ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

Nr 117 Energetyka z. 16 1964

WITOLD OKOŁO-KUŁAK
Katedra Teorii Maszyn Cieplnych

STRATY CIEPŁA NA RZECZ OTOCZENIA PRZEZ SWORZNIE PRĄDOWE W ELEKTROLIZERACH ALUMINIUM

Streszczenie. Przenalizowano sposoby obliczania strat ciepła na rzecz otoczenia przez sworznie prądowe, przy czym wzięto pod uwagę 5 rozmaitych układów spotykanych w nowoczesnych rozwiązaniach konstrukcyjnych elektrolizerów. Ustalono wzory i zależności dla poszczególnych przypadków, które ogromnie upraszczają obliczenie strat przy dobrej dokładności wyników. Wprowadzono podział sworzni na grupy ujmujące jakościowo i ilościowo szybkie obliczenie ciepła odpływającego do otoczenia.

WSTĘP

Bardzo ważną pozycję w bilansie energetycznym elektrolizerów aluminium stanowią straty ciepła na rzecz otoczenia. Ze względu na skomplikowany kształt zewnętrznej obudowy elektrolizera, sposoby obliczania strat ciepła są nader zróżnicowane. Poza prostymi przypadkami obliczania strat powstałych wskutek przenikania ciepła przez wielowarstwowe przegrody płaskie, naroża oraz krótkie żebra wzmacniające, napotykamy na zagadnienie liczbowego ujęcia strat przez sworznie prądowe złożone z wielu elementów, przewodzących dobrze ciepło dzięki użytym materiałom (wykonanym z Cu oraz Al) bądź dzięki dużemu przekrojowi, jak to ma miejsce w stalowych sworzniach katodowych.

Straty ciepła na rzecz otoczenia przez sworznie prądowe zwykle są liczone za pomocą nader prymitywnych wzorów lub zgoła pomijane. W celu uniknięcia możliwych do popełnienia błędów należy przeanalizować typowe, występujące w praktyce przypadki i opracować je teoretycznie.

Dla elementarnego wycinka pręta o długości dx układamy bilans energetyczny, którego poszczególne pozycje wynikają z praw Fouriera i Newtona. Bilans ten sprowadza się do wyrażenia [1] określającego zależność pomiędzy różnicą temperatury pobocznicy i otoczenia pręta

$$\frac{d^2\Theta}{d\,x^2} = B^2\,\Theta \qquad (0.1)$$

Równanie (0.1) jest słuszne w przypadku, gdy nie ma źródeł ciepła w pręcie. Wydzielająca się ciepło Joule'a powoduje zmianę polegającą na tym, że po lewej stronie równania pojawia się nowy wyraz $+\,\dot{q}/\lambda$. Jeżeli pręt jest wykonany z miedzi lub aluminium, co najczęściej ma miejsce, straty spowodowane ciepłem Joule'a można obliczać oddzielnie, bowiem wzrost temperatury pręta spowodowany tymi stratami jest nieznaczny i nie wywiera wyczuwalnego wpływu na współczynniki wnikania ciepła. Np. dla pręta aluminiowego o przekroju 1 cm^2 przyrost temperatury jest rzędu 1 grd. W dalszych rozważaniach będziemy zakładali, że straty ciepła przez przewodzenie prętów mogą być obliczane niezależnie od strat ciepła Joule'a. Uproszczenie to nie może być stosowane dla prętów o większym przekroju, a w szczególności dla prętów żelaznych lub stalowych.

Równanie (0.1) jest to liniowe równanie różniczkowe drugiego rzędu, rozwiązuje się przez podstawienie

$$\Theta = \exp\,(ax) \qquad (0.2)$$

Całką ogólną tego równania jest

$$\Theta = C_1\,e^{Bx} + C_2\,e^{-Bx} \qquad (0.3)$$

gdzie wartość B wynosi

$$B = \sqrt{\frac{O\alpha}{A\lambda}} \qquad (0.4)$$

gdzie:

O - obwód przekroju poprzecznego pręta,

α - współczynnik wnikania ciepła na powierzchni bocznej pręta,

A - pole przekroju poprzecznego pręta,

λ - współczynnik przewodzenia ciepła materiału pręta.

Z łatwością można określić kryterium podobieństwa dla przepływu ciepła w prętach. W tym celu należy z równania (0.1) utworzyć równanie ramowe [2]

$$K_1 \frac{\Theta_o}{x_o^2} = \frac{O\alpha}{A\lambda} \theta_o \tag{0.5}$$

które po uproszczeniu prowadzi wprost do określenia kryterium podobieństwa

$$K_1 = B^2 x_o^2 = \frac{O\alpha}{A\lambda} x_o^2 \tag{0.6}$$

Jak łatwo wykazać, kryterium K_1 przedstawia stosunek oporu przewodzenia ciepła w kierunku osiowym do oporów wnikania ciepła w kierunku prostopadłym do osi. Po zdefiniowaniu oporu przewodzenia

$$R_\lambda = \frac{x_o}{A\lambda} \tag{0.7}$$

oraz oporu wnikania

$$R_\alpha = \frac{1}{O\alpha} \frac{1}{x_o} \tag{0.8}$$

i wprowadzeniu tych wielkości do równania (0.6) otrzymuje się

$$K_1 = \frac{R_\lambda}{R_\alpha} \tag{0.9}$$

W elektrolizerach aluminium występują nader różnorodne przypadki przepływu ciepła do otoczenia przez sworznie, ponieważ zarówno kształt jak i warunki działania mogą bardzo się różnić. Należy tu wymienić następujące możliwości:

1) Wpływ powierzchni czołowej w pręcie o skończonej długości na ciepło odprowadzane do otoczenia nie może być pominięty. W tym przypadku jest dogodne wprowadzenie do obliczeń zastępczego współczynnika wnikania ciepła α_z.

