ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

Nr 117 Energetyka z. 16 1964

STANISŁAW JERZY GDULA
Katedra Teorii Maszyn Cieplnych

STRATY CIEPŁA DO GRUNTU BUDYNKÓW

Streszczenie. Nieustalony przepływ ciepła, jaki rzeczywiście występuje w gruncie, zastąpiono w niniejszej pracy pewnym średnim stanem ustalonym. Rozważania ograniczono do budynków długich, co pozwoliło traktować pole temperatur w gruncie jako dwuwymiarowe. W wyniku rozwiązania równania Laplace'a przy odpowiednich warunkach brzegowych uzyskano równanie określające pole temperatur w gruncie pod ogrzewanym budynkiem. Równanie to było podstawą do wyprowadzenia wzoru dla obliczania straty ciepła do gruntu budynku. Uzyskane równania mają postać równań kryterialnych. W zakończeniu pracy podano przykład obliczeniowy.

1. WSTĘP

Wskutek ciągłej zmienności temperatury otoczenia pole temperatur w gruncie w ogólności, a więc również i w gruncie pod ogrzewanym budynkiem, jest polem nieustalonym. Wyznaczenie tego pola, tzn. podanie funkcji określającej zmienność w czasie temperatury w dowolnym punkcie gruntu, jest zagadnieniem bardzo trudnym z uwagi na nieregularność zmian temperatury otoczenia. Praktycznie biorąc możliwe są jedynie przybliżone (numeryczne lub analogowe), rozwiązania dla konkretnych wypadków rocznych przebiegów temperatury, wymiarów budynku i właściwości gruntu [4].

Dla uzyskania na drodze analitycznej ogólnego rozwiązania, wydaje się celowe zastąpienie zjawiska nieustalonego średnim stanem ustalonym, odpowiadającym stałej temperaturze otoczenia t_o. Temperatura ta jest pewnego rodzaju średnią temperaturą otoczenia w sezonie ogrzewniczym. Przy takim przyjęciu oscylacje temperatury otoczenia w górę i w dół wartości t_o powodują odpowiednie zmiany pola tempera-

tur w gruncie, w stosunku do pola ustalonego odpowiadającego temperaturze t_o. Zmiany te są największe na powierzchni gruntu zewnątrz budynku. Im bardziej oddalamy się od niej, tym zmienność ta jest coraz słabsza i można przypuszczać, że temperatura powierzchni gruntu wewnątrz budynku będzie się zmieniać w sposób widoczny jedynie przy jego ścianach. Przy stałej temperaturze powietrza wewnątrz budynku, niewielkie zmiany temperatury powierzchni gruntu spowodują niewielkie wahania straty ciepła budynku do gruntu. Ponieważ strata ciepła do gruntu nie stanowi najważniejszej pozycji w bilansie strat ciepła budynku, więc błąd jaki popełniamy stosując przyjęte przybliżenie nie powinien w sposób zasadniczy wpłynąć na poprawność określenia całkowitej straty ciepła budynku. Błąd ten można zredukować do minimum przez odpowiedni dobór obliczeniowej temperatury otoczenia t_o. Temperaturę tę należałoby wyznaczyć doświadczalnie porównując wyniki pomiarów strat ciepła z wielkościami otrzymanymi ze wzoru będącego końcowym efektem niniejszych rozważań.

Dodatkowym założeniem upraszczającym, obok uśrednienia nieustalonego pola temperatur, jest przyjęcie stałości współczynnika wnikania ciepła α na całej powierzchni gruntu (wewnątrz i zewnątrz budynku).

Rozważania niniejszej pracy będą dotyczyć budynków, których długość jest znacznie większa od szerokości, gdyż wówczas pole temperatur w gruncie można traktować jako dwuwymiarowe. Stąd też uzyskane wyniki znajdą zastosowanie do obliczania strat ciepła takich budynków jak s z k l a r n i e, długie h a l e f a b r y c z n e itp.

W rozważaniach będzie pominięte odkształcenie pola temperatur w gruncie spowodowane przez fundamenty. Odkształcenie to jest niewielkie ze względu na zbliżoną wartość współczynnika przewodzenia ciepła materiału fundamentów do tegoż dla gruntu i stosunkowo niewielką masę fundamentów.

