ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

Nr 84 Energetyka z.11 1963

EDWARD KOSTOWSKI

Katedra Energetyki Cieplnej

ŻEBRO WYMIENIAJĄCE CIEPŁO PRZEZ KONWEKCJĘ I PROMIENIOWANIE

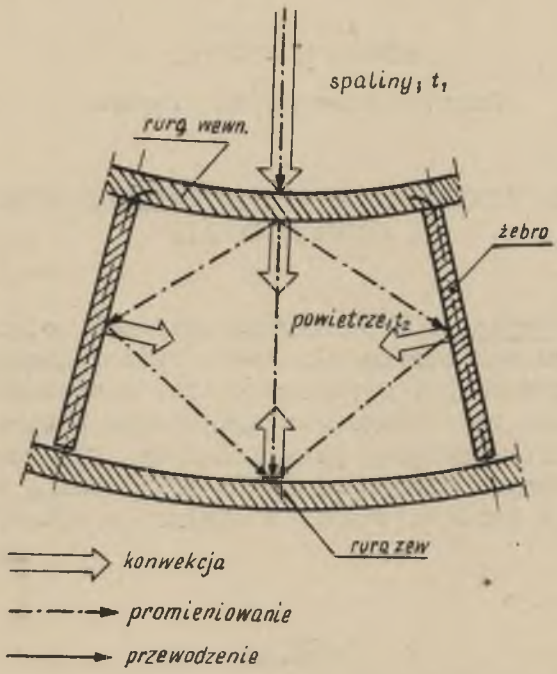
Streszczenie. W poniższym artykule rozpatrzono równanie wymiany ciepła dla żebra wymieniającego ciepło przez konwekcję i promieniowanie. Rozważono możliwość otrzymania rozwiązania ścisłego oraz podano metody otrzymania rozwiązań przybliżonych. Dla rozwiązań przybliżonych przeanalizowano równoczesną wymianę ciepła przez promieniowanie z ciałami o różnych temperaturach.

1. Wstęp

Rozważane zagadnienie wypłynęło przy obliczaniu wymiany ciepła w rekuperatorze opromieniowanym typu Schacka. Rekuperator taki składa się z dwóch centrycznych rur stalowych. Rurą wewnętrzną przepływają spaliny, które poprzez ściankę oddają ciepło do powietrza płynącego w szczelinie pomiędzy rurami. Dla zwiększenia wymiany ciepła i obniżenia temperatury rury wewnętrznej stosuje się żebra, przyspawane do niej od strony powietrza. Poprzeczny przekrój fragmentu takiego rekuperatora i schemat wymiany ciepła przedstawiono na rysunku 1. W szczelinie powietrznej rekuperatora wymiana ciepła jest bardzo złożona. Powietrze przejmuje ciepło tylko przez konwekcję, do żebra ciepło wnika przez przewodzenie, a pomiędzy ściankami i żebrem zachodzi wymiana ciepła przez promieniowanie.

Spotykane w literaturze równania wymiany ciepła i rozkładu temperatury dla żebra (lub pręta) ograniczają się do przypadku; w którym wymiana ciepła odbywa się tylko przez konwekcję [1],[2],[3],[4]. Jest to pewne uproszczenie, ponieważ uwzględnienie promieniowania, występujące zawsze, prowadzi do równania różniczkowego rzędu drugiego, nielinio-

wego (czwartego stopnia), które trudno rozwiązać w postaci ogólnej. Promieniowanie odgrywa dużą rolę szczególnie wtedy,



Rys.1. Schemat wymiany ciepła w rekuperatorze opromieniowanym typu Schacka

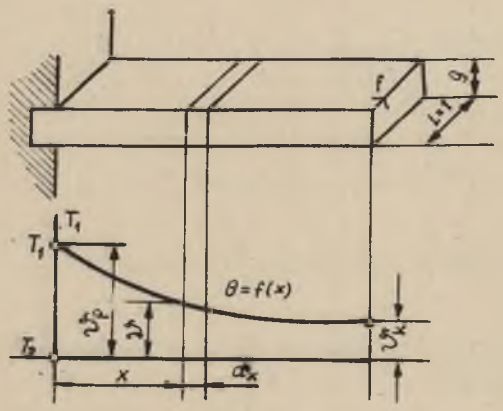
gdy temperatura żebra jest wysoka. Poniżej przedstawiono sposoby uzyskania rozwiązań przybliżonych dla żeber, przy uwzględnieniu wymiany ciepła przez konwekcję i promieniowanie.