2) Do pręta mogą być przyspawane dwie lub więcej listew. Ten przypadek można by dla prostoty nazwać "prętem rozgałęzionym".

3) Pręt może być wykonany z dwu różnych metali połączonych ze sobą w płaszczyźnie prostopadłej do osi. Taki sworzeń będzie nosił nazwę pręta złożonego.

4) Pręt jest wyposażony w tuleję miedzianą, której zadaniem jest zmniejszenie oporów stykowych w złączach prądowych (zaciskach).

5) Pręt ma kształt lekko zbieżny, tzn. np. jest stożkiem ściętym o bardzo małym kącie wierzchołkowym.

Wyszczególnione powyżej przypadki rozpatrzone będą kolejno w rozdziałach od 1 do 5.

1. Pręt o skończonej długości z uwzględnieniem wpływu powierzchni czołowej

Jeżeli chodzi o stratę ciepła w pręcie z uwzględnieniem powierzchni czołowej, to początkowo należy wyznaczyć wartość stałych całkowania C_1 i C_2 w równaniu (0.3).

Z warunku brzegowego: dla $x = 0$; $\Theta = \Theta_p$ wynika następujące równanie

$$C_1 + C_2 = \Theta_p \tag{1.1}$$

Natomiast drugi warunek brzegowy, dla $x = l$ (całkowita długość pręta), narzuca następującą zależność

$$(\dot{Q}_\lambda)_{x=l} = \dot{Q}_{\alpha_{cz}} \tag{1.2}$$

tzn. ciepło $\dot{Q}_\lambda$ przewodzone w końcowym przekroju pręta, $x = l$, jest równe ciepłu $\dot{Q}_\alpha$ oddawanemu do otoczenia przez konwekcję.

Zgodnie z prawem Fouriera ciepło przewodzone określa wzór

$$\dot{Q}_\lambda = - A\lambda \frac{d\Theta}{d x} \tag{1.3}$$

który po uwzględnieniu równania (0.3) przybiera postać

$$(\dot{Q}_\lambda)_{x=l} - A\lambda B(C_1 e^{Bl} - C_2 e^{-Bl}) \tag{1.4}$$

W celu uproszczenia powyższej zależności, wprowadzamy oznaczenie

$$W = A \lambda B = \sqrt{A \lambda O \alpha} \tag{1.5}$$

Zatem równanie (1.4) zmienia się na

$$(\dot{Q}_\lambda)_{x=l} = - W(C_1 e^{Bl} - C_2 e^{-Bl}) \tag{1.6}$$

Ciepło oddane do otoczenia przez powierzchnię czołową można określić za pomocą prawa Newtona

$$\dot{Q}_{\alpha cz} = A \alpha_{cz} \Theta_k \tag{1.7}$$

po uwzględnieniu równania (0.3) będzie

$$\dot{Q}_{\alpha cz} = A \alpha_{cz} (C_1 e^{Bl} + C_2 e^{-Bl}) \tag{1.8}$$

Zgodnie z równaniem (1.2) należy porównać zależności (1.6) i (1.8)

$$- W(C_1 e^{Bl} - C_2 e^{-Bl}) = A \alpha_{cz} (C_1 e^{Bl} + C_2 e^{-Bl})$$

Wprowadzając oznaczenia

$$\beta = \frac{A \alpha_{cz}}{W} \tag{1.9}$$

$$e^{Bl} = z; \qquad e^{-Bl} = \frac{1}{z} \tag{1.10}$$

można łatwo wyprowadzić wzory na stałe C_1 i C_2

$$C_1 = \frac{\Theta_p}{1 + \frac{1+\beta}{1-\beta} z^2} \qquad C_2 = \frac{\Theta_p}{1 + \frac{1-\beta}{1+\beta} \frac{1}{z^2}} \tag{1.11}$$

na końcową różnicę temperatur Θ_k

$$\Theta_k = \frac{\Theta_p}{\cosh Bl + \beta \sinh Bl} \tag{1.12}$$

oraz na stratę ciepła na rzecz otoczenia

$$\dot{Q} = W \Theta_p \frac{1 + \beta \operatorname{ctgh} Bl}{\beta + \operatorname{ctgh} Bl} \tag{1.13}$$

W przypadku, gdy powierzchnia czołowa pręta jest doskonale zaizolowana, $\beta = 0$, ostatnie dwa wyrażenia przyjmują wartość

$$\Theta_k = \frac{\Theta_p}{\cosh Bl} \tag{1.14}$$

$$\dot{Q} = W\,\Theta_p\,\mathrm{tgh}\,Bl \tag{1.15}$$

Wzory powyższe obowiązują również wówczas, gdy wpływ powierzchni czołowej jest mały i może być pominięty.