2. RÓWNANIE LAPLACE'A I WARUNKI BRZEGOWE

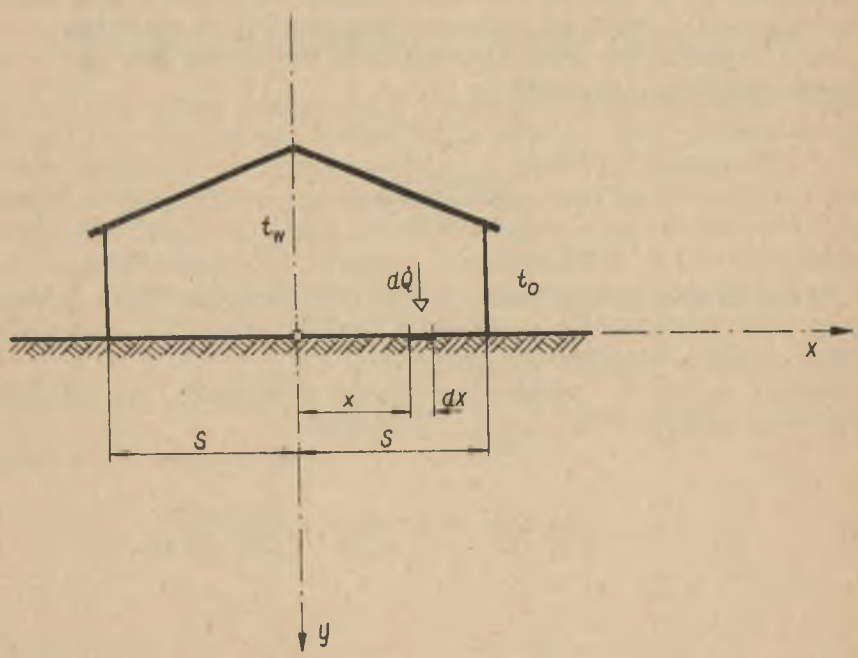
Po przyjęciu prostokątnego układu współrzędnych (rys. 1), równanie Laplace'a opisujące dwuwymiarowe pole temperatur w gruncie $\vartheta(x,y)$ ma postać

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} = 0. \tag{1}$$

Ponieważ grunt można traktować jako półprzestrzeń, więc równanie (1) jest spełnione w półpłaszczyźnie będącej przekrojem tej półprzestrzeni. Na brzegu tego obszaru, czyli na powierzchni gruntu, spełniony jest warunek brzegowy wynikający z założonej konwekcyjnej wymiany ciepła między gruntem i powietrzem

$$\lambda \frac{\partial \vartheta(x,0)}{\partial y} = \begin{cases} \alpha\left[\vartheta(x,0) - t_w\right] & \text{dla } |x|<s \\ \alpha\left[\vartheta(x,0) - t_o\right] & \text{dla } |x|>s \end{cases} \tag{2}$$

przy czym t_w oznacza temperaturę powietrza wewnątrz budynku, t_o - temperaturę otoczenia, zaś λ - współczynnik przewodzenia ciepła gruntu.



Rys. 1. Przekrój poprzeczny budynku

Pozostałe brzegi rozpatrywanego obszaru są brzegami niewłaściwymi. Odpowiadające im warunki brzegowe sprowadzają się do stwierdzenia, że w punktach nieskończenie odległych od początku układu znika gradient temperatury, a temperatura gruntu jest równa temperaturze otoczenia

$$\frac{\partial \vartheta(\pm\infty, y)}{\partial x} = 0, \tag{3}$$

$$\vartheta(\pm\infty, y) = t_o, \tag{4}$$

$$\frac{\partial \vartheta(x, \infty)}{\partial y} = 0. \tag{5}$$

Fizycznie oznacza to, że dostatecznie odległe od budynku (w poziomie i w pionie) partie gruntu nie biorą już udziału w przepływie ciepła od wnętrza budynku do otoczenia.

Pole temperatur jest symetryczne względem osi y, skąd wynika dodatkowy warunek

$$\frac{\partial \vartheta(0, y)}{\partial x} = 0. \tag{6}$$

Po wyznaczeniu z równań (1) - (6) funkcji $\vartheta(x, y)$ opisującej pole temperatur w gruncie, można określić natężenie straty ciepła budynku do gruntu[x].

