ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1987

Seria: GÓRNICTWO z. 159 Nr kol. 932

Anna KIJEWSKA

Instytut Organizacji i Ekonomiki Górnictwa

Politechnika Śląska

ENTROPIA JAKO MIARA STABILNOSCI SYSTEMU SIŁY ROBOCZEJ

Streszczenie. W artykule przedstawiono możliwość zastosowania pojęcia entropii jako środka do porównywania stabilności załogi w różnych oddziałach wybranej kopalni węgla kamiennego oraz jako środka kontroli zmian zachodzących w określonym przedziale czasu w rozkładzie stażu pracy pracowników dołowych. Zebrano za okres 5-letni dane o pracownikach i ich stażu, zatrudnionych w oddziałach wydobywczych, elektrycznych, mechanicznych, przewozowych i przygotowawczych. Na podstawie tych danych oszacowano prawdopodobieństwa posiadania przez pracowników określonego stażu pracy w stanie ustalonym stosując model przejściowy. Obliczając entropię dla poszczególnych przedziałów stażowych wybranych oddziałów otrzymano obraz stabilności załogi. Ponadto, obliczając entropie dla każdego badanego roku uzyskano wskaźniki pokazujące rozwój stabilności w dalszych latach działalności kopalni. Wyniki obliczeń przedstawiono w postaci tabel. Sformułowano wnioski szczegółowe dotyczące badanej kopalni i badanego przedziału czasowego oraz zaproponowano sposób i możliwości dalszego wykorzystania tego modelu.

1. WSTĘP

Jednym z poważniejszych problemów występujących w przemyśle jest fluktuacja. Kopalnie węgla kamiennego charakteryzują się szczególnie wysokim wskaźnikiem fluktuacji, a biorąc pod uwagę tysiące zatrudnionych pracowników na kopalni, jest zrozumiałe, że powoduje to bardzo duże utrudnienie prawidłowego i rytmicznego przebiegu pracy, tzn. wydobycia węgla. Kopalnie mają trudności z naborem nowych pracowników w miejsce tych, którzy często nawet po miesiącu porzucili pracę.

Pomimo stwierdzonych negatywnych skutków płynności załogi w zakładach pracy, w tym i w kopalniach, od wielu lat nie widać poprawy. Wielu autorów próbuje znaleźć rozwiązanie mniej lub bardziej naukowymi metodami, ale kiedy mamy do czynienia z czynnikiem ludzkim, nie jest to proste. Najczęściej mówiąc o fluktuacji podaje się różnego rodzaju wskaźniki, które pozwalają określić rozmiary tego zjawiska. Na przykład, w przemyśle węglowym prowadzi się statystykę zatrudnienia, absencji i zwolnień [5] dla każdej kopalni. Obejmuje jednak ona kopalnie globalnie, bez rozbicia na poszczególne oddziały, zawody czy staż pracowników. Statystyka ta uwzględnia jedynie przyczyny zwolnień. Wydaje się, że istotna jest możliwość oceny stabilności załogi

kopalni pod względem stażu pracy i w rozbiciu na poszczególne oddziały. Taka ocena pozwoliłaby na racjonalną gospodarkę kadrami, porównanie stabilności załogi w poszczególnych oddziałach i wyciągnięcie wniosków oraz zaplanowanie zapotrzebowania na siłę roboczą w przyszłych latach. W pracy [2] przedstawiono możliwość wykorzystania pojęcia entropii do określenia stabilności załogi wybranej kopalni.

2. ENTROPIA ZMIENNEJ LOSOWEJ

Niech X będzie zmienną losową dyskretną przyjmującą wartości x_k dla $k = 1,2,\ldots,l$. Entropię $H(\underline{X})$ zmiennej losowej $\underline{X}$ definiuje się wzorem:

$$H(\underline{X}) = \sum_{k=1}^{l} \left[-\log P(\underline{X} = x_k)\right] \cdot P(\underline{X} = x_k) \tag{1}$$

Z tej definicji wynika, że entropia $H(\underline{X})$ zależy wyłącznie od prawdopodobieństw, nie zależy natomiast od samych wartości x_k. Tak więc, dwie zmienne losowe przyjmujące różne wartości, jednak z odpowiednio jednakowymi prawdopodobieństwami, mają jednakowe entropie. W szczególności pomnożenie zmiennej losowej przez dowolną liczbę różną od zera nie zmienia entropii. Entropię można definiować przyjmując różne podstawy logarytmu, np. dwa. W teorii informacji przyjmuje się taką podstawę ze względu na pewną wygodę obliczeniową przy analizie np. łączy pracujących w systemie binarnym.