Wzór (1.13) może być zapisany w uproszonej formie. Należy tu rozpatrzeć dwa przypadki.

a) Jeżeli $\beta > 1$, można zastosować podstawienie

$$\beta = \frac{A\,\alpha_{cz}}{W} = \mathrm{ctgh}\,U$$

gdzie

$$U = \mathrm{ar\,ctgh}\,\frac{A\,\alpha_{cz}}{W} = \frac{1}{2}\ln\frac{A\,\alpha_{cz} + W}{A\,\alpha_{cz} - W} \tag{1.16}$$

Po zastosowaniu znanego wzoru

$$\mathrm{ctgh}\,(x + y) = \frac{1 + \mathrm{ctgh}\,x\,.\,\mathrm{ctgh}\,y}{\mathrm{ctgh}\,x + \mathrm{ctgh}\,y}$$

otrzymuje się

$$\dot{Q} = W\,\Theta_p\,\mathrm{ctgh}\,(Bl + U) \tag{1.17}$$

b) W przypadku, gdy $\beta \leqslant 1$, stosujemy inne podstawienie

$$\beta = \operatorname{tgh} U;$$

$$U = \operatorname{ar\,tgh} \frac{A\alpha_{cz}}{W} = \frac{1}{2} \ln \frac{W + A\alpha_{cz}}{W - A\alpha_{cz}} =$$

$$= \frac{1}{2} \ln \left| \frac{A\alpha_{cz} + W}{A\alpha_{cz} - W} \right| \qquad (1.18)$$

Wówczas po zastosowaniu zależności

$$\operatorname{tgh}(x + y) = \frac{\operatorname{tgh} x + \operatorname{tgh} y}{1 + \operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{tgh} y}$$

otrzymamy

$$\dot{Q} = W\,\Theta_p \operatorname{tgh}(Bl + U) = W\,\Theta_p \operatorname{ctgh}^{-1}(Bl + U) \qquad (1.19)$$

Jeżeli wprowadzi się zastępczy współczynnik α_z wnikania ciepła spełniający równanie

$$A\,\alpha_z\,\Theta_p = \dot{Q} \qquad (1.20)$$

to jego wartość wynika z porównania zależności (1.17),(1.19) i (1.20)

$$\alpha_z = \frac{W}{A} \operatorname{ctgh}(Bl + U) \qquad \text{dla } \beta \geqslant 1 \qquad (1.21)$$

$$\alpha_z = \frac{W}{A} \operatorname{ctgh}^{-1}(Bl + U) \qquad \text{dla } \beta \leqslant 1 \qquad (1.22)$$

Aby uniknąć stosowania dwu odrębnych wzorów dla α_z można posłużyć się ogólniejszą formą

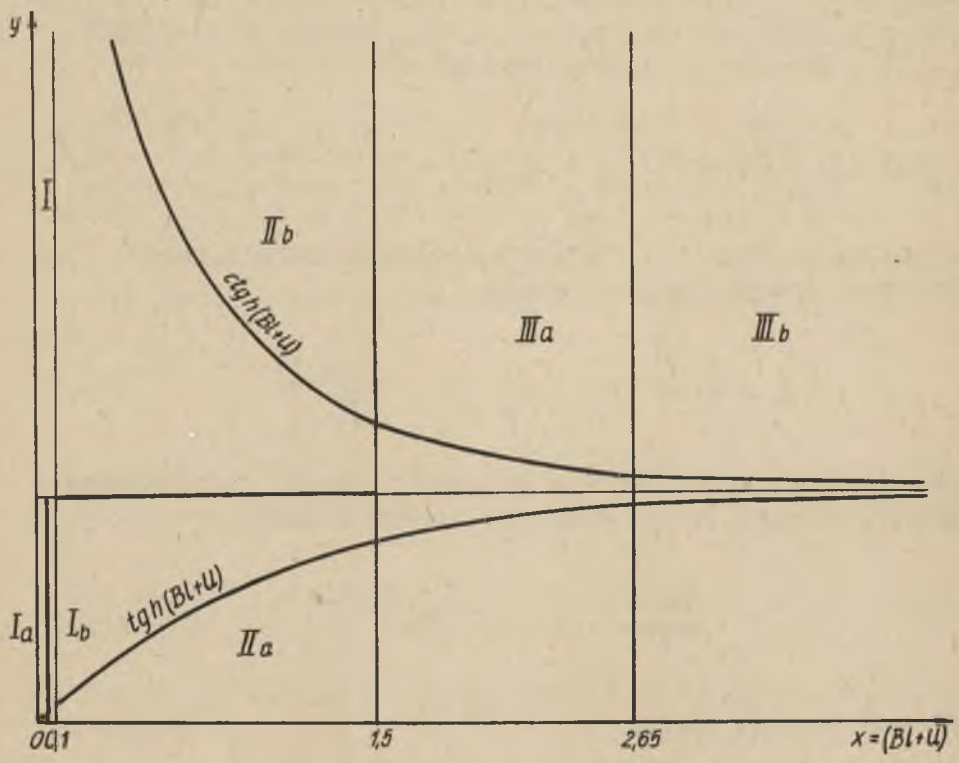
$$\alpha_z = \frac{W}{A} \operatorname{ctgh}^n (Bl + U) \tag{1.23}$$

gdzie

$n = 1$ dla $\beta \geqslant 1$

$n = -1$ dla $\beta \leqslant 1$

Na rys. 1 przedstawiono wykres funkcji $y = \operatorname{ctgh} x$ oraz jej odwrotności $y = \operatorname{tgh} x = \operatorname{ctgh}^{-1} x$. Obie funkcje mają wspólną asymptotę $y = 1$. Charakter funkcji $y = \operatorname{ctgh} x$ jest tego rodzaju, że można tu wyróżnić trzy obszary.



Rys.1. Wydzielenie trzech zakresów funkcji $y = f(x)$ przy wyznaczaniu α_z

I) Obszar pierwszy obejmuje małe wartości x. W tym obszarze dobre wyniki może dać aproksymacja $\operatorname{ctgh} x = \frac{1}{x}$. Przy $x \leq 0,1$ błąd jest mniejszy od 3%. Obszar małych wartości $x = (Bl + U)$ jest odpowiedni dla prętów krótkich. Ponieważ wyrażenie B występuje zawsze z długością l w postaci iloczynu Bl, zatem pręt krótki w naszym ujęciu będzie charakteryzować mała długość l oraz mała wartość współczynnika α, duża wartość współczynnika λ i duża wartość A/O [równ. (0.4)]. Poza iloczynem Bl we wzorze (1.23) występuje również wielkość U określona równaniem (1.16) lub (1.18). Wpływ wielkości U jest tego rodzaju, że odpływ ciepła wzrasta w miarę wzrostu współczynnika α_{cz}, tj. wzrostu bezwymiarowej liczby β.