Jeżeli przez l oznaczymy długość budynku, to elementarna strata ciepła $d\dot{Q}$ (rys. 1) wynosi

$$d\dot{Q} = \alpha\, l\, dx \left[t_w - \vartheta(x,0)\right].$$

---

x) Termin ten nie jest ścisły - w rzeczywistości jest to strata ciepła poprzez grunt do otoczenia.

Po scałkowaniu uzyskujemy dla całkowitej straty ciepła następujące wyrażenie

$$\dot{Q} = \alpha A \frac{1}{s} \int_0^s \left[t_w - \vartheta(x,0)\right] dx, \tag{7}$$

gdzie $A = 2sl$ oznacza powierzchnię gruntu pod budynkiem.

Stratę ciepła do gruntu wyraża się często wzorem

$$\dot{Q} = k_g A (t_w - t_o), \tag{8}$$

gdzie k_g jest współczynnikiem przenikania ciepła dla gruntu.

Z porównania równań (7) i (8) uzyskuje się wartość tego współczynnika.

3. KRYTERIA PODOBIEŃSTWA I RÓWNANIA KRYTERIALNE

Wypisane wyżej równania formułujące rozpatrywane zagadnienie, jak też dalsze rozważania wraz z ich końcowymi wynikami, zyskają na przejrzystości, jeżeli sprowadzimy je do postaci kryterialnej. W tym celu, po przyjęciu połowy szerokości budynku s jako charakterystycznego rozmiaru liniowego, wprowadzamy następujące bezwymiarowe wielkości zredukowane i kryteria podobieństwa: zredukowane współrzędne

$$\xi = \frac{x}{s}, \qquad \eta = \frac{y}{s}, \tag{9}$$

zredukowane temperatury

$$\Theta = \frac{\vartheta - t_o}{t_w - t_o}, \qquad T_w = 1, \qquad T_o = 0, \tag{10}$$

liczbę Biota

$$Bi = \frac{\alpha s}{\lambda}, \tag{11}$$

zredukowaną stratą ciepła

$$\varkappa = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_o} = \frac{\dot{Q}}{\alpha A(t_w - t_o)} . \tag{12}$$

Występujące w równaniu (12) wyrażenie $\dot{Q}_o = \alpha A(t_w - t_o)$ przedstawia maksymalną stratę ciepła jaka miałaby miejsce wówczas, gdyby temperatura powierzchni gruntu wewnątrz budynku równała się temperaturze otoczenia, tzn. gdyby grunt doskonale przewodził ciepło $(\lambda = \infty)$.

Po wprowadzeniu wyżej określonych wielkości, równania (1) - (8) przybierają postać

$$\frac{\partial^2\Theta}{\partial\xi^2} + \frac{\partial^2\Theta}{\partial\eta^2} = 0, \tag{1a}$$

$$-\frac{1}{Bi}\frac{\partial\Theta(\xi,0)}{\partial\eta} + \Theta(\xi,0) = \begin{cases} 1 & \text{dla } |\xi|<1 \\ 0 & \text{dla } |\xi|>1 . \end{cases} \tag{2a}$$

$$\frac{\partial\Theta(\infty,\eta)}{\partial\xi} = 0, \tag{3a}$$

$$\Theta(\infty,\eta) = 0, \tag{4a}$$

$$\frac{\partial\Theta(\xi,\infty)}{\partial\eta} = 0, \tag{5a}$$

$$\frac{\partial\Theta(0,\eta)}{\partial\xi} = 0, \tag{6a}$$

$$\varkappa = 1 - \int_0^1 \Theta(\xi,0)d\xi, \tag{7a}$$

$$\varkappa = \frac{k_g}{\alpha} . \tag{8a}$$

Funkcja $\Theta(\xi,\eta)$ będąca rozwiązaniem zagadnienia brzegowego (1a) - (6a) zależy również parametrycznie od liczby Biote Bi tkwiącej w warunku brzegowym (2a)

$$\Theta = \Theta(\xi,\eta,\mathrm{Bi}).$$

Wobec tego z równania (7a) uzyskamy zależność

$$\varkappa = \varkappa(\mathrm{Bi}),$$

która wskazuje na to, że o podobieństwie strat ciepła do gruntu decyduje kryterium Biota. Dla dwóch podobnych przypadków strat ciepła do gruntu (równe liczby Biota) zredukowane straty ciepła są takie same.

