

Michał Palacz

**Mathematical modelling of transcritical fluid flow
inside a two-phase ejector for refrigeration systems**

Streszczenie rozprawy doktorskiej

Wydział Inżynierii Środowiska i Energetyki
Politechnika Śląska
Gliwice, Polska, 2017



Autor:

mgr inż. Michał Palacz
Politechnika Śląska
Wydział Inżynierii Środowiska i Energetyki
Instytut Techniki Ciepłej
Konarskiego 22
44-100 Gliwice, Polska
e-mail: *michal.palacz@polsl.pl*

Promotor:

Dr hab. inż. Jacek Smółka, prof. nzw. w Pol. Śl.
Politechnika Śląska
Wydział Inżynierii Środowiska i Energetyki
Instytut Techniki Ciepłej
Konarskiego 22
44-100 Gliwice, Polska
e-mail: *jacek.smolka@polsl.pl*

Polski tytuł pracy:

Modelowanie matematyczne transkrytycznego przepływu płynu przez dwufazowy eżektor przeznaczony do układów chłodniczych

Recenzenci:

Prof. dr hab. inż. Andrzej Bogusławski
Politechnika Częstochowska
Częstochowa, Polska
e-mail: *abogus@imc.pcz.czest.pl*

Prof. dr hab. inż. Dariusz Butrymowicz
Politechnika Białostocka
Białystok, Polska
e-mail: *d.butrymowicz@pb.edu.pl*

Podziękowania

W pierwszej kolejności chciałbym podziękować promotorowi Jackowi Smołce za wszelką pomoc i wsparcie w czasie studiów doktoranckich. Jestem szczególnie wdzięczny za poświęcony czas oraz doskonałe pomysły, które spowodowały, że okres doktoratu był dla mnie bardzo produktywny.

Chciałbym również podziękować prof. Andrzejowi J. Nowakowi za wsparcie w pierwszym roku doktoratu. Dziękuję również za umożliwienie mi pracy w dwóch międzynarodowych projektach badawczych w tematyce chłodniczej.

Pragnę również podziękować zespołowi projektów *Multijet* oraz *SuperSmartRack*, a szczególnie Zbigniewowi Bulińskiemu i Adamowi Ficowi za dzielenie się swoją wiedzą oraz wieloletnim doświadczeniem badawczym. Dziękuję także Michałowi Haidzie za współpracę związaną z wykonywaniem zadań obliczeniowych w ramach dwóch wspomnianych projektów.

Jestem też bardzo wdzięczny A. Hafnerowi (NTNU Trodnheim) i Krzysztofowi Banasiakowi (SINTEF Energy Research) za wprowadzeniem mnie do technologii eżektorowych. Chciałbym również odnotować, że część aktywności związanych z badaniami realizowanymi w pracy doktorskiej została sfinansowana w ramach polsko-norweskiej współpracy badawczej.

Chciałbym podziękować mojej żonie Marcie, za cierpliwość i wyrozumiałość podczas realizacji pracy doktorskiej.

Spis treści

Podziękowania

1 Wstęp

1.1	Tło badawcze	1
1.2	CO ₂ jako czynnik chłodniczy	2
1.3	Budowa eżeكتورów na CO ₂	3
1.4	Modelowanie matematyczne eżeكتورów CO ₂	4
1.5	Cele i zakres pracy	5

