ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1987

Seria: GÓRNICTWO z. 159 Nr kol. 932

Lidia PENAR
Henryk PRZYBYŁA
Instytut Organizacji i Ekonomiki Górnictwa
Politechnika Śląska

WYKORZYSTANIE ŁAŃCUCHÓW MARKOWA DO PROGNOZOWANIA CHŁONNOŚCI PRACY W KOPALNI WĘGLA KAMIENNEGO

Streszczenie. Racjonalność decyzji zawartych w planie ruchu kopalni jest uzależniona od ilości i jakości informacji, jakimi dysponuje decydent (zbiorowy lub indywidualny) w okresie przygotowania planu. Znaczących w sensie ilości i jakości informacji mogą i dostarczają prognozy zmiennych istotnych dla prowadzenia kopalni. Gros prac dotyczących prognozowania preferuje metody, w których przedmiotem prognozowania jest jedna zmienna. W praktyce górniczej większość zjawisk wyrażanych przez odpowiednie zmienne jest ze sobą skorelowana lub inaczej, jest powiązana systemem zależności przyczynowo-skutkowych. W takiej sytuacji zachodzi konieczność prognozowania bloku zmiennych współzależnych. Prezentowana w pracy metoda, w której wykorzystuje się w pierwszej kolejności jednorodne, a następnie niejednorodne łańcuchy Markowa, umożliwia prognozowanie zbioru zmiennych współzależnych. Przedmiotem prognozy jest struktura, jaką tworzą zmienne współzależne, a przedmiotem badania są zmiany zachodzące w strukturze w jednostkach czasowych $(t=1,2,\ldots,S)$. Dla jednorodnego łańcucha Markowa określa się prawdopodobieństwa przejścia ze stanu i do stanu j i zakłada się, że prawdopodobieństwa są stałe, niezależne od czasu. Przy niejednorodnym łańcuchu Markowa nie nakłada się żadnego warunku na prawdopodobieństwa przejścia ze stanu i do stanu j. Prezentowana metoda została oprogramowana na ODRĘ 1325, a rozważania teoretyczne uzupełnione są przykładami z zakresu robót przygotowawczych i chłonności pracy na wyróżnionych grupach stanowisk pracy.

1. WPROWADZENIE

Podstawą działania kopalni, tak jak każdej innej jednostki gospodarczej, jest odpowiednio opracowany i zatwierdzony plan. Proces przygotowania planu jest jednym z najbardziej złożonych i trudnych rodzajów działalności intelektualnych, w jaką człowiek może się zaangażować. Stwierdzenie to wynika z faktu, że planowanie jest procesem obejmującym podejmowanie i ocenianie poszczególnych decyzji należących do powiązanego ze sobą zbioru, zanim zajdzie potrzeba działania w sytuacji, w której panuje przekonanie, że bez podjęcia działania nie jest prawdopodobne, aby mogła się urzeczywistnić przyszła sytuacja oraz że przez podjęcie odpowiedniego działania można zwiększyć prawdopodobieństwo uzyskania pomyślnego wyniku [1]. Gospodarka narodowa oczekuje od kopalni określonych ilości i rodzaju węgla. Oczekiwań tych nie sposób by było spełnić np. bez uprzedniego udostępnienia i przygotowania zasobów, bez wyposażenia technicznego i obłożenia wyrobisk wybierkowych. Racjonalność decyzji zawartych w planie jest uzależniona od ilości i jakości informacji, jakimi dysponuje decydent. Znaczących w sensie ilości i jakości informacji mogą dostarczyć prognozy wartości zmiennych o istotnym znaczeniu dla działalności kopalni. W pracy [3] autorzy podkreślają, że prognozować powinniśmy, gdyż należy się umieć dostosować do tego, co nieuchronne lub należy przeciwdziałać, gdy przewidywany przebieg zjawisk bez interwencji decydenta byłby niepożądany lub nawet zgubny. Kopalnie węgla kamiennego schodzą z eksploatacją na coraz większe głębokości, gdzie przeważają pokłady cienkie i często stromo zalegające. W celu stworzenia możliwości wybierania węgla z tych pokładów należy opracować nowe rozwiązania techniczne, dostosować organizację pracy itd. Eksploatacja tych pokładów wymaga wzrostu natężenia robót przygotowawczych i o ile taki nie nastąpi, przygotowany front robót eksploatacyjnych może się okazać niewystarczający do uzyskania planowanego wydobycia.