4. POLE TEMPERATUR W GRUNCIE

W celu rozwiązania równania różniczkowego (1a) przy warunkach brzegowych (2a) - (6a) zastosujemy dla funkcji $\Theta(\xi,\eta)$ cosinus - transformację Fouriera [1] względem zmiennej ξ

$$\bar{\Theta}(u,\eta) = \int_0^\infty \Theta(\xi,\eta)\cos(u\xi)d\xi. \tag{13}$$

Transformacja odwrotna względem transformacji (13) ma postać

$$\Theta(\xi,\eta) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \bar{\Theta}(u,\eta)\cos(\xi u)du. \tag{14}$$

Transformatę drugiej pochodnej cząstkowej w równaniu różniczkowym (1a) uzyskujemy po zastosowaniu równania (13) i dwukrotnym całkowaniu przez części

$$\int_0^\infty \frac{\partial^2\Theta}{\partial\xi^2}\cos(u\xi)d\xi = \frac{\partial\Theta}{\partial\xi}\cos(u\xi)\Big|_0^\infty + u\,\Theta\sin(u\xi)\Big|_0^\infty - u^2\int_0^\infty \Theta\cos(u\xi)d\xi.$$

Jeżeli skorzystamy z warunków brzegowych (3a), (4a) i (6a), to transformata ta uprości się do postaci

$$\int_0^\infty \frac{\partial^2\theta}{\partial\xi^2}\cos(u\xi)d\xi = -u^2\bar{\theta}.$$

Stransformowane równanie różniczkowe (1a) ma postać

$$\frac{d^2\bar{\theta}}{d\eta^2} - u^2\bar{\theta} = 0. \tag{1b}$$

Jest to równanie różniczkowe zwyczajne względem zmiennej η (u jest parametrem). Należy je rozwiązać w połączeniu z niewykorzystanymi jeszcze warunkami brzegowymi (2a) i (5a), które oczywiście należy uprzednio stransformować.

W warunku brzegowym (2a) figuruje po lewej stronie kombinacja liniowa funkcji i pochodnej, natomiast po prawej stronie jest pewna funkcja zmiennej ξ określona następująco

$$f(\xi) = \begin{cases} 1 & \text{dla } |\xi|<1 \\ 0 & \text{dla } |\xi|>1. \end{cases}$$

Obliczmy transformatę tej funkcji

$$\bar{f}(u) = \int_0^\infty f(\xi)\cos(u\xi)d\xi = \int_0^1 f(\xi)\cos(u\xi)d\xi + \int_1^\infty f(\xi)\cos(u\xi)d\xi =$$
$$= \int_0^1 \cos(u\xi)d\xi = \frac{\sin(u)}{u}.$$

Wobec tego stransformowany warunek brzegowy (2a) zapiszemy następująco

$$-\frac{1}{Bi}\frac{d\bar{\theta}(u,0)}{d\eta} + \bar{\theta}(u,0) = \frac{\sin(u)}{u}. \tag{2b}$$

Transformacja pozostałego warunku brzegowego (5a) nie przed stawia trudności

$$\frac{d\bar{\Theta}(u,\infty)}{d\eta} = 0. \tag{5b}$$

Całka ogólna równania (1b) ma postać

$$\bar{\Theta}(u,\eta) = C_1 e^{u\eta} + C_2 e^{-u\eta}.$$

Z warunku brzegowego (5b) wynika $C_1 = 0$, a z warunku (2b) wyznaczamy stałą C_2

$$C_2 = \frac{Bi \sin(u)}{u(u + Bi)}.$$

Ostatecznie więc transformata szukanej funkcji $\Theta(\xi,\eta)$ ma postać

$$\bar{\Theta}(u,\eta) = Bi \frac{\sin(u)e^{-u\eta}}{u(u + Bi)}, \tag{15}$$

a po transformacji odwrotnej [(równanie (14)] sama funkcja

$$\Theta(\xi,\eta) = \frac{2\,Bi}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin(u)\cos(\xi u)}{u(u + Bi)} e^{-u\eta}\, du. \tag{16}$$

Równanie (16) określa pole temperatur w gruncie pod budynkiem. Zredukowana temperatura Θ w dowolnym punkcie gruntu zależy od zredukowanych współrzędnych tego punktu ξ i η, oraz od liczby Biota.

