logarytmicznie normalny, gamma, beta i inne.

Problem dokładnego analitycznego określenia funkcji  $R = \varphi(x)$  jest mimo wielu prac w tej dziedzinie do dziś praktycznie nie rozwiązany. Wszystkie proponowane formuły są empiryczne. Powstały one jako wynik aproksymacji dużej ilości dystrybuant otrzymanych z doświadczeń laboratoryjnych.

Proponowane formuły, nie wyłączając najbardziej rozpowszechnionego wzoru Rosina-Rammlera-Benneta opisują rzeczywisty przebieg funkcji  $R = \varphi(x)$  w sposób przybliżony: wiadomo z praktyki, że dokładność tych formuł jest stosunkowo mała i zmienna w zależności od stanu rozdrobnienia materiału.

Wzory dotychczas stosowane noszą charakter równań "statycznych", gdyż nie uwzględniają parametru czasowego ujmującego aktualny stan rozdrobnienia materiału.





Treścią pracy niniejszej jest próba analitycznego przedstawienia skomplikowanych zmian rozkładu cząstek pyłu zachodzących w trakcie rozdrabniania.

#### 2. PRACE OBCE DOTYCZĄCE ANALITYCZNEGO PRZEDSTAWIENIA ROZKŁADU CZĄSTEK PYZU

Problem analitycznego przedstawienia rozkładu cząstek pyłu był tematem wielu prac. Poniżej w porządku historycznym przedstawiono najważniejsze z nich.

#### a) Formula Rosina-Rammlera-Benneta

W latach trzydziestych Rosin, Rammler [1] na podstawie badań nad pyłem węglowym ustalili, wzór empiryczny kumulowanego rozkładu pyłu w następującej postaci

$$R = 100 e^{-bx^n}$$
(3)

gdzie:

b,n - stałe współczynniki charakterystyczne. Równanie (3) zmodyfikował Bennet [2] do postaci

$$R = 100 e^{-(x/x_m)^n}$$
 (3a)

gdzie:

x - średni rozmiar cząstki pyłu odpowiadający wartości R = 50%.

Równanie R.R.B. jest najpowszechniej stosowanym wzorem. Po przekształceniu i podwójnym zlogarytmowaniu przedstawia się następująco:

$$100 = e^{bx^n}$$
,  $\lg \frac{100}{R} = bx^n$ ,  $\lg \lg \frac{100}{R} = \lg b + n \lg x (3b)$ 

To ostatnie wyrażenie jest podstawą ogólnie stosowanego wykresu lg lg  $\frac{100}{100}$  = f(lg x) na którym kumulowany rozkład przedstawia się w postaci linii prostej o pochyleniu n i przesunięciu lg b (rys.2). Na tak skonstruowanym wykresie punkty rozkładu kumulowanego powinny układać się wedle linii prostej. Istnieją jednak w wielu przypadkach znaczne odchylenia, szczególnie występujące w obszarze frakcji drobnych cząstek (x) < 20 $\mu$  gdzie można zaobserwować znaczne zwiększenie pochylenia n. Anselm [3] nazwał to zjawisko "zubożaniem małych cząstek".

Wzór R.R.B. po zróżniczkowaniu przedstawia się:

$$\frac{dR}{dx} = 100 \text{ n b } x^{n-1} e^{-bx^{n}}$$
(4)

Wzór R.R.B. ze względu na swą prostotę znalazł szerokie zastosowanie w praktyce. Prowadzi on jednak w przypadku n<1 (co często zachodzi) do nielogicznych rezultatów, gdyż wówczas funkcja dR/dx dla x równego zeru przybiera wartość nieskończenie wielką. Przebieg krzywej rozkładu w zależności od parametru n najlepiej ilustruje rysunek 3. Oznacza to, że dla n<1 powierzchnia właściwa pyłu będzie nieskończenie wielką co nie jest prawdziwe.

#### b) Formula Heywooda

W 1933 r. Heywood [4] zaproponował, by rozkład cząstek pyłu ująć analitycznie następującym wzorem:

$$\frac{dW}{dx} = a x^3 e^{-bx^2}$$
(5)

Równanie to czyni zadość warunkom brzegowym, gdyż dla wartości x = 0 oraz  $x = \infty$  funkcje dR/dx przyjmuje wartość zerową. Jedynie całkowanie wzoru (5) jest trudniejsze aniżeli w przypadku równania (4).



Rys.2. Wykres podwójnie logarytmiczny wg równania R.R.



Rys.3. Przebieg rozkładu wg równania R.R.

12

#### c) Formuka Schumanna

Podany przez Schumanna [5] wzór rozkładu cząstek pyłu przedstawia się następująco:

$$\frac{\mathrm{dW}}{\mathrm{dx}} = \mathbf{n} \mathbf{C} \mathbf{x} \tag{6}$$

2

Znajduje on zastosowanie jedynie w ograniczonym zakresie frakcji cząstek drobniejszych, gdy n > 1. Gdy n < 1 to krzywa rozkładu ze wzrostem x rozbiega się.

#### d) Rozkład normalny

Istniały również próby [6], [7], [8] przedstawienia rozkładu cząstek pyłu jako normalnego rozkładu Gaussa. Wzór tego rozkładu przedstawia się następująco:

$$\frac{dR}{dx} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{\frac{-(x-a)}{2\sigma^2}}$$

gdzie:

a - średnia wartość x (mediana),

6' - dyspersja.

Parametr a określa położenie rozkładu w układzie współrzędnych, natomiast o kształcie decyduje dyspersja  $\sigma$ . Rozkład ten jest symetryczny względem wartości a przybierając charakterystyczny kształt krzywej dzwonowej. Wielce pomocny jest tu tzw. papier normalny na którym punkty kumulowanego normalnego rozkładu powinny utworzyć linię prostą. Wówczas pochylenie prostej określa parametr  $\sigma_{\tau}$  a wartość średnia określona jest przez pozostałość sitową R = 50%.

Analizę porównawczą wzoru R.R.B. z wzorem Gaussa przeprowadził Batel [9] wskazując na dużą zgodność obu wzorów w przypadku, gdy współczynnik n wzoru R.R.B. przybiera duże wartości. Natomiast aproksymacja wzorem rozkładu normalnego pyłów o małej wartości n nie daje dobrych rezultatów.

(7)

#### e) Rozkład logarytmicznie normalny

Bardziej udoskonaloną postacią rozkładu normalnego jest tzw. rozkład logarytmiczny określony po raz pierwszy przez Razumowskiego i Kolmogorowa [10], [11].

W postaci analitycznej rozkład przedstawia się następująco:

$$\frac{\mathrm{dR}}{\mathrm{dx}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi^2}} e^{-\xi/2} \tag{8}$$

przy czym

$$\xi = \frac{1}{c d} \ln(cx)$$
 (8a)

gdzie:

c - współczynnik równy odwrotności mediany,

d - współczynnik dysperaji.

Fodobnie jak dla rozkładu normalnego punkty kumulowanego logarytmicznie rozkładu na wykresie logarytmicznym normalnym tworzą linię prostą.

Według Gebeleina [12] rozkład logarytmiczny lepiej ujmuje zakres drobnych cząstek pyłu aniżeli wzór R.R.B. Natomiast daje wyraźne odchylenie od stanu rzeczywistego dla cząstek dużych i wymaga zastosowania dodatkowej korekcji.

#### 3. PRZEBIEG I WYNIKI BADAN

Przedmiotem badań było określenie przebiegu zmian rozkładu cząstek pyłów różnych materiałów w trakcie procesu rczdrabniania.

Seria doświadczeń, które autor wykonał w laboratorium Woolwich Polytechnic w Londynie (od 1.IX.58 do 1.VII.59) posłużyły do opracowania nowej metody analitycznej aproksymacji rozkładu cząstek pyłowych tworzonych w procesie rozdrabniania.







· Rys.5. Schemat kruszerki walcowej

#### a) Sposób przeprowadzenia badań

W doświadczeniach wykorzystano instalację używaną przez H.Heywooda dla prac badawczych o podobnym przeznaczeniu.

Instalacja pomierowa składała się z maszyny do rozdrabniania oraz przyrządów do badań stopnia rozdrobnienia pyłu.