W pracach traktujących o prognozowaniu gros prezentowanych tam metod dotyczy pojedynczych zjawisk społecznych czy gospodarczych. W praktyce górniczej większość zjawisk jest ze sobą powiązana systemami zależności między innymi i przyczynowo-skutkowymi. Do tego typu zjawisk zaliczyć można chłonność pracy na poszczególnych stanowiskach pracy lub w poszczególnych grupach stanowisk pracy ilość robót przygotowawczych kamiennych, kamienno-węglowych i węglowych itd. System zależności pomiędzy chłonnością pracy w poszczególnych grupach stanowisk pracy prezentowany jest w pracy [2], a wzajemne uzaleznienie ilości robót przygotowawczych kamiennych, kamienno-węglowych i węglowych w pracy [7].

Istnieje zatem potrzeba prognozowania nie tylko pojedynczego zjawiska, lecz także zbioru zjawisk współzależnych. Uważamy, że prezentowana metoda, która została oprogramowana na Odrę 1325, wychodzi naprzeciw temu zapotrzebowaniu. Prezentowane przykłady, w których wykorzystano informacje statystyczne jednej z kopalń Gwarectwa Katowickiego, potwierdzają jej aplikacyjny charakter.

2. OPIS METODY PROGNOZOWANIA [5, 6]

Założmy, że określoną strukturę chłonności pracy tworzy r części składowych ($j = 1 \ldots r$), i że bada się jej zmiany w S jednostkach czasowych (t = 1 ... S). Współczynnik udziału j-tego składnika struktury w ogólnej masie rozpatrywanej struktury zdefiniowano wzorem:

$$Y_j(t) = \frac{Y_i(t)}{\sum_{j=1}^{r} Y_j(t)} \qquad (j = 1,2,\ldots,r, \quad t = 1,2,\ldots)$$

gdzie:

$Y_j(t)$ - oznacza wielkość j-tego składnika struktury w okresie t.

Dysponując pełnymi danymi o składnikach struktury za okres równy S jednostkom czasowym, można zbudować tablicę współczynników struktury w ujęciu dynamicznym. Sądzimy, że w odniesieniu do przedstawionej struktury najwłaściwszym typem procesu stochastycznego jest niejednorodny łańcuch Markowa o skończonej liczbie r stanów, nazywanych w dalszej części opracowania gałęziami, parametr czasowy t procesu (kolejne kwartały) przybiera całkowite nieujemne wartości 0,1,2,...}

Szacowania parametrów takiego niejednorodnego łańcucha Markowa (dla t odnoszącego się zarówno do przeszłości, jak i do przyszłości) proponuje się dokonać na dwóch etapach. Etap pierwszy polega na estymacji parametrów modelu jednorodnego łańcucha Markowa zgodnie z dostępnymi informacjami w przeszłości. Wyniki tej estymacji posłużą na etapie drugim do oszacowania parametrów modelu łańcucha niejednorodnego.

Do oszacowania jednorodnego łańcucha Markowa wykorzystuje się w naszym przypadku r + 2 wektorów o składowych $Y_j(t)$ (j = 1,2,...,r) pochodzących z r + 2 kolejnych jednostek czasu t (kwartałów). Mając zatem dane S takich wektorów, możemy dokonać estymacji parametrów S - r - 1 modeli niejednorodnych łańcuchów Markowa.