Ponieważ $0 \leqslant P(\underline{X} = x_k) \leqslant 1$, wobec tego $\log P(\underline{X} = x_k) \leqslant 0$, dla $k = 1,2,\ldots,l$. Zatem w sumie (1) występują jedynie składniki nieujemne, czyli entropia zmiennej losowej dyskretnej

$$H(\underline{X}) \geqslant 0 \tag{2}$$

jest nieujemna. Entropia jest równa zeru, jeżeli zerują się jednocześnie wszystkie składniki sumy występującej w definicji. Jest to możliwe jedynie wówczas, gdy jedna z wartości zmiennej losowej występuje z prawdopodobieństwem równym 1, wartości zaś pozostałe występują z prawdopodobieństwami równymi 0. Jest to sytuacja, w której nie istnieje żadna niepewność odnośnie do tego, jaką wartość przyjmuje zmienna losowa. Opisana właściwość entropii jest zgodna z interpretacją entropii jako miernika niepewności przewidywania wartości, jaką przyjmie zmienna losowa.

Opierając się na interpretacji entropii jako pewnej miary niepewności, możemy spodziewać się, że entropia osiąga maksimum wówczas, gdy wszystkie wartości x_k $(k = 1,2,\ldots,k)$ są jednakowo prawdopodobne. Jest tak rzeczywiście; entropia ma jedno maksimum i osiąga je dla zmiennej dyskretnej o rozkładzie równomiernym, tzn., gdy:

$$P(\underline{X} = x_1) = P(\underline{X} = x_2) = \ldots = P(\underline{X} = x_l) = \frac{1}{l} \tag{3}$$

Podstawiając powyższe prawdopodobieństwa do (1) otrzymamy, że wartość maksymalna entropii wynosi:

$$H_{max} = \log l \tag{4}$$

3. MIARA ROZKŁADU STAŻU PRACY

W teorii komunikacji i w naukach fizycznych entropia jest miarą stopnia nieuporządkowania, niepewności bądź losowości w systemie. Można zastosować zatem entropię jako miarę zmienności rozkładu różnych klas wiekowych.

Rozważmy rozkład długości stażu pracy wewnątrz jakiejś organizacji. Niestabilność stażów pracy może powodować duże szkody, o których już wcześniej pisałam. Jeżeli w systemie powstaną duże wahania rozkładu stażu pracy, trzeba będzie wielu lat, ażeby tę sytuację unormować. Istotne jest zatem, aby skwantyfikować ten problem i stworzyć środki porównania rozkładu w różnych systemach lub w systemie w ciągu pewnego okresu. Można wtedy przewidzieć rozwój niekorzystnych zjawisk i podjąć środki zaradcze. Proponuję stosować entropię jako miarę stabilności rozkładu stażu.

Stabilność systemu można interpretować dwojako: po pierwsze - aby otrzymać wskaźnik, który umożliwi porównania różnych systemów, trzeba usunąć ewentualne przyczyny aktualnej długości struktury stażu pewnej organizacji. Tak np. kopalnia ma bardzo dużo pracowników o niskim stażu pracy, gdyż została dopiero zbudowana; po drugie - odnosimy się do bazy porównań między poszczególnymi latami, co umożliwia sterowanie stabilnością konkretnej kopalni w określonych punktach czasu.

Otrzymujemy przeto dwie metody obliczania H (entropii) odpowiadające dwom różnym sposobom pomiaru stabilności. Dla pierwszej metody stosujemy model przejściowy, aby obliczyć prawdopodobieństwa dla każdej długości stażu w stanie ustalonym. To podejście stosowania rozkładu w stanie ustalonym, aby usunąć wpływ trendów krótkoterminowych, zastosował D.J. Bartholomew [1] do obliczania wskaźników zmian siły roboczej. Dla dyskretnej skończonej próby $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}$ i prawdopodobieństw $P_i = P(\omega_i)$ $i=1,\ldots,l$, H podana jest za pomocą wzoru

$$H = -K \sum_{i=1}^{l} P_i \log P_i \qquad K = \text{const} \tag{5}$$

Jest to miara stopnia losowości systemu. Dla danej kopalni (oddziału) określa się profil stażu jako proporcję załogi w każdej klasie długości stażu,

np. frakcja załogi o stażu pracy od 0-1 roku, 1-2 lat etc. Przedstawiamy przejścia z jednego roku do następnego za pomocą macierzy przejść w sposób następujący: Niech $n(t)$ będzie wektorem średniej liczby załogi w każdej klasie długości stażu pracy w roku t, p_i - prawdopodobieństwem dojścia z i do $i+1$ lat pracy, a λ - roczną prędkością wzrostu. Wtedy $n(t+1) = Q\,n(t)$

$$Q = \begin{bmatrix} 1+\lambda-p_o & 1+\lambda-p_1 & 1+\lambda-p_2 \cdots \\ p_o & 0 & 0 \\ 0 & p_1 & 0 \\ 0 & 0 & p_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \tag{6}$$