Zwykle najbardziej interesujący jest rozdkład temperatury na powierzchni gruntu

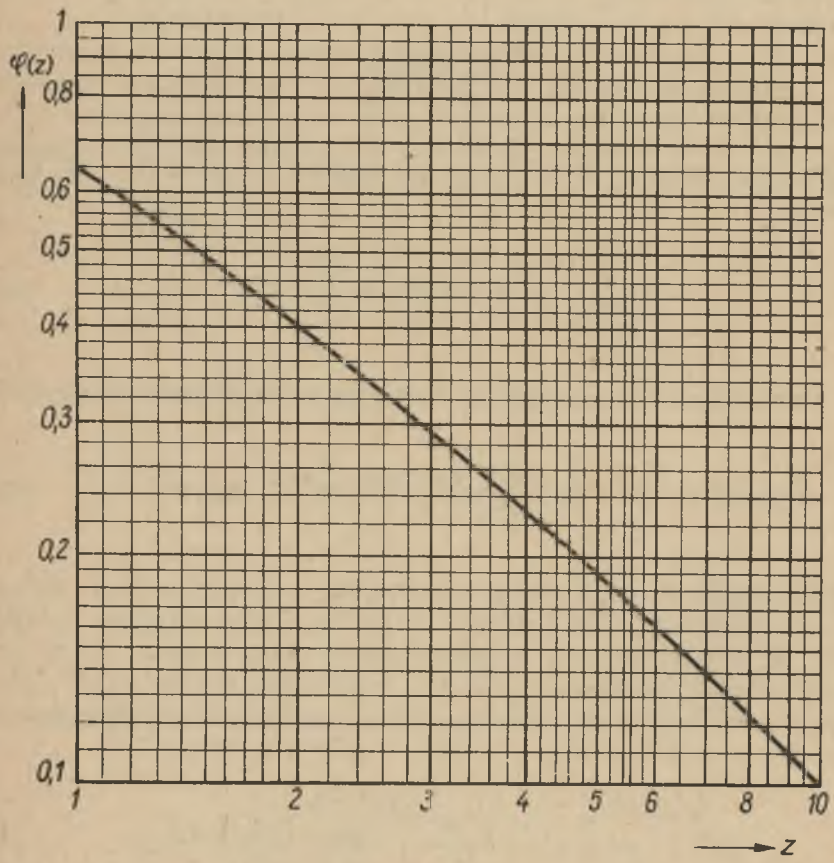
$$\Theta_p(\xi) = \Theta(\xi,0) = \frac{2\,Bi}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin(u)\cos(\xi u)}{u(u + Bi)}\, du. \tag{17}$$

Po wyliczeniu całki (17) otrzymujemy dla funkcji $\theta_p(\xi)$ następujące wyrażenie, ważne dla $|\xi|<1$

$$\theta_p = 1 - \frac{1}{\pi}\left\{\varphi\left[(1+\xi)Bi\right] + \varphi\left[(1-\xi)Bi\right]\right\}. \quad (18)$$

Funkcja $\varphi(z)$ występująca w równaniu (18) jest określona wzorem

$$\varphi(z) = \sin(z)ci(z) - \cos(z)si(z), \quad (19)$$



Rys. 2. Funkcja pomocnicza $\varphi(z) = \sin(z)ci(z) - \cos(z)si(z)$

w którym si(z) i ci(z) oznaczają sinus i cosinus całkowy[x]. Na rys. 2 przedstawiono wykres funkcji $\varphi(z)$ dla z zawartych w przedziale (1,10). Dla większych wartości z można stosować przybliżony wzór

$$\varphi(z) \cong \frac{1}{z} \qquad \text{dla} \quad z > 10, \tag{20}$$

przy czym błąd nie przekracza 2%. Równanie (20) wynika z zastosowania w równaniu (19) wyrażeń asymptotycznych dla funkcji si(z) i ci(z) [3]

$$si(z) \cong -\frac{\cos(z)}{z}, \qquad ci(z) \cong \frac{\sin(z)}{z}, \quad \text{dla} \quad z \gg 1. \tag{21}$$

Ograniczenie $|\xi|<1$ nałożone na równanie (18) oznacza, że równanie to może być użyte jedynie dla obliczenia temperatury powierzchni gruntu w e w n ą t r z budynku.