Dla prętów krótkich wpływ U jest znaczny, a dla bardzo krótkich - dominujący. Dlatego pręty krótkie można podzielić na dwie podgrupy: Ia - bardzo krótkie oraz Ib - dość krótkie. Do grupy Ia zaliczymy takie pręty, dla których $Bl + U \leq 0,05$, do Ib natomiast te, których $0,05 < (Bl+U) \leq 0,1$. W grupie Ia aproksymacja

$$\operatorname{tgh}(Bl + U) \approx Bl + U = Bl + \beta = Bl + \frac{\alpha_{cz} A}{W} \qquad (1.24)$$

daje błąd poniżej 3%. Z tego powodu wzór określający α_z może być uproszczony do postaci

$$\alpha_z = \frac{W}{A}(Bl + U) = \frac{W}{A}\left(Bl + \frac{\alpha_{cz} A}{W}\right) \qquad (1.25)$$

Wzór powyższy można napisać jeszcze w innej, bezwymiarowej formie, mającej postać równania kryterialnego

$$\frac{\alpha_z A}{W} = Bl + \frac{\alpha_{cz} A}{W} \qquad (1.26)$$

lub też jeszcze inaczej

$$\alpha_z = \frac{O\,l}{A}\alpha + \alpha_{cz} \quad \text{albo} \quad \alpha_z = \alpha' + \alpha_{cz} \qquad (1.27)$$

gdzie

$$\alpha' = \frac{O\,l}{A}\alpha \qquad (1.28)$$

stanowi zredukowany współczynnik wnikania ciepła na pobocznicy pręta.

II) Obszar drugi obejmuje takie wartości (Bl+U), w których zasadniczo nie wolno stosować żadnej aproksymacji. Będzie to zakres

$$0{,}1 < (Bl + U) < 1{,}5 \qquad (1.29)$$

Pręty o powyższej charakterystyce zaliczymy do grupy II, W grupie II wpływ powierzchni czołowej jest równorzędny z wpływem powierzchni bocznej. Ze względu na specyfikę obowiązującego tu wzoru należy tu rozróżnić dwie alternatywy

podgrupa IIa, gdy $\beta < 1$ i podgrupa IIb, gdy $\beta > 1$ (1.30)

W podgrupie IIa obowiązuje wzór (1.22) czyli (1.23) przy $n = -1$, w grupie IIb wzór (1.21) czyli (1.23) przy $n = 1$.

W grupie IIa może zajść przypadek, gdy wystarcza prosta aproksymacja: $\operatorname{ctgh} x \approx \frac{1}{x}$. Będzie to miało miejsce wówczas, gdy

$$\beta > 10 \quad \text{i} \quad Bl < 0{,}1 \qquad (1.31)$$

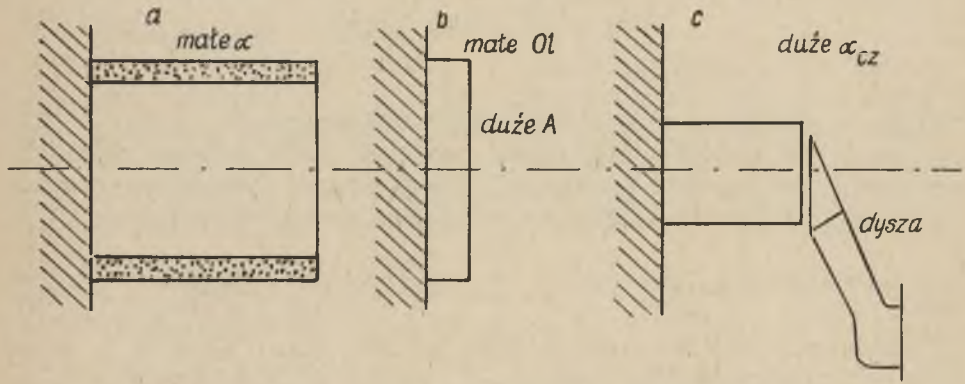
Aproksymacja ta prowadzi do następującej zależności wynikającej z równania (1.21)

$$\alpha_z = \frac{W}{A}\operatorname{ctgh}(Bl + U) = \frac{W}{A}\frac{1}{Bl + U} \qquad (1.32)$$

Po uwzględnieniu równań (1.5) oraz (1.24) otrzymujemy ostatecznie

$$\frac{1}{\alpha_z} = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\alpha'_{cz}} \qquad (1.33)$$

Omawiany przypadek dotyczy pręta o bardzo małym współczynniku α (np. pręta pokrytego izolacją rys. 2a), w którym opór zastępczy $\frac{1}{\alpha_z}$ jest równy sumie oporów przewodzenia $\frac{l}{\lambda}$ oraz wnikania ciepła $\frac{1}{\alpha_{cz}}$ na powierzchni czołowej. Ponieważ powierzchnia boczna Ol pręta jest czynnikiem równorzędnym względem współczynnika α, przeto przypadek ten może zachodzić również i dla pręta o małej długości l lecz dużej powierzchni przekroju A, tzn. gdy $A \gg Ol$ (rys. 2b). Podobnie, gdy współczynnik wnikania ciepła α_{cz} będzie znacznie większy od α, tj. $\alpha_{cz} \gg \alpha$ (rys. 2c).