Zasadniczym elementem maszyny rozdrabniającej była para walców, średnicy 75 mm, ułożyskowanych i sprzęgniętych razem przekładnią zębatą. Walce obracały się z prędkością katową wynoszącą około 500 obr/min. Obudowane szczelną osłoną blaszaną posiadały od góry doprowadzenie i odprowadzenie zmielonego materiału od dołu. W maszynie istniała możliwość regulacji i nastawiania szczeliny między walcami, co dawało możliwość produkowania pyłu o różnych rozkładach cząstek.

Pomiaru rozstawu walców k dokonywano za pomocą warsztatowego szczelinomierza.

Aparatura pomiarowa użyta w doświadczeniach składała się z kompletu sit laboratoryjnych, wykoranych wedle norm brytyjskich B.S. wstrząsarki, wagi laboratoryjnej oraz wagi sedymentacyjnej. Ta ostatnia z uwagi na stosunkowo duże cząstki (średnio większe od 60 $\mu$ ) używana była sporadycznie.

Materiał em rozdrabnianym był żwir, anhydryt, łupek bitumiczny, szkło.

Rozdrabnianiu poddawano próbkę materiału o masie wynoszącej średnio 0,5 kg. Przed właściwymi pomiarami materiał rozdrabniano wstępnie przy jednakowym rozstawie walców wynoszącym 5 oraz 4 mm. Dla hepszego ujednorodnienia próby przed każdym rozdrabnianem materiał mieszany był na płaskiej tacy. Materiały rozdrabniane przechowywane były przez długi czas w suchym pomieszczeniu i zawierały znikoma ilość wilgoci.

Pomiary rozpoczynano od rozdrabniania przy nastawianiu szczeliny na szerokość k = 3,04 mm. Pył przepuszczony przez tak nastawiony młyn poddawano analizie sitowej. Z kolei ustawiano rozstaw walców na następną wartość k = 2,29 mm, a otrzymany z jednorazowego przemielenia pył poddawano następnej analizie. Ten sam tok postępowania stosowano dla innych rozstawów walców.

Analizę sitową przeprowadzano zgodnie z przepisami normy brytyjskiej British Standard 1796-1952. Próba pyłu użyta w analizie posiadała masę 50 g. Ważono ją z dokładnością - 0,025 g. W pomiarach stosowano zestaw sit firmy Endecotts, których dane techniczne zawarte są w tabeli I.

Tabela I

Rozmiary stosowanych sit laboratoryjnych

Nr sit	<b>1</b> - 1 - 6	7	14	25	52	100	170
Szerok	ość						
oczka	(mikron)	2411	1204	599	295	152	89

W przypadkach, gdy badany pył zawierał dużą ilość cząstek mniejszych od 60, analizę rozpoczynano od segregacji tych cząstek sitem o najdrobniejszych oczkach. Pozostałości sitowe ważono z dokładnością ± 0,01 g. Wedle normy brytyjskiej B.S. 1796-1952 ubytek pyłu w czasie nie powinien przekroczyć 0,5% masy próby. Gdy warunek ten nie był dochowany, pomiar anulowano.

#### b) Opracowanie wyników badań

Wyniki doświadczeń zestawione są w arkuszach pomiarowych 1 do 11. Doświadczenia wykonywano w 3-ch seriach. Do pierwszej serii przynależą arkusze 1 do 3, do drugiej 4 do 7, do trzeciej 8 do 11. Każdy arkusz pomiarowy dotyczy innego materiału rozdrabnianego. W arkuszach pomiarowych podane są dla poszczególnych rozstawów walców k, pozostałości kumulowane R wyrażone w procentach. Stosowane rozstawy walców podane są w tabeli II.

Tabela II

Rozmiar rozstawu k walców mm	3,04	2,29	1,52	0,76	0,38	0,19
Nastawie- nie szcze_ linomierza cal	120/1000	90/1000	60/1000	30/1000	<b>15/100</b> 0	7,5/1000

Rozstawy walców

Na podstawie danych zawartych w arkuszach pomiarowych sporządzono wykresy dystrybuant  $R = \varphi(x)$  w postaci funkcji ciagłej (album) łącząc punkty otrzymane z doświadczeń.

Z kolei krzywe  $R = \varphi(x)$  przedstawione w postaci funkcji ciągłych zróżniczkowano graficznie. Funkcje R = f(x) będące rozkładami cząstek są uwidocznione na wykresach zawartych w albumie. Obrazują one charakterystyczny przebieg zmian rozkładu cząstek. Dla uzyskania dobrej dokładności krzywe R'== f(x) wyznaczono przy użyciu średnio 25 punktów dystrybuanty R(x).

Arkusz pomiarowy nr 1

Pozostałości sitowe R%

Materiał: żwir

Rozstaw walców k mm	3,04	1,52	0,76	0,38	0,19
2411 (nr 7) 1204 (nr 14) 599 (nr 25) 295 (nr 52) 152 (nr 100) 89 (nr 172) reszta	111111	1,28 17,50 41,54 73,90 93,91 97,3 100,0	111111	0,10 2,04 22,00 61,90 87,51 94,8 100,0	0,00 0,00 1,70 19,74 69,80 86,00 100,00

Arkusz pomiarowy nr 2

Pozostałości sitowe R%

Materiał: szkło

Rozstaw walców k mm	3,04	1,52	0,76	0,38	0,19
2411 (nr 7)		3,60	0,00	0,00	0,00
1204 (nr 14)		29,6	11,0	1,60	0,00
599 (nr 25)		58,3	51,2	25,7	3,08
595 (nr 52)		77,9	75,0	61,3	31,2
50 152 (nr 100)		89,5	88,2	80,5	69,2
Heg 89 (nr 172)		95,0	93,8	89,7	84,7
50 1 reszta		100,00	100,00	100,00	100,00

Arkusz pomiarowy nr 3 Pozostakości sitowe RS

Materiał: żwir

Rozstaw walców k mm	3,04	1,52	0,76	0,38	0,19
2411 (nr 7) (d 1204 (nr 14) 1204 (nr 14) 599 (nr 25) x 295 (nr 52) x 295 (nr 52) x 152 (nr 100) 89 (nr 172) reszta		1,66 17,7 41,2 72,7 94,7 98,2 100,0	0,34 6,46, 32,60 72,8 94,0 97,7 100,0	0,00 0,55 23,7 66,7 89,8 96,5 100,0	0,00 0,22 2,32 30,5 74,2 87,2 100,0

Arkusz pomiarowy nr 4

Pozostałości sitowe RS

Materiał: żwir

R	ozstaw walców k mm	3,04	1,52	0,76	0,38	0,19
rozmiar oczka sita x u (numer sita) s	411 (nr 7) 204 (nr 14) 599 (nr 25) 295 (nr 52) 152 (nr 150) 89 (nr 172) zta	26,2 80,2 93,5 97,7 98,8 99,3 100,0	111111	0,00 16,5 64,7 83,2 91,5 95,2 100,0	0,00 0,68 19,9 62,5 82,5 90,6 100,0	0,00 0,00 5,22 46,3 77,8 88,6 100,0

Arkusz pomiarowy nr 5 Pozostałości sitowe R%

Material: szkło

Rozstaw wa k n	alców m	3,04	1,52	0,76	0,38	0,19
2411 (nr 2411 (nr 1204 (nr 599 (nr 295 (nr 295 (nr 152 (nr 152 (nr 89 (nr 89 (nr 152 (nr	7) 14) 25) 52) 150) 172)		7,56 50,2 75,9 88,4 94,2 97,3 100,0	0,00 12,7 55,6 79,6 89,2 95,0 100,0	0,00 1,83 31,2 68,9 86,1 93,0 100,0	

Arkusz pomiarowy nr 6

Pozostałości sitowe R%

Material: anhydryt

Rozs k	aw walo	ców m	3,04	1,52	0,76	0,38	0,19
rozmiar oczka sita x <sup>u</sup> (numer sita) 1 2 2 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	11 (nr 7 04 (nr 1 09 (nr 2 05 (nr 5 52 (nr 1 39 (nr 1 39 (nr 1	7) 14) 25) 52) 100) 172)	42,9 93,0 99,5 99,9 99,9 99,9 100,0	10,6 71,5 89,2 94,2 96,2 96,4 100,0	0,00 14,2 58,8 77,5 84,0 86,6 100,0	0,00 5,82 17,70 58,1 72,2 76,8 100,0	0,00 0,2 1,82 30,2 58,5 66,2 100,0