2.1. Oszacowanie modelu łańcucha jednorodnego

Model łańcucha jednorodnego ma następującą zwartą postać:

$$Y = XP + U$$

i można go traktować jako wielorównaniowy prosty model ekonometryczny składający się z r równań typu:

$$Y_j = X_j P_j + u_j \qquad (j = 1 \ldots r)$$

gdzie:

$$y_j = \begin{bmatrix} y_j(1) \\ y_j(2) \\ \vdots \\ y_j(T) \end{bmatrix}, \quad X_j = \begin{bmatrix} y_1(0) & y_2(0) & \dots & y_r(0) \\ y_1(1) & y_2(1) & \dots & y_r(1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_1(T-1) & y_2(T-1) & \dots & y_r(T-1) \end{bmatrix},$$

$$p_j = \begin{bmatrix} p_{1j} \\ p_{2j} \\ \vdots \\ p_{rj} \end{bmatrix} \qquad u_j = \begin{bmatrix} u_j(1) \\ u_j(2) \\ \vdots \\ u_j(T) \end{bmatrix}$$

$$y_j(t) = \sum_{i=1}^{r} y_i(t-1)\, p_{ij} + u_j(t) \qquad (j = 1,2,\dots,r,\ t = 1,2,\dots,T).$$

Model musi spełniać następujące warunki:

$$\sum_{j=1}^{r} y_j(t) = 1 \qquad (t = 0,1,\dots,T, \quad T = r+1),$$

$$p_{ij} \geqslant 0 \qquad (i,j = 1,\dots,r),$$

$$\sum_{j=1}^{r} p_{ij} = 1 \qquad (i = 1,\dots,r)$$

oraz czynić zadość założeniom o wartości oczekiwanej zmiennej losowej $u_j(t)$

$$E\left[u_j(t)\right] = 0 \qquad (t = 1,\dots,T)$$

i odpowiednich wariancjach i kowariancjach danych wzorem:

$$E\left[u_i(t) \quad u_j(S)\right] = \begin{cases} w_{ij} & \text{dla } t = S \\ 0 & \text{dla } t \neq S \end{cases} \qquad \begin{matrix} (i,j = 1,2,\dots,r, \\ t,S = 1,\dots,T \end{matrix}$$

Współczynnik p_{ij} oznaczają tzw. prawdopodobieństwa przejścia ze stanu i do stanu j w ciągu jednego kwartału i są niezależne od czasu t. Natomiast model łańcucha niejednorodnego zakłada zmienną prawdopodobieństwa przejścia $p_{ij}(t)$, i w konsekwencji macierze tych prawdopodobieństw są różne dla różnych wartości t.

Oszacowanie modelu łańcucha jednorodnego oznacza estymację wektora p. Wykorzystujemy warunkowy estymator prawdopodobieństw przejścia p_{ij}, gdyż estymator bezwarunkowy nie nakłada żadnych warunków na p_{ij}. Wektor p uzyskuje się w wyniku rozwiązania następującego zadania:

$$\min (y - Xp)^T (y - Xp)$$

przy warunkach

$$Gp = 1$$

$$p \geqslant 0$$

Do rozwiązania tak sformułowanego zadania wykorzystano metodę Hooka Jeevesa 5

gdzie:

$G = 1^T \otimes I$ - macierz o wymiarach $r \times r^2$,

1 - wektor o wymiarach $r \times 1$ złożony z jedynek,

I - macierz jednostkowa stopnia r.

Za pomocą oszacowanej macierzy przejścia P dla łańcucha jednorodnego można wyznaczyć prognozę struktury chłonności dla $t > T$, przy założeniu, że w okresie wykraczającym poza dostępne informacje nie wystąpią zasadnicze zmiany dotychczasowych tendencji. Założenie takie jest do przyjęcia jedynie dla stosunkowo krótkich okresów. W szczególności więc najbardziej uzasadnione jest wyznaczanie za pomocą P prognozy struktury, np. na kwartał $T + 1$; otrzymuje się ją jako strukturę teoretyczną liczoną według wzoru:

$$\tilde{D}(t) = D(t-1)\tilde{P} \qquad (t = 1,2,\ldots,T)$$

$$\tilde{D}_p(T+1) = D(T)\tilde{P}$$

gdzie:

$$D(t) = \left[y_1(t), y_2(t), \ldots, y_r(t)\right] \qquad (t = 0,1,2,\ldots,T)$$

$\tilde{D}_p$ - oznacza prognozę uzyskaną na podstawie założenia o jednorodności łańcucha Markowa.