Rys. 2. Trzy typy prętów krótkich grupy I

Również i przewodność pręta dla tego przypadku nie może być dowolna, bowiem z nierówności (1.31) wynika warunek

$$10\sqrt{\frac{O}{A}}\sqrt{\alpha}\,.\,1 < \sqrt{\lambda} < \frac{\alpha_{cz}}{10\sqrt{\frac{O}{A}}\sqrt{\alpha}}$$

z którego również wnioskujemy, że powinna być spełniona nierówność

$$10\sqrt{\frac{O}{A}}\sqrt{\alpha}\;\;1 < \frac{\alpha_{cz}}{10\sqrt{\frac{O}{A}}\sqrt{\alpha}}$$

lub też po uproszczeniu

$$\alpha_{cz} > 100 \frac{O}{A} \alpha 1$$

Przypadek ten zachodzi, gdy odpływ ciepła na powierzchni bocznej Ol pręta jest utrudniony, natomiast odpływ ciepła z powierzchni czołowej jest znacznie ułatwiony (rys. 2c).

III) Trzecią grupę prętów stanowią takie, dla których

$$Bl + U > 1,5$$

Do grupy tej należą pręty długie. Z rys. 1 widać, że powyżej pewnej wartości x, obie funkcje tgh x i ctgh x przybliżają się asymptotycznie do 1. Ten fak umożliwia zastosowanie aproksymacji $ctgh^n$ (Bl + U) 1.

Również tu rozróżnia się dwie grupy: IIIa, dla której błąd aproksymacyjny nie przekracza 10%. Zachodzi to, gdy $1,5 < (Bl + U) < 2,65$. Natomiast podgrupę IIIb stanowią takie pręty, dla których błąd nie przekracza 1%, co zajdzie wówczas, gdy $(Bl + U) > 2,65$. W grupie trzeciej wpływ powierzchni czołowej jest znikomy dla przypadku, gdy $Bl > 2,65$. Gdy $1,5 < Bl < 2,65$ wpływ powierzchni czołowej jest mały niezależnie od iloczynu α_{cz} A. Wynika to stąd, że obie funkcje hiperboliczne tgh x oraz ctgh x bardzo mało się zmieniają w obszarze $1,5 < x < 2,65$ zaś powyżej $x = 2,65$ zmiana ta jest praktycznie niewyczuwalna.

W grupie III znajdują się dwa rodzaje prętów: a) o dużej wartości iloczynu Bl oraz b) o wartości iloczynu Bl niezbyt dużej, poniżej 1,5, lecz o znacznie większej wartości U, tj. takie pręty, które zamiast w grupie II znalazły się w grupie III na skutek silnego oddziaływania powierzchni czołowej (tzn. dla $1,5 < U < 2,65$ w grupie IIIa lub $U > 2,65$ w grupie IIIb).

Zestawienie 1 ujmuje wszystkie opisane poprzednio przypadki, natomiast rysunek 1 wyjaśnia zakresy, które dotyczą poszczególnych grup i podgrup.

Zestawienie 1

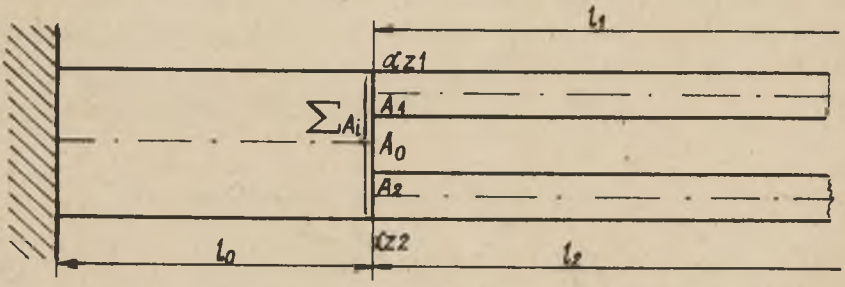
Równania wypływu ciepła przez pręty

Grupa	I			II		III	
Nazwa grupy	Pręty krotkie			Pręty średnie		Pręty długie	
Cecha grupy	$Bl + U \leq 0{,}1$			$< Bl + U < 1{,}5$		$\leq Bl + U$	
Podgrupa	Ia		Ib	IIa	IIb	IIIa	IIIb
Nazwa podgrupy	bardzo krótkie		dość krótkie	-	-	długie	bardzo długie
Cecha podgrupy	$Bl + U <$	$0{,}05$	$< Bl + U < 0{,}1$	$\frac{\alpha_{cz} A}{W} <$	1	$< \frac{\alpha_{cz} A}{W}$	$1{,}5 < Bl + U <$ $2{,}65$ $< Bl + U < 3{,}8$
Wpływ α_{cz}	decydujący		znaczny	równorzędny		bardzo mały	niewyczuwalny
$\alpha_z =$	α_{cz}		$\alpha_{cz} + \frac{W\,Bl}{A}$	$\frac{W}{A}\,\mathrm{tgh}(Bl + U)$	$\frac{W}{A}\,\mathrm{ctgh}(Bl + U)$	ok. $\frac{W}{A}$	$\frac{W}{A}$
Błąd przy obliczaniu straty ciepła	do 1%		do 3%	0%	0%	do 10%	do 1%
$U =$	$\frac{\alpha_{cz} A}{W}$		ok. $\frac{\alpha_{cz} A}{W}$	$\frac{1}{2} \ln \left\lvert \frac{A\,\alpha_{cz} + W}{A\,\alpha_{cz} - W} \right\rvert$			

Oznaczenia: $B = \sqrt{\frac{O\alpha}{A\lambda}}$ $\qquad W = \sqrt{A\,\lambda\,O\alpha}$

2. Pręt rozgałęziony

Gdy do pręta głównego są przyłączone dwie lub więcej gałęzi (rys. 3), napotykamy na pewne trudności obliczeniowe przy wyznaczaniu strat ciepła spowodowanych przez nie.