Arkusz pomiarowy nr 7 Pozostałości sitowe R%

Material: Lupek

Rozstaw walców k mm	3,04	1,52	0,76	0,38	0,19
2411 (nr 7) 1204 (nr 14) 1204 (nr 14) 1205 (nr 25) 295 (nr 52) 152 (nr 100) 152 (nr 172) 295 (nr 172) 152 reszta	42,2 92,2 99,7 99,7 99,7 99,7 100,0		3,27 37,5 72,4 85,1 91,7 94,5 100,0	0,00 10,1 39,8 72,8 85,2 90,5 100,0	0,00 2,27 15,9 56,5 77,3 85,2 100,0

Arkusz pomiarowy nr 8

Pozostałości sitowe R%

Materiał: żwir

Rozstaw walców k mm	3,04	1,52	0,75	0,38	0,19
2411 (nr 7) 1204 (nr 14) 1204 (nr 14) 1205 (nr 25) 295 (nr 52) 152 (nr 100) 152 (nr 172) 154 reszta	63,8 90,8 97,4 99,3 99,7 99,7 100,0	20,7 67,6 84,3 92,5 96,3 87,8 100,0	0,00 9,20 40,3 71,7 86,5 93,5 100,0	0,00 1,74 17,6 62,3 83,0 91,4 100,0	0,00 0,00 2,57 43,8 75,0 87,1 100,0

# Arkusz pomiarowy nr 9 Pozostałości sitowe R%

Material: anhydryt

Roz k	staw walcow mm	3,04	1,52	0,76	0,38	0,19
rozmiar oczka sita zu (numer sita) sita numer sita)	1 (nr 7) 4 (nr 14) 9 (nr 25) 5 (nr 52) 2 (nr 100) 9 (nr 172) zta	55,0 93,1 98,0 98,8 98,8 98,8 100,0	16,8 73,2 88,8 93,5 95,4 96,2 100,0	0,00 14,1 59,0 76,2 83,3 86,0 100,0	0,00 1,87 23,5 64,5 76,4 78,7 100,0	0,00 0,00 4,27 37,5 62,4 71,0 100,0

Arkusz pomiarowy nr 10

Pozostałości sitowe R%

Materiał: szkło

	Rozst: k	aw walców mm	3,04	1,52	0,76	0,38	0,19
rozmiar oczka sita z.u (numer sita)	2411 1204 599 295 152 89 reszta	(nr 7) (nr 14) (nr 25) (nr 52) (nr 100) (nr 172) a		4,27 53,4 78,0 90,0 95,5 97,6 100,0	0,00 7,73 52,7 77,7 89,5 94,7 100,0	0,00 0,38 17,4 59,5 81,0 90,5 100,0	0,00 0,00 1,2 23,5 65,7 82,7 100,0

## Arkusz pomiarowy nr 11 Pozostałości sitowe R

Materiał: Łupek

Rozstaw walców k mm				3,04	1,52	0,76	0,38	0,19
	2411	(nr	7)	43,7	11,25	1,72	-	0,00
8 8	1204	(nr	14)	89,0	53,3	30,8	-	6,05
zk it	599	(nr	25)	98,2	81,3	70,0	-	26,4
07	295	(nr	52)	98,9	90,4	85,8	-	65,3
H X H	152	(rr	100)	99,3	94,5	92,0	-	81,5
a nu	89	(nr	172)	99,5	96,2	94,8	-	87,9
roz sit	reszt	a		100,0	100,0	100,0	-	100,0

#### 4. CHARAKTERYSTYKA ROZKŁADU WYPADKOWEGO

Kształtowanie się rozkładu cząstek pyłu najlepiej obrazują wykresy przedstawiające funkcje R = f(x) w postaci ciągłej. W zależności od rozstawu walców k, w których odbywa się proces rozdrabniania, rozkład cząstek pyłu przybiera charakterystyczny przebieg (album).

Z porównania krzywych uwidocznionych na wykresach, wynika, że rozkład cząstek pyłu przybiera postać nietypową, zależną przede wszystkim od rodzaju rozdrabnianego materiału.

Rozkład cząstek pyłu jest rozkładem wypadkowym, składającym się z rozkładów składowych. Dla pewnych materiałów rozkład wypadkowy może być tylko jednym rozkładem, dla innych jest sumą rozkładów składowych. Najczęściej jednak rozkład wypadkowy składa się z dwóch rozkładów składowych. Można zaobserwować, że oba rozkłady składowe charakteryzują się pewnymi powtarzalnymi własnościami. Pokrótce mozna je scharakteryzować w następujący sposób.

Pierwszy rozkład składowy występuje w zakresie frakcji cząstek większych. Jego przebieg jest zbliżony do rozkładu normalnego względnie normalnego uciętego lewostronnie.



Rys.6, Proces tworzenia się rozkładu wypadkowego

W miarę rozdrabniania materiału (k - 0) pierwszy rozkład składowy wykazuje dwie charakterystyczne właściwości:

- a) przesuwanie się wartości średniej a w kierunku mniejszych wartości, oraz
- b) zmniejszanie się dyspersji  $\theta_{\tau}$ .

Rozkład ten nazwano rozkładem pierwotnym. Przypuszcza się, że główny wpływ na przebieg zmian tego rozkładu ma obok rodzaju materiału, technologia rozdrabniania.

Rozkład drugi składowy umiejscowiony jest w zakresie frakcji drobnych cząstek. Kształt jego zbliżony jest do rozkładu normalnego. Drugi rozkład składowy w miarę zmniejszania się parametru k posiada następujące własności:

- a) zmniejszanie wartości średniej a<sub>TT</sub>,
- b) zmniejszanie dyspersji  $\sigma_{TT}$ .

Rozkład ten nazwano wtórnym. Jak to ilustruje porównanie wykresów (w albumie) parametry  $a_{II}$  oraz  $\sigma_{II}$  zależą głównie od struktury rozdrabnianego materiału.

Oba wyżej opisane rozkłady pierwotny oraz wtórny uwidocznione są na wykresach jako wykresy wypadkowe, będące sumą rozkładów składowych.

Na rysunku 6 przedstawiono kolejne fazy kształtowania się wykresu wypadkowego. Dla parametru k = k. (rys.6a) prawie cały pył jest pyłem pierwotnym. Wówczas rozkład ten jest rozkładem normalnym nieuciętym. W punkcie  $x = a_{II}$  na rys.6b zarysowuje się już powstawanie rozkładu wtórnego. Zaznacza się wyraźne przesuwanie wartości średniej  $a_{I}$  rozkładu pierwotnego w kierunku mniejszych wartości x oraz zmniejszanie dyspersji  $G_{I}$ . Występuje również wyraźne zmniejszanie się dyspersji  $G_{II}$ , przy czym wartość  $a_{II}$  maleje również. W następnej fazie  $k = k_3$  (rys.6c) opisane zmiany występują jeszcze wyraźniej.

Przypuszcza się, że w końcowym efekcie wartość średnia rozkładu wtórnego pokryje się z wartością średnią rozkładu pierwotnego  $(a_{I} \cong a_{II})$ .

Wowczas rozkład wypadkowy zredukowałby się do jednego rozkładu. Charakterystyczny przebieg obu rozkładów składowych najlepiej ilustruje wykres przestrzenny o współrzędnych R', x, k (rys.7).

Przeprowadzone badania dotyczą cząstek o rozmiarach od 60 u do 3mm. Jest wielce prawdopod bnym, że zauważona cykliczność może powtarzać się w zakresie frakcji zarówno wniejszych jak i większych od zbadanych.



Opisany przebieg rozkładu wypadkowego jest charakterystyczny dla szeregu materiałów badenych w pracy niniejszej. Istotną różnicę stanowią jedynie różne wartości parametrów rozkładów składowych. Rozkłady dwuskładnikowe tworzone są np. przez cząstki pyłu szklanego i łupka bitumicznego, oraz pyłu anhydrytu. Cząstki otrzymane z rozdrabniania żwiru stanowią rozkład, który można uważać za jednoskładowy.