2. Równanie różniczkowe rozkładu temperatury wzdłuż żebra

Rozważmy prosty przypadek żebra umieszczonego w ośrodku o temperaturze T_1 wymieniającego ciepło przez konwekcję i promieniowanie z ciałem o temperaturze T_2. Dla uproszczenia rozważań przyjęto żebro o stałym przekroju f oraz założono, że lokalny stosunek wymiany energii promienistej $\varepsilon_{d,i-2}$ dla dowolnego elementu żebra jest równy średniemu stosunkowi wymiany energii promienistej ε_{1-2} dla całego żebra, to znaczy jest stały wzdłuż całego żebra.

Równanie różniczkowe dla elementu żebra o długości dx ma postać:

$$\lambda f \frac{d^2\theta}{dx^2} - M\,\varepsilon_{1-2} C_c 10^{-8}(\theta^4 - T_2^4) - M\,\alpha_k(\theta - T_2) = 0 \qquad (1)$$



Rys.2. Rozkład temperatury wzdłuż żebra o skończonej długości

gdzie:

λ - współczynnik przewodzenia ciepła materiału żebra $\left[\frac{kcal}{m\ h\ grd}\right]$,

f - pole przekroju poprzecznego żebra $[m^2]$,

M - obwód żebra [m],

ε_{1-2} - średni stosunek wymiany energii promienistej pomiędzy żebrem a ośrodkiem,

$C_c = 4{,}885\ [kcal/(m^2 h\ grd^4)]$ - stała Boltzmana promieniowania ciała doskonale czarnego,

θ - bieżąca temperatura żebra w miejscu x $[^oK]$,

T_2 - temperatura ośrodka do którego żebro oddaje ciepło $[^oK]$,

α_k - konwekcyjny współczynnik wnikania ciepła $[kcal/(m^2 h\ grd)]$.

Równanie (1) jest wspomnianym na wstępie równaniem nieliniowym, które trudno rozwiązać w postaci ogólnej. Dla dalszych obliczeń zostanie ono przekształcone do dogodniejszej postaci. Człon uwzględniający promieniowanie, tzn.

$$M\,\varepsilon_{1-2} C_c 10^{-8}(\theta^4 - T_2^4) \qquad (a)$$

po rozłożeniu na czynniki różnicy czwartych potęg temperatur i wprowadzeniu umownego promienistego współczynnika wnikania ciepła α_r [1] przedstawionego wzorem

$$\alpha_r = \varepsilon_{1-2} C_c 10^{-8} (\theta + T_2)(\theta^2 + T_2^2) \qquad (2)$$

przyjmie postać:

$$M\,\alpha_r(\theta - T_2) \qquad (b)$$

Po podstawieniu zależności (b) do równania (1) otrzymuje się

$$\lambda f \frac{d^2\theta}{dx^2} - M\alpha_r(\theta - T_2) - M\alpha_k(\theta - T_2) = 0 \qquad (1a)$$

a w dalszym ciągu, po podzieleniu równania (1a) stronami przez λf i zgrupowaniu wyrazów

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - \frac{M(\alpha_r + \alpha_k)}{\lambda f}(\theta - T_2) = 0 \qquad (1b)$$

Podstawiając dalej

$$\vartheta = \theta - T_2 \quad (\text{ z czego wynika } d\vartheta = d\theta \text{ i } d^2\vartheta = d^2\theta) \qquad (c)$$

oraz

$$\sqrt{\frac{M(\alpha_r + \alpha_k)}{\lambda f}} = A \qquad [A = f(\vartheta)] \qquad (3)$$

otrzymuje się podstawowe równanie dla pręta i żebra

$$\frac{d^2\vartheta}{dx^2} - A^2\vartheta = 0 \qquad (4)$$

Trudność w rozwiązaniu tego równania polega na tym, że wielkość A zależy od temperatury ϑ.

Jeżeli wielkość A nie zależy od ϑ, to przy warunkach brzegowych

$$\vartheta\Big|_{x=0} = \vartheta_p = T_1 - T_2 \qquad (d)$$

oraz

$$\frac{d\vartheta}{dx}\Big|_{x=L} = 0 \qquad (e)$$

otrzymuje się następujące rozwiązania:

a) na rozkład temperatury wzdłuż żebra

$$\vartheta(x) = \vartheta_p \frac{\cosh A(L - x)}{\cosh (AL)} \qquad (5)$$

b) na strumień ciepła przekazywany przez żebro

$$\dot{q} = A\, f\, \lambda\, \vartheta_p \operatorname{tgh} (AL) \qquad (6)$$

Przy rozkładzie temperatury opisanym przez równanie (5) średnia liniowa nadwyżka temperatury żebra $\vartheta_m = \Theta_m - T_2$ wynosi

$$\vartheta_m = \frac{1}{L}\int_0^L \vartheta(x)\, dx = \vartheta_p \frac{\operatorname{tgh} (AL)}{AL} \qquad (7)$$

Warunek (e) jest pewnym uproszczeniem. Opiera się on na założeniu, że strumień ciepła tracony przez powierzchnię czołową żebra można pominąć, ponieważ powierzchnia f jest bardzo mała w stosunku do całkowitej powierzchni żebra oraz że różnica temperatur na końcu żebra jest niewielka. To uproszczenie odpowiada doskonałemu zaizolowaniu końca żebra.