Rys. 3. Pręt rozgałęziony

Przypadek taki można jednak uprościć w oparciu o zależności wyprowadzone w poprzednim rozdziale.

Metoda postępowania w takim przypadku jest następująca: Początkowo należy obliczyć zastępcze współczynniki α_{z1}, α_{z2}, α_{zi} za pomocą równania (1.23) dla wszystkich gałęzi, po czym oblicza się pewien ogólny zastępczy współczynnik wnikania ciepła dla powierzchni czołowej. W ten sposób dochodzimy ostatecznie do przypadku omówionego poprzednio - pręta głównego z uwzględnieniem wpływu powierzchni czołowej pręta. Rzecz prosta, gdy pręt główny należy do grupy IIIa w szczególności do IIIb wpływ powierzchni czołowej a tym samym i rozgałęzień, może być całkowicie pominięty.

Zgodnie z rys. 3 wprowadzamy następujące oznaczenia:

A_o - wolna powierzchnia czołowa pręta,

A_1 - powierzchnia przekroju gałęzi pierwszej,

A_2 - " " " drugiej,

A_i - " " " i

α_o - współczynnik wnikania ciepła wolnej powierzchni czołowej pręta głównego,

α_{z1}, α_{z2}, α_{zi} - zastępczy współczynnik wnikania ciepła gałęzi 1, 2, "i".

Dalsze oznaczenia W_i, Bl_i, U_i pozostają bez zmian.

Początkowo transformuje się kolejno wszystkie gałęzie, tzn. określa się ich zastępczy współczynnik α_{zi} wnikania ciepła przy użyciu wzoru

$$\alpha_{z1} = \frac{W_1}{A_1} \operatorname{ctgh}^n (B_1 l_1 + U_1)$$

$$\alpha_{z2} = \frac{W_2}{A_2} \operatorname{ctgh}^n (B_2 l_2 + U_2)$$

.....

$$\alpha_{zi} = \frac{W_i}{A_i} \operatorname{ctgh}^n (B_i l_i + U_i) \qquad (2.1)$$

W wyniku tych transformacji powierzchnia czołowa pręta głównego może być traktowana jako suma powierzchni A_o, A_1, A_2, ... A_i o różnych co do wartości, zastępczych współczynnikach wnikania ciepła. W oparciu o bilans energetyczny tej powierzchni czołowej

$$\alpha_{z\,cz} (A_o + A_1 + A_2 + \dots A_i)\,\Theta = (\alpha_o A_o + \alpha_{z1} A_1 + \alpha_{z2} A_2 + \dots \alpha_{zi} A_i)\,\Theta \qquad (2.2)$$

można dalej określić zastępczy współczynnik wnikania ciepła $\alpha_{z\,cz}$ dla całkowitej powierzchni czołowej pręta głównego

$$\alpha_{z\,cz} = \frac{\alpha_o A_o + \alpha_{z1} A_1 + \alpha_{z2} A_2 + \dots \alpha_{zi} A_i}{A_o + A_1 + A_2 + \dots A_i} = \frac{\sum \alpha_{zi} A_i}{\sum A_i} \qquad (2.3)$$

Wielkość ta jest zatem średnią "wagową" obliczoną przy użyciu poszczególnych wartości A_i oraz α_{zi}.

Pozostaje już tylko poddać identycznej transformacji pręt główny. Znając zastępczą wartość $\alpha_{z\ cz}$ współczynnika wnikania ciepła dla powierzchni czołowej tego pręta, można przy użyciu wzoru (1.23) określić ostatecznie wartość zastępczego współczynnika wnikania ciepła α_z dla całego układu, złożonego z pręta głównego, wszystkich gałęzi oraz powierzchni wolnej łącznie:

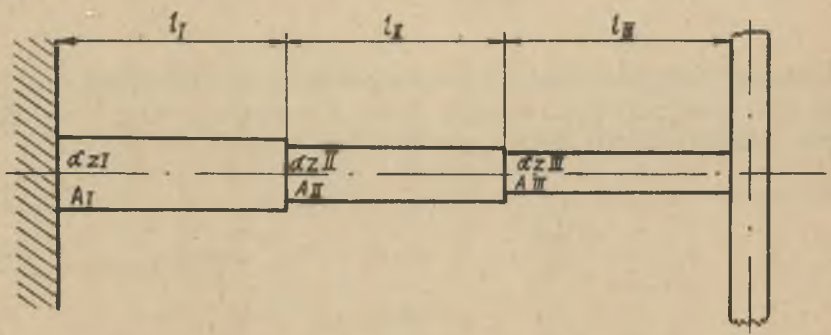
$$\alpha_z = \frac{W_o}{\sum A_i} \operatorname{ctgh}^n (B_o l_o + U_o) \tag{2.4}$$

gdzie

$$U_o = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\alpha_{z\ cz} \sum A_i + W_o}{\alpha_{z\ cz} \sum A_i - W_o} \right| \tag{2.5}$$

3. Pręt złożony

Doprowadzenie prądu do elektrolizerów aluminium jest wykonane w ten sposób, że szyny prądowe są połączone z elektrodami za pomocą połączonych ze sobą szeregowo poszczególnych części jak np. złącza miedziane, taśmy elastyczne aluminiowe, uchwyty stalowe, sworznie prądowe itp. Z punktu widzenia wymiany ciepła są to pręty złożone [w układzie szeregowym (rys. 4)].