Porównując rozkłady wypadkowe szkła i łupka bitumicznego zaobserwować można wyraźną różnicę między obu rozkładami. Rozkład strukturalmy pyłu szklanego posiada parametr a<sub>II</sub> znacznie większy od parametru a<sub>II</sub> rozkładu wtórnego łupka bitumicznego przy tej samej wartości k. Również dyspersje  $\sigma_{II}$  obu materiałów zachowują się podobnie. Występuje też różnica parametrów rozkładów pierwotnych. Parametr a<sub>I</sub> pyłu szklanego jest większy od parametru a<sub>I</sub> Łupka podobnie jak parametry  $\sigma_{I}$  obu rozdrabnianych materiałów.

Rozkład wypadkowy anhydrytu ma przebieg zbliżony do rozkładu łupka bitumicznego. Rozkład wtórny anhydrytu usytuowany jest w zakresie bardzo małych cząstek (a<sub>I</sub>  $\approx 200$  mm 10<sup>-3</sup>). W czasie graficznego różniczkowania wykresów R =  $\varphi(\mathbf{x})$  okazało się, że istnieje prawdopodobnie i trzeci rozkład składowy, Rozkład ten jest znikomo mały w porównaniu do poprzednich i dlatego pominięto go w rozważaniach.

Rozkład dwuskładowy na przykładzie anhydrytu występuje bardzo wyraźnie i dlatego wyniki doświadczeń uzyskane przy jego rozdrabianiu posłużyły dalej do sporządzenia obliczeń przedstawionych w rozdziale 5 pracy.

#### 5. ANALIZA ROZKŁADU WYPADKOWEGO

Analizę rozkładu wypadkowego oparto na aproksymacji rozkładu rzeczywistego rozkładem dwuskładowym.

Pył wypadkowy jak to już opisano w rozdziale 4 pracy, można traktować jako sumę dwóch pyłów: pierwotnego i wtórnego.

W wyniku szeregu prób okazało się, że rozkład pierwotny można najlepiej opisać za pomocą rozkładu normalnego uciętego lewostronnie. Natomiast rozkład wtórny, którego udział w pyle wypadkowym jest stosunkowo mały, może być aproksymowany rozkładem normalnym, nieuciętym.

Tak więc w przypadku rozkładu wypadkowego – dwuskładowego występuje aż 5 zmiennych; p – udział pyłu wtórnego w pyle wypadkowym, a<sub>I</sub>, a<sub>II</sub> – średnie wartości cząstek obu pyłów oraz  $\sigma_{\rm T}$ ,  $\sigma_{\rm II}$  – ich dyspersje.

Metoda iteracyjnego postępowania aproksymującego zaproponowana w pracy polega na wyznaczeniu tych 5 parametrów w zależności od wyróżnionego parametru k charakteryzującego stadia rozdrabniania.

W dalszych rozważaniach stosowana będzie wyłącznie funkcja W(x) i jej pochodna W'(x), którymi wygodnie jest operować z uwagi na znak. (Funkcja W(x) związana jest z R(x)prosta zależnością W(x) = 100 - R(x) skąd wynika; W'(x) = = - R'(x)).

Rozkład wypadkowy, dwuskładowy przedstawia następująca zależność:

$$W'(\mathbf{x}) = p W'_{\tau\tau}(\mathbf{x}) + (1 - p) W'_{\tau}(\mathbf{x})$$
 (9)

gdzie:

p	-	udział pyłu wtórnego w pyle wypadkowym,
(1-p)	-	udział pyłu pierwotnego w pyle wypadkowym,
$W_{I}(\mathbf{x})$		pierwotny rozkład składowy,
W <sub>TT</sub> (x)	-	wtórny rozkład składowy.

Rozłożenie rozkładu wypadkowego na rozkłady składowe nie jest zagadnieniem prostym.

W pracy wykorzystano sposób zaproponowany przez Danø. [13] Wartości rozkładu naniesione na papier półlogarytmiczny tworzą parabolę.

Jeżeli przedział At jest dostatecznie mały to dla rozkładu normalnego otrzymuje się:

$$b_{i} \approx n \int_{t_{i}}^{t_{i} + \frac{\Delta t}{2}} W'(x) dx \cong n_{e} \Delta t_{e} W'(t_{i}) = \frac{n_{e} \Delta t}{\sqrt{2\pi} \sigma} \cdot e^{-\frac{(t_{i} - a)^{2}}{2\sigma^{2}}} (10b)$$

stad

$$lg b_{i} \approx lg \left(\frac{n \cdot \Delta t}{\sqrt{2\pi}\sigma}\right) - \frac{0 \cdot 4343}{2 \sigma^{2}} (t_{i} - a)^{2}$$
(10b)

Z wzoru (10b) wynika, że punkty  $t_i$ , lg b<sub>i</sub> tworzą parabolę o osi symetrii  $t = a_o$ 

Jeżeli na papierze półlogarytmicznym wykreśli się rozkład dwuskładowy to można go rozdzielić na dwie parabole, jak to przedstawiono na rys.8a.

Rozkład pierwotny występuje w zakresie dużych cząstek pyłu. Aproksymuje się go rozkładem normalnym, lewostronnie uciętym, gdyż w rozkładzie nieuciętym tzw. "ujemne cząstki" nie mają logicznego uzasadnienia, przy czym pole objęte krzywą dzwonową i osiami powinno wynosić 100%. Próby opisania tego rozkładu w inny sposób np. za pomocą rozkładu logarytmicznie normalnego nie dały pozytywnych rezultatów.

Rozkład normalny, ucięty lewostronnie określony jest dla zakresu 0 < x ∞ następującym wzorem

$$W'_{I}(x) = \frac{\frac{100}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_{I}} \exp \left[-\frac{(x - a_{I})^{2}}{2 \cdot \sigma_{I}^{2}}\right]}{1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_{I}} \int_{-\infty}^{0} \exp \left[-\frac{(x - a_{I})^{2}}{2 \cdot \sigma_{I}^{2}}\right] dx}$$

$$=\frac{\frac{100}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma_{\mathrm{I}}}\exp\left[-\frac{(\mathrm{x}-\mathrm{a}_{\mathrm{I}})^{2}}{2\sigma_{\mathrm{I}}^{2}}\right]}{\frac{1-\phi(-\mathrm{a}_{\mathrm{I}}/\sigma_{\mathrm{I}})}$$

$$= \frac{100 \ W^{*}(x)}{100 - W^{*}_{T}(0)}$$

(11)

We wzorze tym wzór rożkładu normalnego jest mnożony przez czynnik korekcyjny s, będący stosunkiem powierzenni



$$1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-a_{\rm I}} \left[ -\frac{t^2}{2} \right] dt \qquad 1 - \phi \left( -\frac{a_{\rm I}}{\sigma_{\rm I}} \right)$$

$$100 - W_{I}^{*}(0)$$
 (11a)

przy czym  $W_{I}(o) = 100 \cdot \Phi(\frac{a_{I}}{2})$  jest tzw. stopniem ucięcia (Indeks gwiazdka oznacza rozkład normalny nieucięty). We wzorze na czynnik korekcyjny zastosowano funkcję normalną o zmiennej standaryzowanej t =  $\frac{a_{I}}{2}$  wyrażającą się wzorem

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{t} \exp\left[-\frac{t^2}{2}\right] dt.$$

Wartości funkcji  $\Phi(t)$  są tabelaryzowane. 14

W przypadku gdy a czynnik korekcyjny s praktycznie równy jest jedności, a pył pierwotny można opisać rozkładem normalnym nieuciętym.

Dystrybuantę rozkładu normalnego uciętego lewostronnie przedstawia wzór:

$$W_{I}(x) = \frac{\frac{100}{\sqrt{2\pi}}\int \exp\left[-\frac{(x-a_{I})^{2}}{2\sigma_{I}}\right] dx}{1-\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{(x-a_{I})^{2}}{2\sigma_{I}}\right] dx} =$$

$$= \frac{\phi\left(\frac{x-\alpha_{\rm I}}{\sigma_{\rm I}}\right) - \phi\left(-\frac{\alpha_{\rm I}}{\sigma_{\rm I}}\right)}{1 - \phi\left(-\frac{\alpha_{\rm I}}{\sigma_{\rm I}}\right)} \ 100 = \frac{W_{\rm I}^*(x) - W_{\rm I}^*(o)}{100 - W_{\rm I}^*(o)} \ 100$$
(12)



Rys.8. Rozdział rozkładu wypadkowego metodą Danø



Rys.9. Krzywe W(x) i W<sup>(x)</sup> rozkładu normalnego i normalnego z 30% ucięciem



Ry: ,10, Dystrybuanty trzech uciętych rozkładów normalnych przedstawione na papierze normalnym

Na rysunku przedstawiono obie funkcje  $W_{I}(x)$  oraz  $W'_{I}(x)$  rozkładu uciętego dla 30% - stopnia ucięcia oraz związane z nimi funkcje  $W'_{I}(x)$  i  $W'_{I}(x)$  rozkładu nieuciętego. Pole zakreskowane względnie odcinek  $W''_{I}(o)$  przedstawiają udział nieistniejący "ujemnych" cząstek pyłu.