Średnia proporcja każdej klasy stażu w stanie ustalonym podana jest przeto przez wektor wartości własnych Q, odpowiadający wartości własnej $1+\lambda$ i otrzymamy z równania rekurencyjnego

$$p_{k+1} = \frac{p_k\,p_k}{1+\lambda} \qquad k = 1,2,\ldots,l-1 \tag{7}$$

$$\sum_{i=1}^{l} p_i = 1, \quad l \text{ - liczba wszystkich klas stażu} \tag{8}$$

Prawdopodobieństwo posiadania długości stażu "i" w stanie ustalonym wynosi

$$p_i = \frac{\prod_{k=1}^{i} p_k}{\sum_{i=1}^{l} \prod_{k=1}^{i} p_k} \qquad i = 1,\ldots,l \tag{9}$$

W tym przypadku, ponieważ p_i są prawdopodobieństwami, $\lambda \geqslant 0$ i $p_{i+1} = \frac{p_i\,p_i}{1+\lambda}$ mamy

$$p_1 \geqslant p_2 \geqslant \ldots \geqslant p_l \tag{10}$$

tj. długość klas stażu tworzy strukturę piramidy.

Także, ponieważ $0 \leqslant P_i \leqslant 1$, $i = 1,\ldots,l$

$$0 \leqslant -\sum P_i \log P_i \leqslant \log l$$

Zatem, jeżeli określimy

$$K = \frac{1}{\log l} \quad \text{i} \quad H = \frac{-\sum_{i=1}^{l} P_i \log P_i}{\log l}$$

otrzymujemy, że $0 \leqslant H \leqslant 1$ (11)

Jak już w pkt. 2 wykazałam, dolna granica H (tj. $H = 0$) jest osiągnięta, gdy $P_1 = 1$, $P_2 = P_3 = \ldots = P_l = 0$ i przedstawia sytuację, kiedy wszyscy członkowie załogi są nowo przyjętymi i zawsze zwalniają się po roku pracy. Górna granica H (tj. $H = 1$) osiągnięta jest, kiedy $P_1 = P_2 = \ldots = P_l = 1/l$, tj. wtedy, gdy istnieje równy rozkład stażu (doświadczenia) w całej kopalni (oddziale).

Jeżeli niemożliwe jest oszacowanie wszystkich p_i z danych, np. w nowej firmie, w której nie ma jeszcze załogi o dużej liczbie lat pracy - możliwe jest estymowanie pierwszych paru p_i, a potem ekstrapolacja dalszych p_i. Realizuje się to stosując skończony rozkład stażu pracy, taki jak rozkład logarytmiczno-normalny (lognormal), o którym wiemy, że zapewnia dobrą zgodność dla danych dotyczących odejść z zakładu pracy [4].

Powyżej przedstawiono możliwość obliczenia stabilności dla stanu ustalonego. Druga metoda ocenia entropię systemu dla każdego roku, dla którego dane są osiągane i stosuje się ją jako wskaźnik trendów w organizacji (kopalni). Możemy zatem stosować H jako czujnik wykrywający rozwój możliwych problemów sukcesji (zastępstwa), który charakteryzuje się stałym spadkiem H w miarę, gdy profil stażu staje się mniej stabilny. W tym przypadku znamy dla konkretnego roku proporcje załogi p_i w klasie stażu i $(i=1,\ldots,l)$ i H podana jest jako

$$H = \frac{-\sum_{i=1}^{l} p_i \log p_i}{\log l} \tag{12}$$

4. ANALIZA STABILNOŚCI ZAŁOGI KWK

Zgodnie z powyższym przeprowadzono analizę stabilności załogi wybranej kopalni w rozbiciu na pięć oddziałów. Są to oddziały wydobywcze, elektryczne, mechaniczne, przewozowe i przygotowawcze. Zebrałam dane o zatrudnieniu pracowników w minionych 5 latach w zależności od stażu pracy. Dało to możliwość obliczenia poszukiwanych prawdopodobieństw posiadania określonego stażu pracy w stanie ustalonym. Obliczenia zostały wykonane na m.c. ODRA 1325 w Instytucie Organizacji i Ekonomiki Górnictwa Politechniki Śląskiej zgodnie ze schematem blokowym i programem zamieszczonym w pracy [2]. Wyniki przedstawiono w tabelach 1 i 2.