Rys. 4. Pręt złożony

Rozwiązanie teoretyczne takiego przypadku będzie polegało na kolejnym obliczaniu zastępczego i zredukowanego współczynnika dla powierzchni czołowej pręta, przy tym obliczenie należy rozpocząć od strony szyn prądowych.

Szyny prądowe można traktować jako pręt nieskończenie długi. W tym przypadku mamy do czynienia z grupą IIIb, w której zastępczy współczynnik wnikania ciepła określa wzór

$$\alpha_{zIV} = \frac{W_{IV}}{A_{IV}} \tag{3.1}$$

w którym wielkości W_{IV} oraz A_{IV} dotyczą szyn prądowych.

Należy tu brać pod uwagę podwojony obwód szyny i podwojone pole przekroju, albowiem odpływ ciepła z taśm elastycznych do szyn odbywa się w dwu kierunkach, licząc od miejsca połączenia.

Zredukowany współczynnik wnikania ciepła obliczymy przy użyciu równania

$$\alpha_{zIVr} = \frac{A_{IV}}{A_{III}} \alpha_{zIV} \tag{3.2}$$

Ze względu na to, że szyny są wykonane z metalu dobrze przewodzącego prąd i ciepło (zwykle aluminium) oraz ich przekrój i długość są bardzo duże, można z bardzo dobrym przybliżeniem założyć

$$\alpha_{zIVr} \to \infty \tag{3.3}$$

Założenie powyższe jest równoznaczne z przyjęciem, że temperatura w miejscu połączenia szyn z rozpatrywanym prętem jest równa temperaturze otoczenia. W tym przypadku wartość

$$\beta_{IV} = \frac{\alpha_{zr} A}{W} \quad \text{oraz} \quad U_{IV} \to 0 \tag{3.4}$$

Zależności te umożliwiają obliczenie dla pręta III wartości zastępczego współczynnika wnikania ciepła według wzoru

$$\alpha_{zIII} = \frac{w_{III}}{A_{III}} \operatorname{ctgh} (B_{III}\, l_{III}) \tag{3.5}$$

oraz obliczenie zredukowanego zastępczego współczynnika α_{zIIIr}

$$\alpha_{zIIIr} = \frac{\sum \alpha_{zi} A_i}{\sum A_i} \tag{3.6}$$

który określa warunki panujące na powierzchni czołowej pręta II.

Dla pręta II obliczenie prowadzimy tak jak dla pręta o skończonej długości z uwzględnieniem wpływu powierzchni czołowej pręta. Zaczynamy od obliczenia bezwymiarowej liczby

$$\beta_{III} = \frac{\alpha_{zIIIc} A_{II}}{w_{II}}$$

W dalszym ciągu określamy wartości $U_{II} = \frac{1}{2} \ln \frac{\beta_{III}+1}{\beta_{III}-1}$ oraz Bl_{II}. Po ustaleniu grupy, do której należy zaliczyć pręt II obliczamy zastępczą wartość współczynnika wnikania ciepła opierając się na wzorze określającym α_z w danej grupie.

Dla pręta I tok obliczeń jest identyczny jak poprzednio.

4. Pręt stalowy wyposażony w tuleję miedzianą

Pręty anodowe mogą być wyposażone w tuleję, której zadaniem jest zmniejszenie oporu stykowego. W tym przypadku powstaje kwestia, jak należy obliczać współczynnik przewodzenia ciepła dla pręta.

Niech oznaczają

A_1, A_2 - pole przekroju metalu,

λ_1, λ_2 - współczynniki przewodzenia ciepła.

Zadanie polega na obliczeniu oporu zastępczego dla dwu gałęzi połączonych równolegle

$$\frac{1}{R_z} = \frac{A_1 + A_2}{l} \lambda_z = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{A_1 \lambda_1}{l} + \frac{A_2 \lambda_2}{l} \qquad (4.1)$$

Po rozwiązaniu otrzymamy

$$\lambda_z = \frac{A_1 \lambda_1 + A_2 \lambda_2}{A_1 + A_2} \qquad (4.2)$$

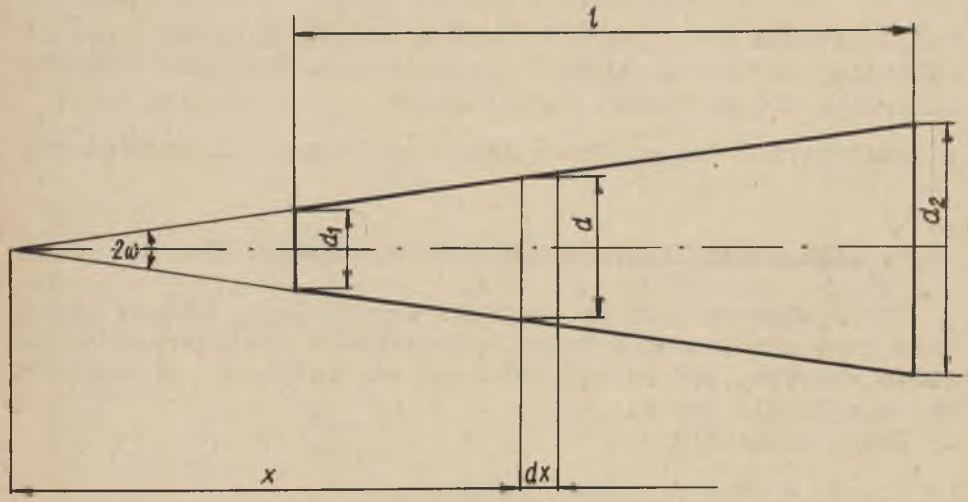
Oznacza to, że zastępczy współczynnik przewodzenia ciepła jest określony jako "średnia wagowa" poszczególnych współczynników względem powierzchni.