Na papierze normalnym (rys.10) wykreślony jest przebieg trzech dystrybuant z stopniem ucięcia równym 10, 20 i 30%. Krzywe posiadają pionowe asymptoty w punktach przecięcia. Przy dużych wartościach x krzywe przebiegają prawie liniowo.

Analityczne określenie stopnia przecięcia nie jest sprawą łatwą.

W pewnych przypadkach można się posłużyć następującą metodą. Z przekształcenia wzoru (12) wynika:

$$W_{I}^{*}(x) = \frac{1}{100} W_{I}(x) [100 - W_{I}^{*}(0)] + W_{I}^{*}(0)$$
 (13)

Jeżeli znana jest wartość stopnia ucięcia W<sup>\*</sup>(o), to funkcja W<sup>\*</sup>(x) powinna na papierze normalnym przedstawić się w postaci linii prostej.

Drogą kolejnych przybliżeń ustalić można najodpowiedniejszą wartość  $W_{-}(c)$ . Korzystając z właściwości papieru normalnego można ustalić parametry  $\mathscr{T}_{\tau}$  i  $a_{\tau}$ ,

Znacznie szybsze i dokładniejsze rezultaty osiągnąć można wykorzystując metodę opisaną przez Fischera [15]. Niech  $(W'_{+})_{+}$ ,  $(W'_{+})_{-}$ ,  $(W'_{+})_{-}$ , oznaczają n zmierzonych wielkości rozkładu uciętego odpowiadających kolejnym wartościom x<sub>+</sub>, x<sub>-</sub>, x<sub>-</sub>... rozmieszczonych w równych odcinkach na osi odciętych. Celem uproszczenia przeliczeń arytmetycznych w praktyce przyjmuje się zamiast wielkości x<sub>+</sub>, x<sub>-</sub>, x<sub>5</sub>... wielkości t<sub>+</sub> = 1, t<sub>-3</sub> = 3, t<sub>-</sub> = 5 przy czym między x i t istnieje zależność x = c. t.

Z kolei wyznacza się 3 pomocnicze wielkości

$$n = \sum_{i=1}^{i=m} (W_{I})_{i}$$

$$S = c \sum_{i=1}^{i=m} (W_{I})_{i} \circ t_{i}$$

$$SS = c^{2} \sum_{i=1}^{i=m} (W_{I})_{i} \circ t_{i}^{2}$$
(14)

Wielkości powyższe wykorzystane są dla wyznaczenia liczby y wg wzoru

$$y = \frac{n \cdot SS}{2 \cdot S^2}$$
(15)

Posługując się tabelami Fischera określa się zależność  $z = \left(-\frac{1}{\sigma_{I}}\right)$ . f(y). Orientacyjny przebieg funkcji z = f(y)przedstawia rysunek (11a). Znając z łatwo przy użyciu tabel zmiennej standaryzowanej określić stopień ucięcia  $W_{I}(o)$ . Wartość dyspersji  $\sigma_{I}$  rozkładu nieuciętego oblicza się wzorem:

$$G_{I} \approx \frac{S}{n} g(z)$$
 (16)

przy czym funkcja g(z) przedstawiona jest w tabelach Fischera. Przebieg funkcji g(z) obrazuje rysunek (11b). Wartość średniej a, określa wzór:

$$\mathbf{a}_{\mathsf{T}} = -\mathbf{z} \cdot \mathbf{G}_{\mathsf{T}} \tag{17}$$

Rozkład drugi występuje w zakresie małych cząstek pyłu. Jest on aproksymowany rozkładem normalnym, nieuciętym. Rozkład ten określa dla  $0 < x < \infty$  poniższy wzór:

$$W'_{II}(\mathbf{x}) = \frac{100}{\sqrt{2\pi} \sigma'_{II}} \exp \left[ - \frac{(\mathbf{x} - \mathbf{a}_{II})^2}{2 \sigma'_{II}^2} \right]$$
(18)

Odpowiednio wzór dystrybuanty przedstawia się następująco:

$$W_{II}(x) = \frac{100}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_{II}} \int_{0}^{x} \exp\left[-\frac{(x - a_{II})^{2}}{2\sigma_{II}^{2}}\right] dx =$$

$$= \left[\varphi\left(\frac{x - a_{II}}{\sigma_{II}}\right) - \varphi\left(-\frac{a_{II}}{\sigma_{II}}\right)\right] \cdot 100$$
(19)

Przebieg rozkładu i dystrybuanty przedstawiono na rys.4. Aproksymację rozkładu wtórnego przeprowadza się podobnie jak w przypadku rozkładu pierwotnego wykorzystując metodę Danó.

Uzyskane metodą Danø rozkład wtórny uzupełnia się do rozkładu pełnego tzn. takiego, którego powierzchnia wynosi 100%.

W tym celu wyznacza się wartość udziału p przez planimetrowanie powierzchni jednego z rozkładów najlepiej większegoa

Drogą graficznego całkowania rozkład pełny przekształca sie w rozkład kumulowany i nanosi się punkty dystrybuanty na papier normalny,

Arkusz papieru normalnego jest wykresem funkcyjnym o równaniacha

$$\xi = \alpha \circ x_{\rho} \qquad \eta = \beta \circ \Phi^{-1} (W) \qquad (20)$$

gdzie:  $\alpha$ ,  $\beta$  są modułami na osiach papieru a  $\phi^{-1}(W)$  jest funkcją odwrotną do funkcji:

$$W = \Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{2} \exp\left[-\frac{u^2}{2}\right] du$$

Na papierze funkcyjnym o równaniach (20) funkcja

$$W = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot \int_{0}^{\infty} \exp\left[-\frac{(t-a)^{2}}{2\sigma^{2}}\right] dt$$

ma wykres prostoliniowy:

$$\gamma = \frac{\beta}{\alpha \cdot \sigma} \xi - \frac{\beta_{aa}}{\sigma}$$
(21)

Z równań (21) widać, że parametr a można obliczyć najłatwiej gdy  $\eta = 0$  (co odpowiada W = 50%). Wówczas:

$$a = \frac{\xi}{\alpha} = x \tag{22}$$





Rys, 11. Przebieg zależności y(z) i g(z)
Oznacza to,że wartość parametru a jest równa wartości x w punkcie przecięcia prostej z csią  $\gamma = 0$  lub W = 50%. Obierając dowolnie dwa punkty prostej na przykład punkty

Obierając dowolnie dwa punkty prostej na przykład punkty  $P_1(\xi_1, \eta_1)$  i  $P_2(\xi_2, \eta_2)$  otrzymany

$$\sigma = \frac{\beta}{\alpha} \quad \frac{\xi_2 - \xi_1}{\eta_2 - \eta_1} \tag{23}$$

Najwygodniej jest obrać jako P. i P<sub>2</sub> punkty przecięcia prostej z dwoma liniami poziomymi np.  $7_1 = 0$  i  $7_2 = 1$  (lub  $7_2 = -1$ ), co odpowiada wartościom W(x) = 50%, oraz 84% (lub 16%).

Zaproponowany sposób matematycznego ujęcia zjawiska przemieszczania się rozkładów w cząstek pyłowych jest metodą grafoanalityczną. Ściśłe wyznaczenie parametrów  $p_{1-1}$ ,  $a_i$ ,  $G_1$ wyłącznie w oparciu o analizę matematyczną wymagałohy np. dla pyłu dwuskładowego rozwiązania układu pięciu, skomplikowanych równań typu (9), co jest praktycznie niewykonalne.