Odpowiednie prognozy struktury dla następnych okresów oblicza się jako

$$\tilde{D}_p(t) = \tilde{D}_p(t-1)\tilde{P} = D(T)\,.\,\tilde{P}^{t-T} \qquad t > T$$

gdzie:

$\tilde{P}^{t-T}$ - oznacza iloczyn (t-T) i macierzy $\tilde{P}$.

2.2. Estymacja niejednorodnego łańcucha Markowa

Model niejednorodnego łańcucha Markowa można dla naszego problemu zapisać skrótowo:

$$y_j(t) = \sum_{i=1}^{r} y_i(t-1)p_{ij}(t) + u_j(t) \qquad (j = 1,2,\ldots,r \quad r = 1,2,\ldots)$$

Zasadnicza różnica w porównaniu z łańchchem jednorodnym polega na wprowadzeniu zmiennych (względem t) prawdopodobieństw.

Dla wszystkich elementów macierzy przejścia $\tilde{P}_k$ poza elementami z ostatniej kolumny budujemy model tendencji rozwojowej:

$$\tilde{P}_{ij}^{(k)} = g_{ij}\left[f_{ij}(k),\ \xi k\right] \qquad (k = 1,2,\ldots,S-r-1)\ (i = 1,2,\ldots,r)$$
$$(j = 1,2,\ldots,r-1)$$

gdzie:

$f_{ij}(k)$ - oznacza funkcję trendu o dowolnej postaci analitycznej,

ξ_k - jest składnikiem losowym modelu,

g_{ij} - określa rodzaj powiązania między $f_{ij}(k)$ oraz ξ_k.

Wybór rodzaju funkcji trendu f_{ij} zależy od obrazu graficznego punktów: $\tilde{P}_{ij}(k)$ $(k = 1,2,\ldots,S-r-1)$. W przypadku prognozowania chłonności pracy wybrano funkcję hiperboliczną, przy prognozowaniu ilości robót przygotowawczych funkcję wielomianową.

Po oszacowaniu modelu określamy elementy macierzy przejścia P(t) dla niejednorodnego łańcucha Markowa jako:

$$p_{ij}(T+k) = \hat{f}_{ij}(k) \qquad (k = 1,\ldots,S-T,\ldots)$$
$$(i = 1,2,\ldots,r)$$
$$(j = 1,2,\ldots,r-1)$$

gdzie:

$T = r + 1$

oraz

$$p_{ir}(t) = 1 - \sum_{j=1}^{r-1} p_{ij}(t) \qquad (t = T+1, T+2, \ldots, S, \ldots)$$

Zgodnie z zasadą przyjętą dla przypadku łańcucha jednorodnego prognozę $D_p(t)$ struktury chłonności w roku $t > S-1$ obliczamy jako

$$D_p(S) = D(S-1)P_{S-r-1}$$

Wykorzystanie chłonności pracy ma jeszcze i tę zaletę, że umożliwi określenie potrzeb kadrowych z uwzględnieniem kwalifikacji związanych przecież ściśle ze stanowiskami pracy.

Kolejne etapy wyznaczania wielkości prognozowanych przedstawiono na rys. 1. W tabelach 1 i 2 przedstawiono dane wejściowe i wielkości prognozowane. W tabeli 1 przedstawiono chłonność pracy, a w tabeli 2 - ilość robót przygotowawczych.

Przy wyznaczaniu prognoz metodami matematyczno-statystycznymi istotne znaczenie ma kwestia określenia rzędu dokładności predykcji. Przyjmując założenie, że błędy prognoz struktury tworzą (jak i same prognozy) niejednorodny łańcuch Markowa, do ich wyznaczania stosujemy następujący tok postępowania:

1. Obliczamy prognozy struktury dla okresów $T+1, T+2, \ldots, S-1$ za pomocą wektorów $D(t)$ z okresów poprzedzających oraz macierzy $\tilde{P}_k$ przyporządkowanych do danych okresów.