Jeżeli uwzględni się, że powierzchnia czołowa żebra również bierze udział w wymianie ciepła, co jest istotne szczególnie dla żeber krótkich, to otrzymuje się wzory bardziej skomplikowane. Dla żeber krótkich można jednak także stosować wzory (5) do (7), jeżeli do długości żebra L doda się pewną długość Δl taką, aby dodatkowa powierzchnia boczna była równa powierzchni przekroju żebra. Dla płaskiego żebra o grubości g otrzymuje się

$$\Delta l = \frac{g}{2} \tag{8}$$

3. Rozwiązanie równania na rozkład temperatury poprzez uzmiennienie wielkości A

Wielkość A w równaniu (4) jest złożoną funkcją ϑ. Można próbować przedstawić ją w postaci funkcji

$$A(\vartheta) = A_o(1 + a_o\vartheta) \tag{f}$$

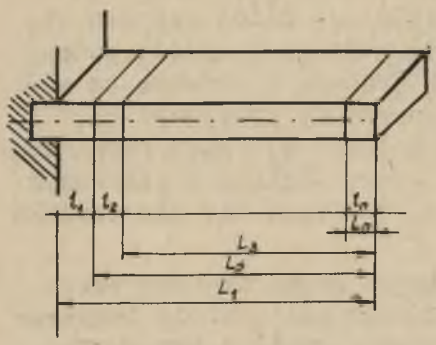
lub przedstawić jako funkcję x

$$A(x) = A_o(1 + a_1x + b_1x^2) \tag{g}$$

Sposób (f) nie prowadzi do prostego rozwiązania, ponieważ daje w dalszym ciągu równanie nieliniowe, pozatem samo przyjęcie zależności liniowej jest tylko pewnym przybliżeniem. Sposób (g) pozwala sprowadzić równanie (4) do równania różniczkowego Riccati'ego, które w ogólnym przypadku nie jest równaniem elementarnym. Tak więc próby ścisłego rozwiązania równania (4) przez uzmiennienie A nie nadają się do dogodnych obliczeń.

4. Przybliżone rozwiązanie równania (4) metodą podziału żebra na części

Aby uzyskać możliwie dokładny rozkład temperatury wzdłuż żebra i na tej podstawie obliczyć strumień ciepła, zastosowano następującą metodę: żebro podzielono na n części o dowolnej długości l_1, l_2... l_n (rys.3). Ilość części może być dowolna; im jest ich więcej, tym wynik jest dokładniejszy. Podział może być równomierny, chociaż dla zwiększenia dokładności można początek żebra podzielić na krótsze odcinki niż jego koniec.



Rys.3. Podział żebra o długości L_1 na n odcinków

Dla całego żebra o długości L_1 rozważa się tylko pierwszy odcinek o długości l_1. Spadek temperatury na tak krótkim odcinku jest mały, można więc w pierwszym przybliżeniu posłużyć się temperaturą T_1 ośrodka, z którego do żebra dopływa ciepło, do obliczenia współczynnika α_r oraz wielkości A występujących w równaniach (5) do (7). Oblicza się więc kolejno:

a) promienisty współczynnik wnikania ciepła $\alpha_{r,1}$ z równania (2) dla $\theta = T_1$,

b) znając pozostałe wielkości (α_k, M, f) oblicza się A_1 z równania (3),

c) z równania (5) dla $x = l_1$ oblicza się temperaturę $\theta_{k,1}$ na końcu odcinka l_1

$$\vartheta_{k,1} = \vartheta_{p,1} \frac{\operatorname{ch} A_1 L_2}{\operatorname{ch} A_1 L_1}$$

gdzie $L_2 = L_1 - l_1$

d) oblicza się średnią temperaturę odcinka l_1 z równania

$$\vartheta_{m,1} = \frac{1}{l_1}\int_0^{l_1} \vartheta(x)\,dx = \frac{\vartheta_{p,1}}{A_1 l_1}\left[\operatorname{th} A_1 L_1 - \frac{\operatorname{sh} A_1 L_2}{\operatorname{ch} A_1 L_1}\right] \qquad (9)$$