Jak to wynika z przytoczonych niżej przeliczeń zależności między p, a<sub>I</sub>, o<sub>I</sub>, a<sub>II</sub>, o<sub>II</sub> a parametrem k można w przebadanym zakresie linearyzować.

## Przykład obliczeniowy

Celem sprawdzenia słuszności proponowanych wzorów oraz zaproponowanej metody analitycznej aproksymacji doświadczeń wykonano przykład obliczeniowy.

Podstawą obliczeń są arkusze pomiarowe 6 i 9 zawierające dane dotyczące rozdrabniania anhydrytu. Materiał ten wybrano celowo ze względu na szczególnie wyraźnie występujące tu zjawisko tworzenia się dwóch rozkładów. Wykorzystano wartości średnie obu arkuszy, gdyż obie serie pomiarów wykonywane były w tych samych warunkach.

Średnie wartości przepadłości sitowych W(x) % oraz różnic przepadłości W(x) % anhydrytu w zależności od rozmiaru szczeliny k podane są w tabeli III.

Wykorzystując dane zawarte w tabeli III i posługując się zależnością  $W'(x) = \frac{\Delta W}{\Delta x}$ % mm<sup>-1</sup>, przy czym  $\Delta x$  mm jest różnicą rozmiarów cząstek pyłu odpowiadającą zważonej różnicy przepadłości sitowej  $\Delta W$ , określono wartości rozkładu wypadkowego W(x) dla różnych wartości parametru k. Wartości rozkładu wypadkowego W<sup>\*</sup>(x) anhydrytu przedstawia tabela IV. (Podane w tabeli IV wartości z, są średnimi rozmiarami cząstek w odpowiednim przedzial).

Jak to uzasadniono w rozdziale 5 rozkład wypadkowy W (x) tworzy na papierze pół logarytmicznym krzywę składającą się z dwóch parabol (rys.nr 12).

Rozkład pierwotny W'(x) jest rozkładem, którego udział wyraźnie przeważa w rozkładzie wypadkowym. Zezwala to na dokładniejszą jego analizę w porównaniu z rozkładem wtórnym.

Z tego też względu korzystając z właściwości papieru półlogarytmicznego wyznaczono wartości rozkładu pierwotnego w zakresie wszystkich cząstek pyłu (również i tych przy których występuje rozkład wtórny).

Wartości rozkładu pierwotnego, traktowanego jako rozkład normalny, ucięty lewostronnie (w punkcie x = 0) uzyskane z wykresu półlogarytmicznego przedstawione są w tabeli V.

Z kolei celem wyznaczenia udziału p rozkładu wtórnego z rozkładem wypadkowym dane tabeli V przedstawiono w posta ci wykresu w układzie współrzędnych prostokątnych (rys.13).

Droga planimetrowania powierzchni rozkładu pierwotnego F ustala się udział p wg wzoru:

$$p = \frac{100 - \int \tilde{W}_{I}(x) dx}{100}$$

Rysunek 13 jest wykresem funkcyjnym o równaniach

$$\xi = \alpha \circ \mathbf{x}$$
  $\eta = \beta \circ W_{\mathbf{I}}(\mathbf{x})$ 

gdzie:  $\alpha$ ,  $\beta$  są modułami na osiach. W pracy wykorzystano moduły:  $\alpha = 100 \frac{\text{[mm]}}{\text{mm}}$ ,  $\beta = 1 \frac{\text{[mm]}}{5 \text{ mm}^{-1}}$ .

gdzie [mm] oznacza podziałkę skali wykresu. Wówczas pole rozkładu pierwotnego W<sub>T</sub>(x) wyznacza wzór

$$\int_{0}^{\infty} \sqrt[n]{x} dx = \frac{1}{\alpha \beta} \int_{0}^{\infty} \sqrt{d\xi} = \frac{1}{100} \int_{0}^{\infty} \sqrt{d\xi} \%$$

Tabela III

Srednie przepadłości sitowe  $\mathbb{V}(\mathbf{x})$ % anhydrytu w zależności od parametru  $\mathbb{K}$ 

	2411	00	100.0		98.6	7.2	100.0	58,4	36.6	17.5	171 171 10
	1204	3,0	99.8	31,78	97.4	22,22	85.6	8°21	27.72	2,87 5,174	5. 0 <sup>5</sup> / 8
	599	15,38 30, <b>9</b>	96.8	13,8	65.7	8,95 17,95	41.4	2,42 4,84	4 11.1	0, 25	4
(mm 10 <sup>-3</sup> )	295	13,74 27,5	66.0	6,4 12,8	38.1	3,04 6,82	23.5	0 98 1 96	8 6.2	0.0	4 0,7
X	152	3.56	38.5	3,56	3 25.3	2,68	16.7	0,56	52 4.2	00	145 0°7
	63 0	31,3	31.	10,9 21,8	21.0	7,0 14,0	14.	3,62	34	0,37 0,74	0.
-		23.03	25	2500	25	2002	R	u se	3	50.65	121
×		WD 919 AW	TR.	0,38 AW	A.	0,76 AW	M	1 52 4	A L	3,04 AW	
	Th	ä		p,		0		2	,	0	

\*

39

.....

Tabela IV

Wartości rozkładu wypadnowego  $w'(x) = \frac{\Delta w}{\Delta x} \lesssim m^{-1}$ 

4 2411	1207	0*0	66 <b>°</b> 0	11,93	48,4	40,84
99 120	605	4,96	52,4	73,4	27,5	9,5
295 50	304	101,4	90,8	58,9	15,9	1,65
152	143	192,4	89,5	47 .7	13,7	0*0
	63	114,3	55,6	42,6	10,5	0*0
68	89	352	245	157,4	40°7	8,3
0					-	
10-3	10-3					
шш	шш					
k x	na dx	0,19	0,38	0,76	1,52	3,04
-	Lp.	ct	a,	o	ъ	Ø





Tabela V

wartość rozkładu  $w'_{\rm I}({\rm x}) ~\%$  mm<sup>-1</sup>

pierwotnego, uciętego i niepeżnego

0.11

Time	k x mm	10-3	0	68	1	52 2	5G 263	120	4 2411
	mm x, mm	10-3		44,5	120	223	447	898	1811
ಣ	61.40	-	52,0	71,0	115,0	190-0	104,0	1,4	.0*0
Q	0,38		34,0	42,5	24.0	0.17	100,0	53,0	1,0
o	0,76		19,0	23,0	28,5	37,0	59,0	74,0	11,8
12	1,52		8,4	1,6	10,5	12,2	16,5	27,0	49.0
0	3,04		0,2	0,25.	,0°,37	0,64	1,8	8,5	29,0

•

4ž

\*\*\*



Wartość udziału p rozkładu wtórnego w rozkładzie wypadkowym dla różnych wartości parametru k przedstawia tabela VI.

Tabela VI

nr		a	b	с	đ	е
k	mm	0 <sub>9</sub> 19	0,38	0,,76	1,52	3,04
p	<i>6</i>	27,0	21,0	17,5	6,5	6,0

Wartości udziału p w zależności od parametru k

Rozkład pierwotny jest aproksymowanym rozkładem normalnym uciętym lewostronnie w punkcie x = 0.

Posługując się metodą Fischera opisaną w rozdziale 5 pracy określa się parametry charakterystyczne rozkładów pierwotnych przedstawionych na rysunku 13.

W metodzie tej nie jest przeszkodą fakt, že rozkłady nie są rozkładami pełnymi, to znaczy takimi, których pole jest równe 100%.

Oś odciętych wykresu podzielona została na odcinki t = 0,05 mm oznaczone kolejno numerami 1,2,3,4... tworzącymi nową skalę t.

Poniżej przedstawiono 4 tabele VIIa, b, c, d zawierające dane służące dla wyznaczenia wielkości charakterystycznych S, SS, n dla różnych wartości parametrów.