Tabela 1

Entropia stabilności załogi L-tego oddziału

Lata	Oddziały				
	wydobywczy	elektryczny	mechaniczny	przewozowy	przygotowawczy
1978	0,8301	0,7667	0,8213	0,7921	0,8134
1979	0,8316	0,7741	0,8460	0,8060	0,8209
1980	0,8461	0,7968	0,8780	0,8237	0,8525
1981	0,8659	0,8185	0,8987	0,8600	0,8798
1982	0,8806	0,8248	0,9147	0,7977	0,8884
1983	0,9045	0,8586	0,9317	0,8578	0,9109

Tabela 2

Rozkład stażu i entropii stabilności załogi na dzień 1.01.1983

Lata	Oddziały				
	wydobywczy	elektryczny	mechaniczny	przewozowy	przygotowawczy
1	2	3	4	5	6
0-1 lat	6,48%	6,46%	4,89%	16,62%	9,15%
1-2 lat	10,37%	12,76%	4,57%	13,72%	8,46%
2-3 lat	9,26%	10,11%	3,79%	4,88%	7,43%
3-4 lat	7,96%	9,09%	3,47%	6,55%	6,39%
4-5 lat	9,07%	11,35%	7,49%	8,38%	11,23%
5-6 lat	5,74%	9,36%	5,91%	5,18%	4,84%
6-7 lat	5,00%	6,21%	6,15%	5,79%	3,45%
7-8 lat	4,44%	5,05%	2,29%	5,49%	2,94%
8-9 lat	3,52%	3,31%	3,23%	2,74%	1,90%
9-10 lat	2,22%	1,49%	2,13%	3,20%	2,07%
10-11 lat	3,15%	1,82%	2,68%	2,90%	3,80%
11-12 lat	4,63%	1,74%	4,81%	3,81%	4,32%
12-13 lat	2,78%	2,49%	3,86%	3,05%	3,45%
13-14 lat	3,70%	2,82%	6,15%	2,29%	3,63%

cd. tabeli 2

1	2	3	4	5	6
14-15 lat	1,85%	0,83%	4,18%	1,52%	2,59%
15-16 lat	2,41%	1,66%	3,71%	0,76%	3,45%
16-17 lat	3,70%	1,82%	2,60%	1,07%	2,07%
17-18 lat	1,67%	1,16%	4,34%	2,74%	3,28%
18-19 lat	3,15%	1,82%	4,57%	1,52%	3,45%
19-20 lat	2,96%	3,73%	6,47%	3,51%	3,80%
20-21 lat	1,48%	1,74%	5,91%	0,76%	3,63%
21-22 lat	4,44%	2,49%	6,78%	3,51%	4,66%
22-23 lat	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
23-24 lat	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
24-25 lat	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Entropia	0,9045	0,8586	0,9317	0,8578	0,9109

Z tabeli 1 wynika, że w ciągu badanych 5 lat sytuacja z roku na rok poprawiała się, bowiem entropia rosła, tzn. rozkład stażu pracy stawał się coraz bardziej równomierny. Dotyczy to głównie oddziałów wydobywczych, elektrycznych, mechanicznych i przygotowawczych. Najlepsza jest sytuacja na oddziale mechanicznym, gdzie występuje najwyższa entropia H = 0,9317. Oznacza to, że na tym oddziale jest najbardziej równomierny rozkład stażu. Potwierdza to tabela 2, w której przedstawiono rozkład stażu pracowników. Widać, że w oddziałach mechanicznych procentowo liczba pracowników w poszczególnych grupach stażowych zawiera się między 2,13% a 7,49%, natomiast nie pracują w tych oddziałach pracownicy o stażu większym niż 21 lat. Najgorzej przedstawia się sytuacja na oddziale przewozowym, gdzie wartość entropii w badanych latach skacze i w roku 1983 wynosi H = 0,8578. Potwierdza to rozkład stażu, gdzie jak widać, największy procent stanowią pracownicy o stażu mniejszym niż 1 rok lub równym mu i wynosi 16,62% oraz o stażu od 1 do 2 lat - 13,72%. Dalej ten procent jest coraz mniejszy i w grupie stażowej 15 do 16 lat oraz 20 do 21 lat wynosi 0,76%. Jest to sytuacja niewłaściwa, świadczy o dużej fluktuacji i konieczności przyjmowania ciągle nowych pracowników. Na oddziałach przewozowych pracuje większość robotników niewykwalifikowanych - ładowaczy, a wśród takich właśnie pracowników występuje największa fluktuacja. Na oddziałach elektrycznych wprawdzie entropia z roku na rok sukcesywnie rośnie, jest jednak ciągle zbyt niska, bo wynosi H = 0,8586. Znajduje to odbicie w rozkładzie stażu pracowników, bowiem najwyższy procent pracowników występuje w klasie stażowej 1 do 2 lat i wynosi 12,76% oraz w klasie 4 do 5 lat - 11,35%. Z rozkładu tego widać, że w nie zmienionych warunkach sytuacja unormuje się dopiero za parę lat.