Jeżeli wyliczona z równania (9) i zależności (c) średnia temperatura $\theta_{m,1}$ różni się znacznie od początkowo przyjętej T_1, wówczas należy obliczyć w analogiczny sposób kolejne przybliżenie wartości $\theta'_{m,1}$ i $\theta'_{k,1}$, zakładając $\theta_1 = \theta_{m,1}$. Dla krótkich odcinków drugie przybliżenie zwykle wystarcza. Wyliczone w ten sposób wartości $\theta_{m,1}$ i $\theta_{k,1}$ wyrażają temperatury średnią i końcową odcinka l_1. Dalej rozważa się już tylko żebro o długości L_2, dla którego w sposób podany poprzednio oblicza się temperaturę średnią i końcową na odcinku l_2. Z warunku ciągłości temperatury przyjmuje się $\theta_{k,1} = \theta_{p,2}$ (temperatura końcowa odcinka l_1 jest równa temperaturze początku odcinka l_2). Z tego względu w pierwszym przybliżeniu wielkości $\alpha_{r,2}$ i Λ_2 oblicza się dla odcinka l_2 przyjmując $\theta_2 = \theta_{k,1}$.

W ten sposób rozpatruje się kolejno coraz krótsze żebro o długości L_3, L_4, ... L_n, dla którego oblicza się temperatury na odcinku l_3, l_4,...l_n. Otrzymany rozkład temperatur przyjmuje się za przybliżony rozkład rzeczywisty.

Ilość ciepła przekazywaną przez żebro oblicza się sumując strumienie ciepła przekazywane przez poszczególne odcinki l_i. Dla odcinka i strumień ciepła wynosi

$$\dot{q}_i = M\, l_i(\alpha_k + \alpha_{r,i})\, \vartheta_{m,i} \qquad (10)$$

Dla całego żebra

$$\dot{q} = \sum_1^n \dot{q}_i = M \sum_1^n l_i(\alpha_k + \alpha_{r,i})\, \vartheta_{m,i} \qquad (11)$$

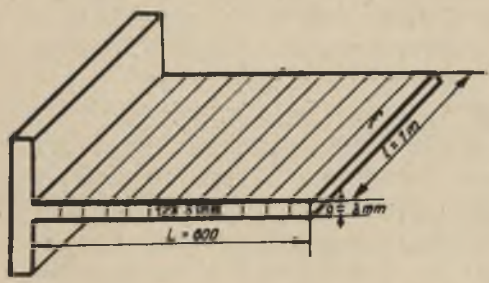
Odpowiednie wartości $\alpha_{r,i}$ oblicza się dla temperatur $\theta_{m,i}$.

Przykład 1. Żebro stalowe (λ = 40 kcal/m h grd), o długości L = 60 mm i grubości g = 3 mm, osadzone w ściance o temperaturze t_1 = 427°C (700°K), przekazuje ciepło przez konwekcję i promieniowanie do ośrodka o t_2 = 327°C (600°K). Konwekcyjny współczynnik wnikania ciepła α_k = 30 kcal/m²h grd, a średni stosunek wymiany energii promienistej ma wartość ε_{1-2} = 0,5. Przyjmuje się , że żebro jest nieskończenie rozległe w kierunku prostopadłym do długości. W celu oblicze-

nia ilości ciepła rozpatruje się fragment o długości jednostkowej (np. 1 m. 1 m - rys.4). Żebro podzielono na 12 równych części po 5 mm każda. Dla fragmentu przedstawionego na rys.4 otrzymuje się $f = g.1 = g$, $M = 2$ (dla 1 mb żebra).

W związku z tym wielkość Λ wyraża się wzorem

$$\Lambda = \sqrt{\frac{2(\alpha_k + \alpha_r)}{g\lambda}}$$



Rys.4. Szkic fragmentu żebra rozpatrywanego w przykładzie 1

Obliczenia przeprowadzono zgodnie z metodą podaną w punkcie 4. Część obliczeń zestawiono w tablicy 1.

Otrzymano następujące wyniki:

średnia temperatura żebra $\theta_m = 652{,}24^{\circ}K$,

średni współczynnik $\alpha_r = 24{,}06$ kcal/m^{2}h grd,

strumień ciepła $\dot{q} = 341{,}47$ kcal/m h.