5. STRATA CIEPŁA DO GRUNTU

Zredukowaną stratę ciepła $\varkappa = \dot{Q}/\dot{Q}_o$ (równ. (12)) - wyrażającą zarazem stosunek współczynnika przenikania ciepła gruntu i współczynnika wnikania ciepła do gruntu (równ. (8a) obliczamy z równania (7a) po wstawieniu doń równania (17)

$$\varkappa = 1 - \frac{2\,Bi}{\pi} \int_0^1 \int_0^\infty \frac{\sin(u)\cos(\xi u)}{u(u + Bi)}\, d\xi\, du.$$

---

x) Funkcje si(z) i ci(z) są określone następująco [2]

$$si(z) = -\int_z^\infty \frac{\sin(t)}{t}\, dt, \qquad ci(z) = -\int_z^\infty \frac{\cos(t)}{t}\, dt.$$

Po wykonaniu całkowania względem zmiennej ξ równanie to upraszcza się do postaci

$$\varkappa = 1 - \frac{2\,Bi}{\pi}\int_0^\infty \frac{\sin^2 u}{u^2(u + Bi)}\,du.$$

Wykonując z kolei całkowanie względem zmiennej u[x)], uzyskujemy ostatecznie

$$\varkappa = \frac{1}{\pi Bi}\Big\{C+\ln(2Bi)+2\sin(Bi)\big[ci(Bi)\sin(Bi) - si(Bi)\cos(Bi)\big] - ci(Bi) - \cos(2Bi)\big[ci(2Bi)-ci(Bi)\big]-\sin(2Bi)\big[si(2Bi)-si(Bi)\big]\Big\} \tag{22}$$

gdzie $C = 0{,}577216...$ oznacza stałą Eulera.

Jeżeli zastosujemy te same co uprzednio wyrażenia asymptotyczne dla funkcji si i ci (równ. (21)), to uzyskamy przybliżoną formułę ważną dla odpowiednio dużych wartości Bi

$$\varkappa \cong \frac{C + \ln(2Bi)}{\pi Bi} \qquad \text{dla} \quad Bi > 5. \tag{23}$$

Błąd spowodowany powyższym przybliżeniem nie przekracza 0,3% dla podanego zakresu Bi. Równanie (23) można przedstawić w roboczej postaci liczbowej

$$\varkappa = 0{,}7329\,\frac{0{,}5517 + \log(Bi)}{Bi} \tag{23a}$$

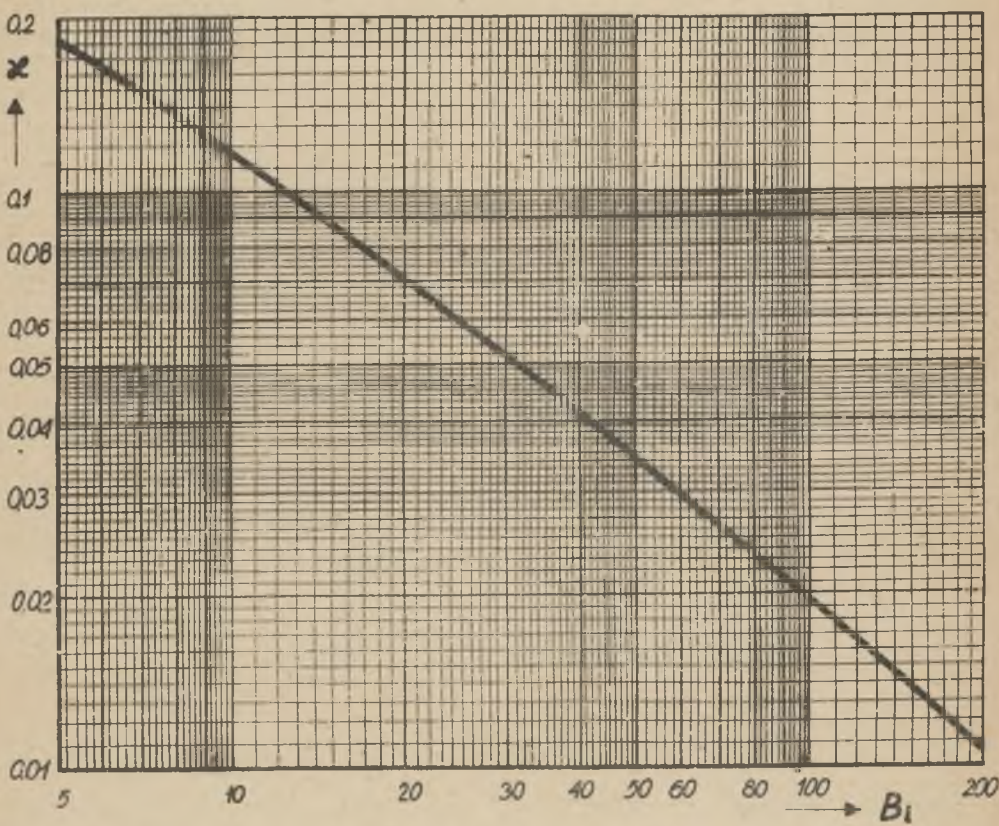
Na rys. 3 przedstawiono wykres funkcji $\varkappa = \varkappa(Bi)$.