Tabela VIIa

W <sub>Ii</sub>	t <sub>i</sub>	t <sub>i</sub> <sup>2</sup>	W <sub>Ii</sub> .t <sub>i</sub>	W <sub>Ii</sub> , t <sub>i</sub> <sup>2</sup>
69	1	1	69	69
131	3	9	393	1179
209	5	25	1045	5225
167	7	49	1169	8183
106	9	81	954	8586
70	11	121	770	<b>847</b> 0
43	13	169	559	7267
24	15	225	360	5400
8	17	289	136	2312
n = 827	1		S = 5455	SS = 46.691

k = 0,18 mm

Tabela VIIb

k = 0.38 mm

WTi	4. U 4.	*_2	Wii • ti	W <sub>Ii</sub> • t <sub>i</sub> <sup>2</sup>
44	1	4	44	44
61	3	9	183	549
80,5	5	25	402,5	2012,5
93,5	7	49	654,5	4581,5
100,0	9	81	900	8100
99	11	121	1089	11979
91	13	169	1183	15379
77	15	225	1155	17325
62	17	289	1054	17918
48	19	361	912	17328
36,5	21	441	766,5	\$6096,5
26	23	529	598	13754
18	25	625	450	11250
11	27	729	297	8019
5,5	29	841	159,5	4625,5
2	31	961	62	1922
0	33	1089	0	0
n = 855,	0	and a second	S= 9910,0	159882,5 = SS

45

.

k = 0,76 mm

W'II	ti	t <sub>i</sub> <sup>2</sup>	W <sub>I1</sub> • t <sub>1</sub>	Wii • ti <sup>2</sup>
22,5	. 7	1	22,5	22,5
30	3	9	90	270
38,5	5	25	192,5	962,5
47	7	49	329	2303
57,5	9	81	517,5	4657,5
65	11	121	715,0	7865,0
70	13	169	910	11830
73	15	225	1095	16425
74	17	289	1258	21386
72	19	361	1368	25992
68	21	441	1428	<b>29988</b>
62	23	529	1426	32798
53	25	625	1325	33125
45	27	729	1215	32805
37	29	841	1073	31117
29	31	961	899	27869
21	33	1089	693	22869
15	35	1225	525	18375
10	37	1369	370	13690
6	39	1521	234	9126
3,5	41	1681	143,5	5835
1,5	43	1849	64,5	2773,5
0	45	1980	0	0

n = 900, 5

S = 15893,5 352084 = SS

Tabela VIId

Wii	ti	t <sub>i</sub> <sup>2</sup>	W <sub>li</sub> .t <sub>i</sub>	W <sub>Ii</sub> .t <sub>i</sub> <sup>2</sup>
9,5 11 12 14 15,5 20 22 24,55 31 20 22 24,55 35 34 35 34 35 34 35 35 34 35 35 35 35 35 35 35 35 35 35	1 357 91	1 925 49 81 121 1695 2891 429 3641 56259 3641 56229 102259 10229 102959 102959 102959 102959 102599 102599 102599 102599 102599 102599 102599 102599 102599 102599 102599 102599 102599 102599 102599 102599 102599 102599 102599 10229 102599 102599 102599 102599 102599 102599 102599 102599 102599 102599 102599 102599 102599 105599 10000000000	9,5 33 60 98 139,5 198 260 330 416,5 525 661,5 805 950 1107 1247 1395 1551 1680 1813 1845 1849 1845 198 195 195 1680 1813 1845 1855 1855 1855 1855 1855 1855 1855 1855 1855 1855 1855 1855 1955 1	9,5 99 300 686 1255,5 2178 3380 4950 7080,5 9927 13671 11515 23750 29889 36163 43245 51183 58800 67087 71487 75645 79507 81180 83942 84035 81931,5 77247,5 74112,5 74112,5 74112,5 74112,5 74112,5 7412,5 7412,5 7412,5 7412,5 7412,5 7412,5 7412,5 7412,5 7412,5 7412,5 7412,5 7412,5 7412,5 7412,5 7412,5 7412,5 7412,5 7412,5 747,5 53868 52371 47899 42632 39375 32609,5 24964 19683 13778 7225 0

1.

k = 1.52 mm

Posługując się wyznaczonymi wartościami n, S, SS przy użyciu tabel Fischera [15] wyznaczono wartości funkcji z, g(z) a nastęrnie parametry  $a_{I}$   $\sigma_{I}$  oraz stopień ucięcia  $W_{I}^{\pi}(c)$ . Dane te zawiera tabela VIII. Przebieg dystrybuanty  $W_{I}(x)$  oraz  $W_{I}(x)$  przedstawiony jest na papierach normalnych rys. 14a,b,c,d,e.

Następnie wyznaczone zostały parametry rozkładu wtórnego  $a_{II}$ , II Z powodu zbyt szczupłej ilości punktów pomiarowych odtworzenie rozkładu wtórnego wg metody Danó nie było możliwe. Przebieg rozkładu odtworzono szacunkowo prowadząc prostą dystrybuantę pyłu przez punkt  $x = a_{II}$  leżący na linii 50% papieru normalnego oraz stycznie do dystrybuanty pyłu wypadkowego. Punkty  $x_{II} = (a_{II})$ , są punktami przegięcia dystrybuant pyłu wypadkowego (rys.15).

Wartości parametrów pyłu wtórnego a<sub>II</sub>, J<sub>II</sub> zawiera tabela IX.

a<sub>II</sub>, <sup>o</sup><sub>II</sub> w zależności od parametru k

Tabela IX

nr	а	Ъ	с	d	е
k mm	0,19	0,38	0,76	1,52	3,04
a <sub>II</sub> mm 10 <sup>-3</sup>	71,5	100,5	143	214	-
711 mm 10 <sup>-3</sup>	39,2	51,0	64,2	75,2	-

Przebieg dystrybuanty  $W_{\tau\tau}(x)$  odtworzony jest na papierach normalnych rys. 14, a, b, c, d.

48

Wartości



(k=0, 19 mm)





(k=0,76 mm)



×.





į

Tabele VIII

Wartości stopnia ucięcia  $\mathbb{W}_{T}(o)$ % oraz parametrów  $a_{T}, \ o_{T}$ rozkładu pierwotnego

。 (o) 工品	7,33	8,49	4,67	2,61	0,10
aT mm 10-3	599	516	829	1762	2600
or mm10-3	206	376	494	918	835
8	0,625	0,648	0,560	0,493	1
$\left(\frac{z}{\frac{\partial I}{\partial I}}\right)$	- 1,452	- 1,373	- 1,678	- 1,942	
Þ	0,648	0,655	0,629	609*0	
55 55 [% mm <sup>-1<sup>2</sup>]</sup>	46431,0.	150882,5	352084,0	1744401,0	
5 19	5431 +5	9910,0	15893,5	38559,5	1
n 5 mm <sup>-1</sup>	823	855	9006	1036,5	
k mm	0,19	0,38	0,76	1,72	3,04
Tp.	đ	D.	.0	10	0

W tabeli K zestawione zostały wartości wszystkich 5 parametrów pyłu p, a<sub>I</sub>,  $\theta_{I}$ , a<sub>II</sub>,  $\theta_{II}$  W zależności od wartości k.

Tabela X

nr		a	3	С	d	е
k	mm	0,19	0,38	0,76	1,52	3,04
р		0,27	0,21	0,175	0,065	0,0
a <sub>T</sub>	mm 10 <sup>-3</sup>	299	516	829	1782	2600
0 <del>-</del>	mm 10-3	206	376	494	918	1690
W <sub>I</sub> (0)	ç.	7,33	8,49	4.67	2,61	0,10
<sup>a</sup> II	mm 10 <sup>-3</sup>	71,5	100,5	143	214	-
J.I.	10 <sup>-3</sup>	39,2	45,0	64,2	75,2	

## Zestawienic parametrów pyłu wypadkowego

Dane te posłużyży do sporządzenia wykresu (rys.16). W miarę zmniejszania się parametru k wzrasta udział pyłu wtórnego p. Maleje natomiast średnia wartość  $a_{\rm T}$  oraz  $G_{\rm T}$  pyłu pierwotnego. Również rozkład wtórny charakteryzuje się zmniejszaniem parametrów  $a_{\rm II}$  i  $G_{\rm II}$  w miarę postępu rozdrabniania.