Tablica 1

Obliczenie rozkładu temperatury i wymiany ciepła dla żebra rozpatrywanego w przykładzie 1

Odcinek	Przyjęto $\theta_{m,i}$ °K	Obliczono $\alpha_{r,i}$ równ. 2	A_i równ. 3	$\theta_{m,i}$ równ. 9	$\theta_{k,i}$ równ. 5	$\dot{q}_i$ równ. 10
l_1	700	26,99	30,82	693,05	686,47	
$L_1 = 0{,}060$	693,05	26,54	30,70	693,08	686,53	52,63
l_2	686,53	26,12	30,58	680,68	675,15	
$L_2 = 0{,}055$	680,68	25,75	30,48	680,70	675,19	44,99
. . . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .
l_{12}	632,38	22,87	29,69	632,14	632,03	
$L_{12} = 0{,}005$	632,14	22,86	29,68	632,14	632,03	16,93
$\theta_m = 652{,}24$ °K					$\sum \dot{q}_i = 341{,}47$	

5. Przybliżone rozwiązanie równania (4) dla całego żebra

W zagadnieniach technicznych projektanta nie interesuje tyle dokładny rozkład temperatury wzdłuż żebra, co ilość ciepła przez nie przekazywana. Można więc do rozwiązania równania (4) wprowadzić pewne uproszczenia. Temperatura żebra nie wpływa zbyt silnie na zmienność A, ponieważ α_r, które zależy od temperatury żebra, jest tylko jednym ze składników sumy pod pierwiastkiem, a zatem temperatura żebra zmienia się w stosunkowo wąskim zakresie. Z tego względu można przyjąć, że współczynnik α_r jest stały dla całego żebra i ma wartość określoną dla średniej temperatury żebra θ_m. Dzięki temu założeniu wielkość A jest stała i otrzymuje się rozwiązania w postaci równań (5) ÷ (7). Ponieważ jednak temperatura θ_m nie jest znana, równanie rozwiązuje się metodą kolejnych przybliżeń.

W pierwszym przybliżeniu oblicza się wielkości α_r i A przy założeniu $\theta_m = T_1$ (co powoduje pewne zwiększenie α_r i A). Następnie oblicza się średnią temperaturę żebra $\theta_{m,1}$ i ewentualnie strumień ciepła $\dot{q}_1$. W drugim przybliżeniu przyjmuje się $\theta_m = \theta_{m,1}$ i dla tej temperatury oblicza się kolejne przybliżenia α_r', A', $\theta_{m,2}$ i $\dot{q}'$. Obliczenia kończy się, kiedy różnica pomiędzy wynikami poszczególnych przybliżeń jest mała (w granicach 1%), co następuje zwykle już w drugim, a najdalej w trzecim przybliżeniu. Wyniki obliczeń przeprowadzonych tym sposobem dla żebra rozpatrzonego w przykładzie 1 zestawiono w tablicy 2.

Tablica 2

Wyniki obliczenia przybliżonego dla przykładu 1

Lp.	Przyjęto θ_m °K	Obliczono			
		α_r	A	θ_m	$\dot{q}$
1	700	26,99	30,82	651,46	351,97
2	651,46	23,98	30,00	652,60	340,85
3	652,60	24,04	30,01	652,59	340,97

Wyniki wskazują na to, że dokładność obliczenia przybliżonego jest duża, zatem bardzo szybko otrzymuje się końcowy rezultat. Najważniejszą zaletą obliczenia przybliżonego

jest to, że przeprowadza się je dla całego żebra. Rozkład temperatur otrzymany w rozwiązaniu przybliżonym daje wartości nieznacznie większe niż metoda podziału żebra na kilka części. Wynika to stąd, że rzeczywista średnia wartość α_r nie odpowiada średniej temperaturze żebra obliczonej według równania (7).

5.1. Niedokładność spowodowana przyjęciem liniowej średniej temperatury do obliczenia wypromieniowanej ilości ciepła

W obliczeniach wypromieniowanej ilości ciepła korzysta się ze średniej temperatury żebra Θ_m wyliczonej z warunku

$$\Theta_m - T_2 = \frac{1}{L}\int_0^L \left[\Theta(x) - T_2\right] dx \qquad (h)$$

Poprawnie należałoby używać średniej temperatury wyliczonej z zależności

$$\Theta_{m,r}^4 - T_2^4 = \frac{1}{L}\int_0^L \left[\Theta^4(x) - T_2^4\right] dx \qquad (i)$$

Okazuje się, że przy rozkładzie temperatury opisanym równaniem (5), $\Theta_{m,r}$ jest większa od Θ_m, a różnica czwartych potęg temperatur wynosi w przybliżeniu

$$\Delta\Theta_m^4 = \Theta_{m,r}^4 - \Theta_m^4 \cong 6T_2^2\, \nu_p^2\, K_1(AL) + 4T_2\nu_p^3\, K_2(AL) \qquad (12)$$

gdzie

$$K_1(AL) = \frac{1}{2}\,\frac{\operatorname{th} AL}{AL}\left[1 + \frac{\operatorname{th} AL}{AL}\,\frac{1}{\operatorname{ch}^2 AL}\right]$$