Obliczamy zatem $S-r-2$ prognoz struktury postaci:

$$\tilde{D}_p(T+k) = D(T+k-1) \cdot \tilde{P}_k \qquad (k = 1, 2, \ldots, S-T-1)$$

gdzie:

D_p - prognoza struktury,

D - struktura rzeczywista.

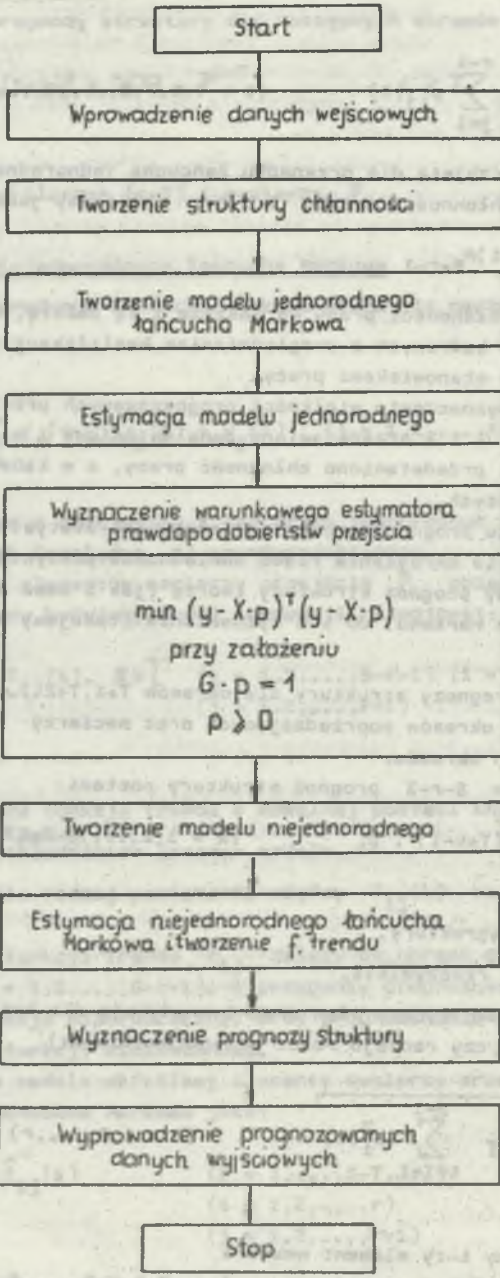
2. Wyznaczamy empiryczny błąd średni predykcji dla każdej "gałęzi" (stanowiska pracy czy rodzaju robót przygotowawczych)

$$C_i = \sqrt{\frac{1}{S-T-1} \sum_{t=T+1}^{S-1} e_i^2(t)} \qquad (i = 1, 2, \ldots, r)$$

gdzie:

$e_i(t)$ - oznaczy i-ty element wektora
$e(t) = \tilde{D}_p(t) - D(t) \qquad (t = T+1, T+2, \ldots, S-1)$

C_i - określa przeciętne odchylenie prognoz od realizacji w okresach $T+1, T+2, \ldots, S-1$.



Rys. 1. Graficzna interpretacja metody pracy
Fig. 1. Grafic interpretation of a work method