Na podstawie danych tabeli VIII wpływ parametrów k na p.  $a_{11}$ ,  $a_{11}$ ,  $a_{11}$ ,  $a_{11}$ , można wyrazić w postaci następujących równań liniowych

21	683	28 -	Suc.	2,8	9	k				
2-	210	1225	ø	k						
ØT	28	615	٢	ĸ			>0,19	nm <k< th=""><th>&lt; 3,04</th><th>mm</th></k<>	< 3,04	mm
aTI	185	200	0	k			1.2			
GTI	3	80	•	k						



hydrytu w zależności od parametru

k ·

Przeprowadzono sprawdzenie dokładności uzyskanych rezultatów. Na podstawie znajomości parametrów: p, a,  $\sigma$ , a,  $\tau$ ,  $\sigma_{II}$ ,  $\sigma_{II}$ , oraz wzorów (11a)- (19) posługując się tabelami funkcji normalnej  $\Phi(-\frac{a}{\sigma})$  wyznaczono wartości dystrybuanty W(x)pyłu wypadkowego drogą analityczną i porównano je z założonymi danymi eksperymentalnymi. Porównanie to uwidacznia tabela XI. Daje się zauważyć stosunkowo duży błąd w zakresie małych cząstek spowodowany przybliżoną aproksymacją rozkładu wtórnego.

## 6. WNIOSKI

W oparciu o przeprowadzone doświadczenia oraz związane z nimi teoretyczne rozważania wysnuć można następujące wnioski:

a) Charakterystyka R(x) lub W(x) używana powszechnie w technice pyłowej dla określania stopnia rozdrabniania pyłu jest w ogólnym przypadku krzywą całkową (dystrybuantą) niejednego - jak to przyjmowano dotychczas, lecz conajmniej dwu rozkładów składowych.

b) Rozkłady składowe zmieniają swe udziały i parametry w trakcie procesu rozdrabniania przemieszczając się w kierunku cząstek drobniejszych, Zjawisko to dla przypadku pyłu dwuskładowego opisano w dziale 4 pracy.

c) Charakterystyka pyłu R(x) wzgl. W(x) jest zależna nie tylko od materiału rozdrabnianego, lecz również i od sposobu rozdrabniania.

d) Dla każdego procesu rozdrabniania należy wyróżnić parametr charakterystyczny kruszarki, będący funkcją czasu, przez zmianę którego można regulować stopień rozdrabniania pyłu. W przypadku rozpatrywanym jest nim szerokość szczeliny między walcami. Zakłada się, że parametrem tym może być np. prędkość przepływu powietrza przez młyn otwarty lub czas rozdrabniania w młynie zamkniętym względnie inna wielkość wpływająca na technologię rozdrabniania, Tabela ZT

wyznaczonej eksperyrientalnie analitycznie Porównanie wartości dystrybuanty W(x) z danymi otrzymanymi

- 3, 82 51,82 48,00 00 00 06° 0 100.0 0.0 0.0 86.6 86.7 0000 98. -2,1 +0.4 いなっち 28,90 +1,18 27,72 6.10 6,70 00 00 100,00 0.0 0.0 84.6 80,8 0) \*\* 97.4 97.4 202 1 2 2 4 50 00 00 1 96.0 67°5 -3.0 tro 1 + 4 94 +204 0.0 566 - m 0,24 10° - 51 + 10° - 51 0,74 0,80 +0,06 560° 37,8 0.53 50° 50 40° 4 -0.3 30.00 50 2.85 -0,30 4.08 0,74 0,44 87- 01 101-01 2.9 25.3 25.5 +0 5 : 6.97 20 e 0,74 -0.44 0.0 0,30 3,62 -2.73 500 0.0 51.0 12.2 1 B. 5 01 80 -0.11 5.7 00 0 Ş Ņ k 1 2 ì li ŧ Į 8 ł 2 Ĩ ۱ mm 10-3 analıt. enalit. anal to enalit. analit. dośw. doswo dośwa doëv. dośwa perag blad 5424 52.20 bred × 0.19 0,38 0.76 51 3,14 2 HE LE 0 C 73 s Ω,

e) Chogo określić aktualną charakterystykę pyłu należy ustalić zależność R(x,k) lub W(x,k) określającą przebieg dystrybuanty pyłu wypadkowego w zależności od parametru nastawienia kruszarki.

f) Sposób analitycznego przedstawienia zależności R(x,k) lub W(x,k) dla przypadku rozkładu dwuskładowego przedstawiony został w niniejszej pracy.

g) Rozkład dwuskładowy dzieli się na rozkład właściwy nazwany pyłem pierwotnym i stanowiący większą część pyżu wypadkowego oraz rozkład dodatkowy nazwany pyłem wtórnym. Stwierdzono, że pierwszy rozkład składowy najlepiej można aproksymować rozkładom normalnym uciętym lewostronnie. Natomiast drugi rozkład składowy aproksymuje rozkład normalny nieucięty.

h) Frzypuszcza się, że niektóre materiały mogą tworzyć rozkłady wieloskładowe np. trójskładowe. Trzeci rozkład zaobserwowano przy różniczkowaniu dystrybuant anhydrytu. Ze względu na znikomą wielkość nie był brany pod uwągę. Uwzględnianie trzeciego rozkładu powoduje wzrost ilości parametrów określających rozkład wypadkowy z 5-ciu do 8-miu.

i) W doświadczeniach oparto się głównie na rozdrabnianiu anhydrytu i łupka bitumicznego. Materiały te wybrane przez prof. H.Heywooda wykazują wyraźną tendencję do tworzenia rozkładu wieloskładowego w trakcie ich rozdrabniania. Dodatkowo rozdrabniano żwir i szkło. Pierwszy materiał wykazuje znikomo mały rozkład dodatkowy tak, że można go traktować z wystarczającą dokładnością jako rozkład jednoskładowy, Natomiest szkło w trakcie rozdrabniania tworzy dwa wyraźne występujące rozkłady składowe.

j) W doświadczeniach nie był rozdrabniany węgiel kamienny. Opierając się na wynikach innych prac można stwierdzdć, że funkcja R(x) pyłu węglowego przedstawiona na papierze normalnym wykazuje w zakresie drobnych cząstek wyraźny wzrost pochylenia prostej. Świadczy to o tym, że również i pył węglowy można traktować jako pył dwuskładowy.

k) Zaproponowany wzór (9) oraz metoda apreksymaoji krzy wych doświadczalnych mają charakter ogólny, gdyż w przypadku rozkładu jedneskładowego można go aproksymować rozkładem normalnym, który będzie rozkładem lewostronnie uciętym lub też nieuciętym w zależności od usytuowania go na osi x. Rozkłady dodatkowe: drugi i eventualnie trzeci należy uwzglądniać wówczas, gdy ich udziały p<sub>1</sub>. p<sub>2</sub> są wystarczająco duże.

Bezpośrednia korzyść jaka wynika z przedstawionej pracy dla gospodarki materiałowej i energetycznej w których występują procesy rozdrabniania ciał stałych polega nie tylko na wyjaśnieniu kinetyki kształtowania się rozkładów cząstek pyłowych lecz również na dokładnej analizie tego zjawiska.

## LITERATURA

[1]	E.Rammler - Z.V.D.I. Verfahr. Technik S.161, (1937).
[2]	J.Bennet - I.Inst. Fuel 10 (1936).
[3]	W.Anselm - Zerkleinerungstechnik und Staub, DIV Düssel- dorf (1949).
[4]	H.Heywood - Proc.Inst.Mechn.Eng., 125 (1933).
[5]	R.Schumann - Trans.Amer.Inst.Min.Eng.Tech.Pap. nr 1189 (1940).
[6]	H.Herdan - Small Particle Statistics Elsvier Pub. Comp. (1953).
[7]	D.J.Douglas - J.Sedim. Petrol 16 (1946).
[8]	A.Beckel - Z. Unters. Lebensmittel 66, 158 (1933).
[9]	W.Batel - Chemie Ing. Technik nr 12 (1956).
10]	N.Rasumowski - Dokłady Ak.Nauk ZSRR - 23 - 815 (1940).
11]	A.N. Kolmogorow - Doklady Ak. Nauk ZSRR, 31, 2, (1941).
12]	H.Gebelein - Chemie Ing. Technik nr 12 (1956).
13]	K.Danø - Ingeniøren 53, E. 13-19 (1944).
14]	A.Hald - Statistical Theory with Engineering Applica- tions (1952).
15]	R.A.Fisher - The Truncated Normal Distribution, British Association for the Advancement of Science, Mathemati-
	car Tables (1951).

.







Rys.3. Rozkłady częstek pyłowych żwiru (I seria doświadczeń)



.