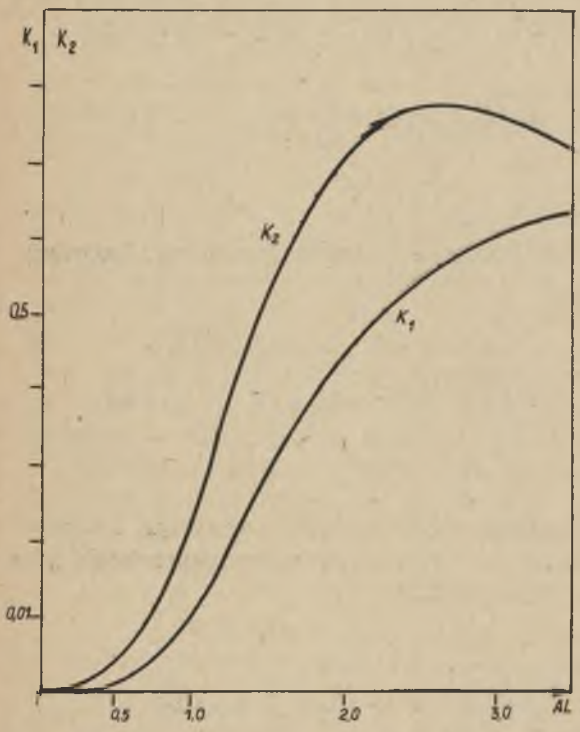
$$(j)$$

$$K_2(AL) = \frac{\operatorname{th} AL}{AL}\left[\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\,\frac{1}{\operatorname{ch}^2 AL} - \left(\frac{\operatorname{th} AL}{AL}\right)^2\right]$$

Z równania (12) wynika, że różnica czwartych potęg jest znaczna dla żeber długich (duże AL), oddających ciepło do ciał o wysokiej temperaturze, przy dużej początkowej różnicy temperatur. Funkcje K_1 i K_2 są równe zeru dla AL = 0 i AL→∞ i posiadają maksima. Występują one w następujących miejscach:

dla K_1 $(AL)_1 = 3{,}76$; $K_{1,max} = 0{,}0633$

dla K_2 $(AL)_2 = 2{,}65$; $K_{2,max} = 0{,}0773$



Rys.5. Funkcje K_1 i K_2 do obliczenia poprawki $\Delta\theta_m^4$

Wykresy funkcji K_1 i K_2 przedstawiono na rys.5. Z ich przebiegu wynika, że dla małych wartości (AL) nie popełnia się dużego błędu korzystając ze średniej liniowej temperatury, natomiast dla wartości (AL) > 1,0 błąd spowodowany z tego powodu może być znaczny.

W przybliżonych obliczeniach żeber promieniujących nie trzeba uwzględniać tej poprawki, ponieważ średnia temperatura żebra obliczona z równania (7) jest wyższa od rzeczywistej. Dzięki temu obliczony strumień ciepła przekazywanego przez konwekcję jest większy od rzeczywistego. Anuluje to w przybliżeniu błąd spowodowany tym, że obliczony strumień ciepła przekazywanego przez promieniowanie, jest mniejszy od rzeczywistego.

Jeżeli natomiast interesuje nas strumień ciepła przekazywany tylko przez promieniowanie, to wynik uzyskany po uwzględnieniu poprawki, a więc obliczony według wzoru:

$$\dot{q}_r = M\,L\;\varepsilon_{1-2}C_c 10^{-8}\left[\theta_m^4 - T_2^4 + \theta_m^4\right] \qquad (k)$$

jest bliższy rzeczywistemu (z nadmiarem), niż obliczony bez uwzględnienia poprawki, dla $\Delta\theta_m^4 = 0$ (mniejszy od rzeczywistego). Na przykład dla żebra rozpatrywanego w przykładzie 1 strumień ciepła przekazywany przez promieniowanie wynosi $\dot{q}_r = 153{,}40\ \frac{\text{kcal}}{\text{m h}}$ (wynik otrzymany w metodzie podziału żebra na odcinki). W rozwiązaniu przybliżonym otrzymuje się następujące wyniki:

bez poprawki $\dot{q}_r' = 151{,}73$ $(\Delta\dot{q}_r = -1{,}67)$

z poprawką $\dot{q}_r'' = 154{,}63$ $(\Delta\dot{q}_r = +1{,}23)$

6. Wymiana ciepła przez promieniowanie z ciałami o temperaturze różnej od T_2

Równoczesną wymianę ciepła przez konwekcję i promieniowanie z jednym ciałem spotyka się dość rzadko. Znacznie częściej żebro oddaje ciepło przez konwekcję do jednego ciała o temperaturze T_2, a przez promieniowanie do innego ciała (lub kilku innych) o temperaturze T_3 (lub T_3, T_4...). Poniżej rozpatrzono przypadek wymiany ciepła z dwoma ciałami (jeżeli jest ich więcej, wówczas dochodzą tylko dodatkowe człony - patrz przykład 2.

Równanie różniczkowe (1a) ma wtedy postać:

$$\lambda f \frac{d^2\theta}{dx^2} - M\,\alpha_{r,3}(\theta - T_3) - M\,\alpha_k(\theta - T_2) = 0 \qquad (1c)$$

gdzie:

$$\alpha_{r,3} = \varepsilon_{1-3}C_c 10^{-8}(\theta + T_3)\,(\theta^2 + T_3^2)$$

Jeżeli do równania (1c) wprowadzi się zależność

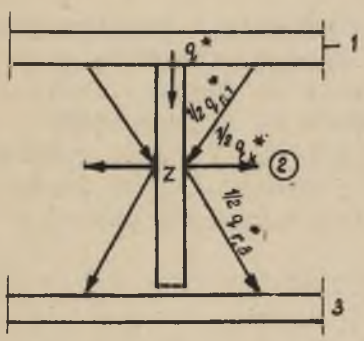
$$\alpha_{r,3}(\theta - T_3) = \alpha'_{r,3}(\theta - T_2) \qquad (13)$$

to sprowadza się je do równania (4), które rozwiązuje się w sposób przybliżony podany w punkcie 5, przy czym wielkość $\alpha'_{r,3}$ wylicza się z zależności:

$$\alpha'_{r,3} = \varepsilon_{1-3} C_c 10^{-8} (\theta_m + T_3)(\theta_m^2 + T_3^2) \frac{\theta_m - T_3}{\theta_m - T_2} \qquad (13a)$$

Dla obliczenia $\alpha'_{r,3}$ korzysta się w pierwszym przybliżeniu z temperatury T_1 (przyjmując $\theta_m = T_1$); w następnych przybliżeniach korzysta się z kolejno obliczonych wartości θ_m. Sposób postępowania najlepiej wyjaśnia poniższy przykład.

Przykład 2. Żebro stalowe o długości L = 60 mm i grubości g = 3 mm, umieszczone w szczelinie powietrznej rekuperatora opromieniowanego, wymiania ciepło przez promieniowanie ze ściankami o temperaturach $T_1 = 700^\circ K$ i $T_2 = 610^\circ K$ oraz oddaje ciepło przez konwekcję do powietrza o temperaturze $T_2 = 580^\circ K$ ($303^\circ C$). Średnie stosunki wymiany energii promienistej wynoszą $\varepsilon_{\dot{z}-1} = \varepsilon_{\dot{z}-2} = 0{,}25$ a konwekcyjny współczynnik wnikania ciepła $\alpha_k = 40$ kcal/m^{2}h grd. Schemat wymiany ciepła przedstawiono na rys.6.



Rys.6. Schemat wymiany ciepła dla żebra z przykładu 2

Równanie różniczkowe (1) ma postać:

$$\lambda f \frac{d^2\theta}{dx^2} - M\alpha_{r,1}(\theta - T_1) - M\alpha_{r,3}(\theta - T_3) - M\alpha_k(\theta - T_2) = 0$$

Przez podstawienie (13) sprowadza się je do postaci

$$\frac{d^2\vartheta}{dx^2} - \frac{(\alpha_k + \alpha'_{r,1} + \alpha'_{r,3})\,M}{\lambda f}\vartheta = 0$$

gdzie:

$$\vartheta = \theta - T_2$$

$$\alpha'_{r,1} = \alpha_{r,1}\,\frac{\theta_m - T_1}{\theta_m - T_2}$$

$$\alpha'_{r,3} = \alpha_{r,3}\,\frac{\theta_m - T_3}{\theta_m - T_2}$$

W pierwszym przybliżeniu przyjmuje się $\theta_m = T_1$, co daje następujące rezultaty:

$$\alpha'_{r,1} = 0 \quad (\text{bo } \theta_m = T_1); \quad \alpha'_{r,3} = 10{,}34 \text{ kcal/m}^2\text{h grd};$$

$$A = 28{,}97 \text{ m}^{-1}$$

Dla tej wartości A średnia temperatura żebra (równanie 7) wynosi $\theta_m = 645^\circ$K, a strumień ciepła (równanie 6) $\dot{q} = 392$ kcal/m h.