Tabela 1

Zestawienie danych wejściowych i wielkości prognozowanych chłonności pracy

Lp	Nazwa	Dane wejściowe												Wielkości prognozowane						
		t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8	t=9	t=1o	t=11	t=12		t=13	t=14	t=15	t=16	t=17	t=18
1	Robotnicy na dole													udziały	o,269	o,2695	o,2697	o,2697	o,2696	o,2699
		3159	3138	3135	3122	3o91	3o45	2992	2942	29o4	2888	2893	2926	błędy	o,ooo5	o,oo48	o,oo46	o,ooo1	o,ooo4	o,oo7
														wielkości prognozowane	3189	3160	3155	3135	3o95	3o42
2	Pracownicy inżynieryjno-techniczni													udziały	o,o334	o,o333	o,o334	o,o336	o,o333	o,o335
		399	396	398	397	391	38o	365	353	341	334	334	34o	błędy	o,ooo5	o,ooo2	o,oo94	o,ooo8	o,oo1	o,oo76
														wielkości prognozowane	396	391	39o	388	384	376
3	Robotnicy grupa przemysłowa													udziały	o,2956	o,2947	o,2944	o,2941	o,2942	o,2935
		3462	3446	3430	3413	3363	3311	3249	3193	3154	3130	3140	318o	błędy	o,oo46	o,o2o3	o,o138	o,ooo1	o,o176	o,oo42
														wielkości prognozowane	35o3	3458	3444	3419	3377	33o9
4	Razem powierzchnia													udziały	o,o6o3	o,o6o5	o,o6o6	o,o6o8	o,o61o	o,o6o4
		771	737	722	7o7	699	669	648	63o	617	612	614	624	błędy	o,ooo1	o,ooo8	o,oo22	o,oo18	o,oo14	o,oo24
														wielkości prognozowane	714	71o	7o8	7o3	692	681
5	Ogółem grupa przemysłowa													udziały	o,3417	o,3419	o,3421	o,3423	o,3425	o,3426
		4o61	4o16	4oo7	3984	3935	3864	3781	37o2	3643	3615	3625	3668	błędy	o,ooo4	o,oo93	o,oo47	o,ooo1	o,oo33	o,oo41
														wielkości prognozowane	4o5o	4o11	4oo2	3979	3931	3862

Tabela 2

Zestawienie danych wejściowych i wielkości prognozowanych ilości robót przygotowawczych /m/

Rodzaje robót / Okres	Dane wejściowe												Wielkości prognozowane						
	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8	t=9	t=1o	t=11	t=12		t=13	t=14	t=15	t=16	t=17	t=18
Kamienne /m/	361	332	211	145	247	263	133	62	112	130	197	145	udziały	o,1299	o,1271	o,o743	o,o861	o,1o50	o,1o98
													błędy	o,ooo1	o,ooo3	o,oo21	o,ooo1	o,ooo5	o,oo1
													ilości robót	257	26o	161	176	22o	227
Kamienno-węglowe /m/	790	764	1540	1o34	93o	89o	1115	1143	14o3	1349	1132	1126	udziały	o,5357	o,5350	o,5064	o,5694	o,5546	o,5517
													błędy	o,oo13	o,ooo3	o,ooo9	o,o16	o,oo6	o,o157
													ilości robót	1o6o	1o96	1271	1164	1153	1141
Węglowe /m/	819	949	458	867	9o3	916	732	847	458	34o	513	179	udziały	o,3343	o,3371	o,3393	o,3445	o,3396	o,3306
													błędy	o,oo11	o,ooo1	o,ooo2	o,o166	o,o1o1	o,oo85
													ilości robót	661	689	736	7o4	7o6	677

3. ZAKOŃCZENIE

Wprowadzenie do kopalń postępu techniczno-organizacyjnego oraz zmiana warunków wybierania są zasadniczymi przyczynami zmian ilościowo-jakościowych między innymi w stanie załogi i robotach korytarzowych. W kopalniach o ustabilizowanym wydobyciu są to najczęściej zmiany typu jakościowego. W kopalniach rozwojowych i zanikowych obserwuje się zarówno zmiany jakościowe, jak i ilościowe. W celu sprawnego funkcjonowania kopalni konieczne jest odpowiednio wczesne rozpoznanie kierunków i rozmiarów tych zmian, tak aby dostosować do nich np. proces szkolenia załogi czy też wyposażenie techniczne. Zmiany ilościowo-jakościowe, o których mowa w opracowaniu, mogą być dobrze opisane za pomocą niejednorodnych łańcuchów Markowa. W zależności od konkretnych potrzeb kopalni można ustalić horyzont prognozy oraz określić, jakich zmian należy oczekiwać w przyjętym horyzoncie. Potwierdzeniem tego są zawarte przykłady opracowane na podstawie informacji z konkretnej kopalni węgla kamiennego.