---

x) Należy w tym celu całkę odpowiednio przekształcić i zastosować definicje funkcyj si i ci oraz równania 3.723.8, 3.723.9 i 3,782.1 zawarte w tablicach [2].

Otrzymane rówanie dla obliczenia straty ciepła do gruntu jest wyprowadzone przy założeniu, że współczynniki wnikania ciepła na powierzchni gruntu zewnątrz i wewnątrz budynku są równe. Jeżeli współczynniki te różnią się, do obliczeń należy użyć średnią ich wartość.

W rozważaniach nie uwzględniono wpływu promieniowania. Jest on szczególnie istotny w szklarniach i w tym wypadku należy go dodatkowo uwzględnić [5].



Rys. 3. Zredukowana strata ciepła ϰ jako funkcja liczby Biota

6. PRZYKŁAD LICZBOWY

W szklarni o szerokości $2s = 8$ m i długości $l = 50$ m panuje temperatura $t_w = 20^oC$. Temperatura otoczenia $t_o = -5^oC$. Współczynnik wnikania ciepła $\alpha = 15 \frac{W}{m^2 grd}$ $(12,9 \frac{kcal}{m^2 h\ grd})$, współczynnik przewodzenia ciepła gruntu $\lambda = 1,2 \frac{W}{m^2\ grd}$ $(1,03 \frac{kcal}{m\ h\ grd})$. Obliczyć stratę ciepła do gruntu szklarni $\dot{Q}$ oraz temperaturę powierzchni gruntu a) w osi budynku, b) w odległości 0,5 m od ściany szklarni.

Rozwiązanie. Obliczamy liczbę Biota (równ. (11))

$$Bi = \frac{\alpha s}{\lambda} = \frac{15 \frac{W}{m^2 grd}\ 4\ m}{1,2 \frac{W}{m\ grd}} = 50.$$

Ponieważ $Bi > 5$, więc dla obliczenia stosunku $\varkappa$ możemy się posłużyć przybliżonym równaniem (23a)

$$\varkappa = 0,7329 \frac{0.5517 + \log(Bi)}{Bi} = 0,7329 \frac{0,5517 + \log 50}{50} = 0,0330.$$

Ponieważ $\varkappa = k_g/\alpha$ (równ. (8a)), więc współczynnik przenikania ciepła dla gruntu k_g ma wartość

$$k_g = \varkappa\alpha = 0,0330.15 = 0,495 \frac{W}{m^2 grd} \left(0,426 \frac{kcal}{m^2 h\ grd}\right).$$

Ze wzoru (8) wyliczamy natężenie straty ciepła do gruntu

$$\dot{Q} = k_g A(t_w - t_o) = 0,495 \frac{W}{m^2 grd}\ 400\ m^2 (20 + 5) grd =$$

$$= 4950\ W = 17800 \frac{kJ}{h} \left(4260 \frac{kcal}{h}\right).$$

Dla wyznaczenia temperatury powierzchni gruntu ϑ_p należy z równania (18) wyznaczyć zredukowaną temperaturę θ_p. W myśl równania (10)

$$\theta_p = \frac{\theta_p - t_o}{t_w - t_o},$$

skąd

$$\vartheta_p = t_o + \theta_p(t_w - t_o). \qquad \text{(a)}$$

Ponieważ temperatura powierzchni gruntu ϑ_p jest bliska temperaturze powietrza wewnątrz szklarni t_w, wygodniej jest operować różnicą tych temperatur. Wynosi ona

$$t_w - \vartheta_p = (1 - \theta_p)(t_w - t_o). \qquad \text{(b)}$$

Z równania (18)

$$1 - \theta_p = \frac{1}{\pi}\left\{\varphi\left[(1 + \xi)Bi\right] + \varphi\left[(1 - \xi)Bi\right]\right\}. \qquad \text{(18a)}$$