Wyniki dalszych przybliżeń zestawiono w tablicy 3.

Tablica 3

Wyniki kolejnych przybliżeń dla przykładu 2

Lp.	θ_m	$\alpha'_{r,1}$	$\alpha'_{r,3}$	A	θ'_m	$\dot{q}$
1	700	0	10,34	28,97	645	392
2	645	-12,59	6,51	23,77	655	305
3	655	- 9,12	7,42	25,26	651,9	330
4	651,9	-10,10	7,16	24,86	652,7	323
5	652,7	- 9,84	7,22	24,96	652,5	325

Wartość $\theta_m = 652{,}5^{\circ}K$ przyjmuje się za rozwiązanie. Dla tej temperatury oblicza się:

a) ilość ciepła oddawaną przez konwekcję do powietrza

$$\dot{q}_k = 2\,L\,\alpha_k(\theta_m - T_2) = 348{,}00 \text{ kcal/m h},$$

b) ilość ciepła oddawaną przez promieniowanie do ścianki 3

$$\dot{q}_{r,3} = 2L\,\varepsilon_{ż-3}C_c 10^{\quad} \left[\theta_m^4 - T_3^4\right] = 62{,}74 \text{ kcal/m h},$$

c) ilość ciepła przyjmowaną przez promieniowanie od ścianki 1

$$\dot{q}_{r,1} = 2L\,\varepsilon_{ż-1}C_c 10^{-8}\left[\theta_m^4 - T_1^4\right] = -\,86{,}22 \text{ kcal/m h},$$

d) ilość ciepła przekazywaną przez żebro

$$\dot{q}_c = \dot{q}_k + \dot{q}_{r,3} + \dot{q}_{r,1} = 324{,}52 \text{ kcal/m h}.$$

Uwzględnienie wymiany ciepła z różnymi ciałami wymaga wprawdzie wykonania kilku kolejnych przybliżeń, ale sposób obliczania jest bardzo prosty, a wynik stosunkowo dokładny. Jeżeli można się spodziewać, że żebro przyjmuje i oddaje przez promieniowanie mniej więcej jednakowe ilości ciepła, to pomijając w pierwszym przybliżeniu promieniowanie ($\sum \alpha'_{r,i} = 0$) szybciej otrzymuje się ostateczny rezultat.

7. Wnioski

Podany w niniejszym artykule sposób obliczania wymiany ciepła dla żebra, z uwzględnieniem promieniowania, nie jest oczywiście rozwiązaniem ścisłym. Otrzymane wyniki są jednak wystarczająco dokładne dla potrzeb praktycznych, a sposób rozwiązywania stosunkowo prosty. Metoda podana w artykule pozwala również w sposób przybliżony obliczyć dla żebra równoczesną wymianę ciepła przez promieniowanie z kilkoma ciałami o różnych temperaturach. Podane rozwiązania są także słuszne dla pręta, wymieniającego ciepło przez konwekcję i promieniowanie.

Rękopis złożono w Redakcji w dniu 4.II.1963 r.

LITERATURA

[1] T. H o b l e r - Ruch ciepła i wymienniki, PWT, 1959.

[2] M. M i c h i e j e w - Zasady wymiany ciepła, PWN, 1953.

[3] St. O c h ę d u s z k o - Teoria maszyn cieplnych t.III PWT, 1955.

[4] P. S c h n e i d e r - Conduction heat transfer, Addison-Wesley Publish Comp. 1955 (tłum. ros. Inżeniernyje problemy tiepłoprowodnosti - Inostr. Lit. 1960).

РЕБРО ПЕРЕДАЮЩЕЕ ТЕПЛО КОНВЕКЦИЕЙ И ИЗЛУЧЕНИЕМ

Р е з ю м е

В статье рассмотрено уравнение теплообмена для ребра передающего тепло конвекцией и излучением. Приведен анализ возможности получения точного решения и даны методы приблизительных решений. Для приблизительных решений указан способ расчета одновременного теплообмена излучением с телами разных температур.

THE STRAIGHT FIN WHICH TRANSFERS A HEAT THROUGH THE CONVECTION AND RADIATION

S u m m a r y

The analysis of heat transfer for the case of straight fin is developed. The heat is transfered through the convection and radiation. The possibility of obtaining the precise solution is analyzed and the approximate solutions are given. In approximate solutions, the simultaneous heat transfer through radiation with a number of bodies, is analyzed.