2 Analiza dokładności modelu HEM

3 Optymalizacja kształtu mieszalnika eżeكتورa

4 Pełna optymalizacja eżeكتورów

5 Poprawa dokładności modelu matematycznego - implementacja HRM

6 Podsumowanie i wnioski

Bibliografia

Rozdział 1

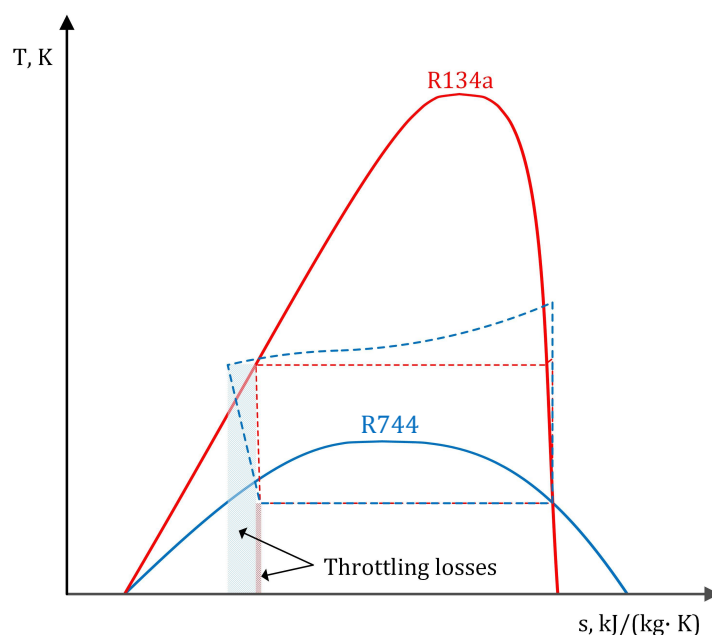
Wstęp

1.1 Tło badawcze

Zgodnie z najnowszymi regulacjami prawnymi stosowanie syntetycznych czynników chłodniczych ma zostać radykalnie ograniczone. Założenia *F-gas regulation* [1, 2] mówią wprost o wyeliminowaniu z rynku chłodziw o GWP (ang. Global Warming Potential) wyższym niż 150 już w 2022 roku. Ciągłe szeroko stosowane syntetyczne czynniki chłodnicze takie jak np. R404A lub R134a nie spełniają tego wymagania. GWP tych płynów wynosi odpowiednio 3300 i 1300. Żeby spełnić przyszłe wymagania *F-gas regulation* coraz aktywniej poszukuje się alternatywnych płynów chłodniczych, które będą mogły być stosowane w przyszłości bez ograniczeń. Jedną z bardzo obiecujących alternatyw są naturalne czynniki chłodnicze o niskim GWP.

Do grupy naturalnych płynów, które mogą być używane w chłodnictwie należą amoniak (R718), powietrze, butan (R600), woda (R717) i wreszcie dwutlenek węgla (R744) [3, 4]. GWP tych substancji jest na tyle niski, że spełnia obecne i przyszłe wymagania *F-gas regulation*. Nie mniej jednak zastosowanie tych czynników wiąże się z różnymi problemami. Ze względu na silny i nieprzyjemny zapach amoniak nie może być stosowany w domowych instalacjach chłodniczych. W przypadku butanu istnieją ograniczenia dotyczące ilości chłodziwa w instalacji z powodu jego łatwopalności. W konsekwencji zastosowanie butanu w przemysłowych instalacjach jest poważnym utrudnieniem. Te problemy nie dotyczą dwutlenku węgla.

CO₂ jest nietoksyczny i niepalny, a dodatkowo jest łatwo dostępny. Ponadto ze względu na jego obecność w powietrzu atmosferycznym trudno sobie wyobrazić, żeby jego stosowanie w przyszłości zostało zabronione. Parametry termodynamiczne dwutlenku węgla również należy traktować jako zaletę [5]. W efekcie w ostatnich latach przemysł chłodniczy coraz częściej stosuje się dwutlenek węgla w nowych układach chłodniczych. Dotyczy to zarówno dużych przemysłowych instalacji (np. w supermarketach) jak i kompaktowych systemów (np. klimatyzacje w samochodach osobowych). Nie mniej jednak dwutlenek węgla ma również swoje wady. Jedną z najważniejszych jest relatywnie niska temperatura w punkcie krytycznym CO₂. W konsekwencji systemy na CO₂ pracujące w cieplejszych strefach klimatycznych działają w zakresie parametrów nadkrytycznych, co skutkuje zauważalnym pogorszeniem COP (ang. coefficient of performance) tych systemów przez znaczące straty dławienia [6]. Żeby ograniczyć te straty do systemów chłodniczych na R744 wprowadzono eżektory zamiast klasycznych zaworów rozprężnych. Ta modyfikacja pozwala na podniesienie COP instalacji na tyle, że mogą one konkurować z systemami chłodniczymi na syntetyczne czynniki chłodnicze [7, 8]. Według autorów publikacji [7] zastosowanie eżektora pozwoliło na podniesienie COP o 7% w porównaniu do klasycznych układów z bezpośrednim dławieniem. Według autorów tej publikacji poprawa efektywności energetycznej tego systemu mogła wynosić nawet 18% dla odpowiednich obciążeń instalacji. Tak znacząca poprawa COP układów chłodniczych na CO₂ spowodowała, że eżektory stopniowo za-



Rysunek 1: Obiegi termodynamiczne dla R134a (czerwony) i R744 (niebieski) na wykresie T - s dla tych samych temperatur odparowania [15]