Wzór powyższy można uogólnić dla dowolnej ilości warstw:

$$\lambda_z = \frac{\sum A_i \lambda_i}{\sum A_i} \qquad (4.3)$$

5. Pręt w kształcie lekko zbieżnego stożka

W celu ułatwienia wyciągania pręta z masy anodowej można go wykonać ze zbieżnością. Oznaczmy kąt pomiędzy tworzącymi



Rys.5. Pręt zbieżny

stożka przez 2ω, mniejszą średnicę przez d_1, większą d_2, odległość rozpatrywanego przekroju od wierzchołka stożka x, długość pręta l (rys. 5).

Elementarny opór pręta wynosi

$$dR = \frac{dx}{A}\,\frac{1}{\lambda} = \frac{dx}{\frac{\lambda\pi d^2}{4}} = \frac{1}{\lambda\pi tg^2\omega}\,\frac{dx}{x^2} \tag{5.1}$$

Opór całkowity pręta może być określony następująco

$$R = \frac{1}{\pi\cdot\lambda\, tg^2\omega}\int_{x_1}^{x_2}\frac{dx}{x^2} = \frac{1}{\pi\lambda\, tg^2\omega}\left(\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}\right) =$$

$$= \frac{1}{\pi\lambda\, tg^2\omega}\,\frac{x_2-x_1}{x_1\;x_2} = \frac{1}{\pi\lambda\,\frac{d_1}{2}\,\frac{d_2}{2}} = \frac{1}{\pi\lambda\,\frac{d_1\,d_2}{4}} \tag{5.2}$$

Jeżeli wprowadzimy średnią śrenicę pręta d_m, to jego opór będzie równy

$$R = \frac{1}{\frac{\lambda\pi d_m^2}{4}} \tag{5.3}$$

Po przyrównaniu do siebie wzór (5.2) i (5.3) otrzymamy

$$d_m = \sqrt{d_1\cdot d_2} \tag{5.4}$$

Co oznacza, że zastępcza średnica jest średnią geometryczną pomiędzy średnicami skrajnymi.

Zakończenie

Analiza układów doprowadzeń prądowych, stosowanych w elektrolizerach aluminium pozwala na przeprowadzenie pewnej klasyfikacji, umożliwiającej uproszczenie obliczenia strat ciepła (z wyłączeniem ciepła Joule'a) na rzecz otoczenia.

Punktem wyjścia była możliwość zastosowania pewnej trasformacji podstawowego elementu, jakim jest pręt oddający ciepło do otoczenia z uwzględnieniem wpływu wnikania ciepła na powierzchni czołowej. Transformacja ta umożliwia kolejne upraszczanie skomplikowanego układu elementów doprowadzających prąd do elektrolizera. Ostatecznie otrzymuje się pewną obliczeniową wartość α_z współczynnika wnikania ciepła, który przyłożony do powierzchni przekroju ostatniego pręta (licząc od strony szyn prądowych) zastępuje cały układ doprowadzający prąd. Określono również wzory ujmujące kryteria podobieństwa: K oraz β. Kryterium K jest miarą stosunku oporu cieplnego przewodzenia pręta do oporu wnikania na powierzchni bocznej. Kryterium β określa wpływ powierzchni czołowej pręta.

W artykule opracowano tabelę (zestawienie 1), w której podstawowe elementy - pręty przewodzące ciepło - podzielono na 3 grupy: pręty krótkie, średnie i długie. W niektórych grupach są możliwe do zastosowania pewnej uproszczenia, które znacznie skracają obliczenia, nie powodując nadmiernie dużych błędów.

Nasuwają się następujące wnioski:

1) Mimo bardzo skomplikowanego kształtu sworzni prądowych łącznie z giętkimi doprowadzeniami umożliwiającymi przesuwanie prętów w masie anodowej - jest możliwe obliczenie strat ciepła na rzecz otoczenia.

2) Obliczenie może być skrócone i uproszczone dla prętów zaliczonych do grupy I i III.

3) Cały układ sworzni prądowych wraz z doprowadzeniami i szynami prądowymi może być sprowadzony do obliczenia wielkości zastępczej α_z współczynnika wnikania ciepła.

Metody zastosowane w artykule umożliwiają obliczenie jednej z pozycji bilansu energetycznego elektrolizerów aluminium.

LITERATURA

[1] Ochęduszko S.: Teoria Maszyn Cieplnych cz. III, Warszawa PWT, 1955.

[2] Około-Kułak W.: Określanie kryteriów podobieństwa za pomocą metody "równań ramowych" Zeszyty Nauk. Politechniki Śląskiej Energetyka z. 4. 1960.

ТЕПЛОВЫЕ ПОТЕРИ В ШТЫРЯХ ЭЛЕКТРОЛИЗЕРОВ АЛЮМИНИЯ

Р е з ю м е

В настоящей работе проведен анализ расчета потерь тепла из электро-подводных штырей в окужающую среду. Рассматрывается 5 отдельных систем, которые встречаются в самых новых конструкциях электролизеров. Выводятся формулы для разных случаев, которые упращают расчет тепловых потерь не нарушая точности расчетов. Стержни разделены на группы, которые дают возможность быстрого определения теплопередачи в окружающую среду.

THE HEAT LOSSES BY ELECTRIC BARS IN ALLUMINIUM ELECTROLYZERS

S u m m a r y

In the paper the methods of determination the heat losses in electric bars are discussed. The 5 different schems, which are very often used in the projects are very often used in the projects are very often used in the projects

of modern electrolyzers. were taken into consideration. The formulas are given, which greatly simplify the calculations of heat losses, not effecting the accuracy of results The electric bars were divided into groups, which is very useful fast calculations of heat losses into surrounding.