LITERATURA

1. Ackoff R.L.: Zasady planowania w korporacjach. PWE, Warszawa 1973.
2. Czabanka J., Przybyła H.: Struktura chłonności pracy i jej wzajemne uwarunkowania. ZN Pol. Śl., Seria Górnictwo z. 107, Gliwice 1981.
3. Czerwiński Z., Guzik B.: Prognozowanie ekonometryczne. PWE, Warszawa 1980.
4. Czerwiński Z.: Prognoza i plan. "Ekonomista" 1975, nr 1.
5. Findaisen W., Szymanowski J.: Wierzbicki A.: Teoria i metody obliczeniowe optymalizacji. PWE, Warszawa 1977.
6. Gruszczyński M., Koźniewska I.: Wykorzystanie łańcuchów Markowa do prognozowania zmian w strukturze produkcji przemysłowej. "Przegląd Statystyczny" 1975, nr 1.
7. Kozdrój M., Przybyła H.: Metody matematyczne w organizacji produkcji górniczej (w druku).
8. Przybyła J.: Projektowanie układów techniczno-organizacyjnych odnowy frontu eksploatacyjnego w KWK (praca niepublikowana).

Recenzent: Doc. dr hab. inż. Jan STACHOWICZ

Wpłynęło do Redakcji w lutym 1987 r.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЦЕПИ МАРКОВА ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ТРУДОЁМКОСТИ В УГОЛЬНЫХ ШАХТАХ

Р е з ю м е

Рациональность решений,заключённых в плане работ шахты, зависит от количества и качества информаций, которые имеет руководитель в период подготовки плана. Значительные информации, как в смысле качества, так и количества, поставляют прогнозы переменных, важных для работы шахты. В большинстве работ по прогнозированию предпочтение отдаётся методам, в которых предметом прогнозирования является одна переменная. В горной практике большинство явлений, выраженных соответствующей переменной, связаны между собой системой причинно-следственных зависимостей. В этой ситуации необходимым является прогнозирование блока взаимозависимых переменных.

Представленный в работе метод, в котором используются в первую очередь однородные, а затем неоднородные цепи Маркова, даёт возможность прогнозирования множества взаимозаменяемых переменных.

Предмет прогнозирования - это структура, которую составляют взаимозависимые переменные, а предметом исследования являются изменения, происходящие в структуре в единицы времени / t = I,2,..

Для однородной цепи Маркова определяются вероятности перехода из состояния i в состояние j и принимается, что вероятности постоянны и не зависят от времени. Для неоднородной цепи Маркова не существует никаких условий перехода из состояния i в востояние j.

Представленный метод запрограммирован для ЭВМ ОДРА I305, а теоретические рассуждения проиллюстрированы примерами из области подготовительных работ и трудоёмкости в избранных рабочих группах.

APPLICATION OF MARKOW CHAINS TO PREDICT THE LABOUR CONSUMPTION IN COAL MINES

S u m m a r y

Rationality of decisions making up a plan of a mines activity is dependent on the quantily and quality of information available while planning.

This information is provided for by prognosis of variables essential for the management of a mine. The most preferable methods used in predicting are those whose subject is one variable. In mining, most phenomena expressed by proper variables are correlated to one another, in other wards, they are connected by the system of cause-effect relations. Thus

it is necessary to predict a block interdependent variables, and the method presented in the paper, using homogeneous heterogeneous Markow chains, makes such a prognosis possible.

The subject of a prognosis is a structure consisting of interdependent variables, whereas the subject of studies are the changes occuring within the structure at time units (t = 1,2,...,s).

For a homogenous Markow chain probabilities of transition from the i-state into the j-state are determined, the probabilities being time-independent.

With a heterogenous Markow chain, probabilities of transition from the i-state into the j-state are non-conditioned.

The presented method has been programmed for 1325 ODRA, the teoretical considerations being supplemented with examples of preparatory works and those concerning the work absorptivity at distinquished working posts.