a) W osi szklarni $x = 0$, więc

$$\xi = \frac{x}{s} = 0,$$

co wstawione do równania (18a) daje

$$1 - \theta_p = \frac{2}{\pi}\varphi(Bi).$$

Ponieważ $Bi = 50 > 10$, więc dla obliczenia $\varphi(Bi)$ zastosujemy równanie (20)

$$1 - \theta_p = \frac{2}{\pi}\,\frac{1}{Bi} = \frac{2}{\pi 50} = 0{,}0127.$$

Wstawiając powyższe do równania (b) uzyskujemy

$$t_w - \vartheta_p = 0{,}0127(20 + 5) = 0{,}32^{\circ}C,$$

$$\vartheta_p = 20 - 0{,}32 = 19{,}7^{\circ}C.$$

b) Punkt odległy o 0,5 m od ściany szklarni jest odległy od jej osi o $x = 4 - 0{,}5 = 3{,}5$ m. Zredukowana współrzędna

$$\xi = \frac{x}{s} = \frac{3{,}5}{4} = 0{,}875.$$

Obliczamy argumenty funkcji φ w równaniu (18a)

$$(1 + \xi)Bi = (1 + 0{,}875)50 = 93{,}75,$$

$$(1 - \xi)Bi = (1 - 0{,}875)50 = 6{,}25.$$

Wartość funkcji $\varphi(z)$ dla $z = 93{,}75 > 10$ obliczamy z równania (20)

$$\varphi\left[(1 + \xi)Bi\right] = \varphi(93{,}75) = \frac{1}{93{,}75} = 0{,}01068 \qquad (c)$$

natomiast dla $z = 6{,}25$ odczytujemy z wykresu (rys. 2) sporządzonego na podstawie zależności (19)

$$\varphi\left[(1 - \xi)Bi\right] = \varphi(6{,}25) = 0{,}154. \qquad (d)$$

Po podstawieniu wartości (c) i (d) do równania (18a) otrzymujemy

$$1 - \Theta_p = \frac{1}{\pi}(0{,}0107 + 0{,}154) = 0{,}0525$$

i dalej, z równania (b)

$$t_w - \vartheta_p = 0{,}0525(20 + 5) = 1{,}31^\circ C,$$

$$\vartheta_p = 20 - 1{,}31 = 18{,}7^\circ C.$$

LITERATURA

[1] Ditkin W.A., Prudnikow A.P.: Integralnyje preobrazowanija i operacionnoje isczislenije, Fizmatgiz, Moskwa 1961.

[2] Gradsztein I.S., Ryżik I.M.: Tablicy integrałow, summ, riadow i proizwiedienij, Fizmatgiz, Moskwa 1963.

[3] Jahnke E., Emde F.: Tafeln höherer Funktionen, B.G.Teubner, Leipzig 1960.

[4] Łykow A.W.: Tieorija tiepłoprowodnosti, GITTL, Moskwa 1952.

[5] Mierzwiński S.: Warunki ogrzewania szklarni ustalone na podstawie badań typowego obiektu - praca doktorska, Wydz. Mechaniczno-Energetyczny Politechniki Śl. Kat. Teorii Maszyn Cieplnych, Gliwice 1963.

ПОТЕРИ ТЕПЛА ПОМЕЩЕНИЯ В ГРУНТ

Резюме

Нестационарную теплопередачу, которая фактически выступает в грунте, заменено некоторым средним стационарным режимом. Рассмотрено только длинные здания, под которыми температурное поле двухмерное. В результате решения дифференциального уравнения Лапляса получено уравнение, определяющее температурное поле в грунте. При помощи этого уравнения выведено формулу для расчета потерь тепла помещения в грунт. Все эти уравнения имеют вид критериальных уравнений. В заключение работы приведен пример расчета.

HEAT LOSSES OF BUILDINGS INTO GROUND

Summary

Unsteable Heat Conduction which really takes place in the ground was replaced in this work by some average steady state. Considerations were limited to long buildings (alleys), allowing to treat Temperatures Field in the ground as the two- dimensional. As the result of the Laplace s Equation Solution there was obrained an equation determining temperatures field in the ground under the heated building. This equation was the ground for derivation of formula to compute heat losses into the ground of building. At the end of this work there was given a calculation example.