5. PODSUMOWANIE

Entropia pozwala stwierdzić, na ile w danym zakładzie bądź oddziale sytuacja kadrowa jest ustabilizowana, a ilustrowana dodatkowo rozkładem stażu - pozwala stwierdzić jak długie będzie oczekiwanie na wyrównanie liczebności pracowników w poszczególnych grupach stażowych. Jednakże zastosowanie tego modelu wymaga zbierania danych o pracownikach i ich ruchu na bieżąco oraz przechowywania tych informacji na taśmach bądź dyskach magnetycznych. Przy powszechnym wprowadzaniu komputeryzacji nie powinno to nastręczać większych trudności, a zyski z możliwości oceny stabilności załogi i podjęcia we właściwym czasie środków zaradczych są na tyle duże, że warto tę procedurę stosować na wszystkich kopalniach.

LITERATURA

1. Bartholomew D.J.: The Statistical Approach to Manpower Planning. "The Statistician", 1971, v. 20, nr 1.
2. Kijewska A.: Model symulacyjny racjonalizacji struktury zatrudnienia w kopalni węgla kamiennego. Praca doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice 1984.
3. McClean S., Abodunde T.: Entropy as a Measure of Stability in a Manpower System. "Journal of the Operational Research Society", 1978, vol. 29, nr 9.
4. Young A., Almond G.: Predicting Distributions of Staff. "Computing Journal", 1961, nr 3.
5. Statystyka zatrudnienia i płac kopalni zasadniczej MG-SZPK 1978. Min. Górn., Katowice 1982.

Recenzent: Doc. dr hab. inż. Jan Stachowicz

Wpłynęło do Redakcji w lutym 1987 r.

ЭНТРОПИЯ КАК МЕРА СТАБИЛЬНОСТИ СИСТЕМЫ РАБОЧЕЙ СИЛЫ

Р е з ю м е

В работе представлена возможность применения понятия энтропии как способа для сравнения стабильности коллектива на разных отделах выбранной угольной шахты, а также как способа контроля изменений, происходящих в определённые отрезки времени в распределении трудового стажа подземных работников. В течении 5-ти лет собраны данные о стаже и самих работниках, работающих в эксплуатационных, электричео-

ких, механических, транспортных и подготовительных отделах. На основе этих данных оценена вероятность обладания работниками определённого трудового стажа в определённом состоянии, применяя промежуточную модель. Рассчитывая энтропию для отдельных отрезков стажа выбранных отделов, получена картина стабильности коллектива. Кроме этого, при расчёте энтропии для каждого исследуемого года, получены показатели развития стабильности для последующих лет работы шахты. Результаты расчётов представлены в виде таблиц. Сформулированны всесторонние предложения, относящиеся к исследуемой шахте и исследуемому отрезку времени, а также предложен способ и возможности дальнейшего использования этой модели.

ENTROPY AS THE STABILITY MEASURE OF A MANPOWER SYSTEM

S u m m a r y

The paper presents the possibility of a concept of entropy being used to compare the stability of a coal-mine crew at different divisions of a chosen mine, and to control changes proceding in the period of service of the miners at a defined time interval. Data about the miners and periods of their service in winning, electrical, mechanical, transport and preparation plants within 5 years period have been collected.

On the basis of this data the probability of a defined service period of the workers in the stable condition has been estimated, using a transitory model. By calculating the entropy for particular service periods at a chosen division, a picture of the crew's stability has been obtained.

Moreover, calculating entropies for each year under studies. Stability development indieces in future activity of the mine have been also obtained. The results of calculations have been put into tables. Detailed conclusions regarding the mine and the time interval have been formulated, and the possible way of furher use the model has been suggested.