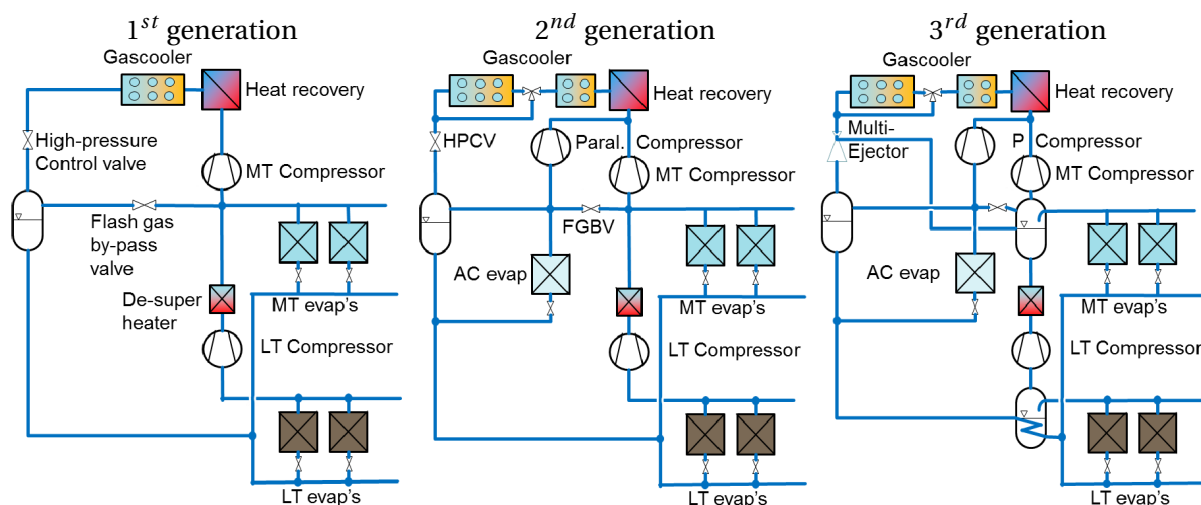
stępują zawory dławiące w nowych systemach. Wzrost zainteresowania technologiami eżektorowymi można również zauważyć w chłodniczych czasopismach naukowych. W samym roku 2015 na łamach *International Journal of Refrigeration* zostało opublikowanych ponad 40 prac traktujących o eżektorach do instalacji chłodniczych [8]. Warto w tym miejscu również wspomnieć, że eżektory doskonale nadają się do instalacji pracujących na dowolny naturalny czynnik chłodniczy [9, 10, 11, 12, 13]. Należy podkreślić, że przyrosty COP, o których mowa we wspomnianych publikacjach, są możliwe jedynie, jeżeli eżektor jest poprawnie zaprojektowany. W związku z tym wydajność eżektorów jest kluczową kwestią dla wydajności całej instalacji chłodniczej.

1.2 CO₂ jako czynnik chłodniczy

Jak wspomniano wcześniej, syntetyczne czynniki chłodnicze o wysokim GWP są wycofywane z rynku. W konsekwencji, systemy chłodnicze oparte na naturalnych czynnikach chłodniczych są preferowane przez końcowych odbiorców [14]. Pod tym kątem dwutlenek węgla wydaje się być doskonałą alternatywą dla syntetycznych czynników chłodniczych [3, 5]. Autorzy publikacji [15] przeprowadzili bardzo szeroką analizę możliwości stosowania CO₂ w systemach chłodniczych. Poza wieloma zaletami wynikającymi z wprowadzenia tego czynnika straty dławienia w przypadku działania obiegu w parametrach nadkrytycznych drastycznie obniżają efektywność takiej instalacji [6]. W celu lepszego zaprezentowania lepiej zilustrować ten problem na Rys. 1 pokazano różnicę między obiegiem termodynamicznym dla CO₂ i syntetycznego R134a. Na Rys. 1 zaznaczono straty dławienia (ang. *throttling losses*) dla obu płynów. Analizując ten rysunek można zauważyć, że temperatura w punkcie krytycznym dla CO₂ jest nieporównywalnie niższa niż dla R134a, a straty dławienia dla CO₂ są znacząco wyższe niż dla syntetycznego czynnika.

W celu ograniczyć straty dławienia układy na dwutlenek węgla w ostatniej dekadzie były konsekwentnie modyfikowane [16, 17]. Porównanie pomiędzy poszczególnymi generacjami systemów na CO₂ pokazano na Rys. 2. Jak widać, obecnie najbardziej zaawansowany obieg chłodniczy trzeciej ge-

neracji to układ tzw. równoległej kompresji dodatkowo wyposażony w eżektory. Ponadto taki system może być integrowany z obiegiem dla klimatyzacyjnym. COP takiego układu jest nawet o 20% wyższy w porównaniu do systemu drugiej generacji. W zaprezentowanym na Rys. 2 systemie zastosowano



Rysunek 2: Trzy generacje systemów chłodniczych na dwutlenek węgla [17]

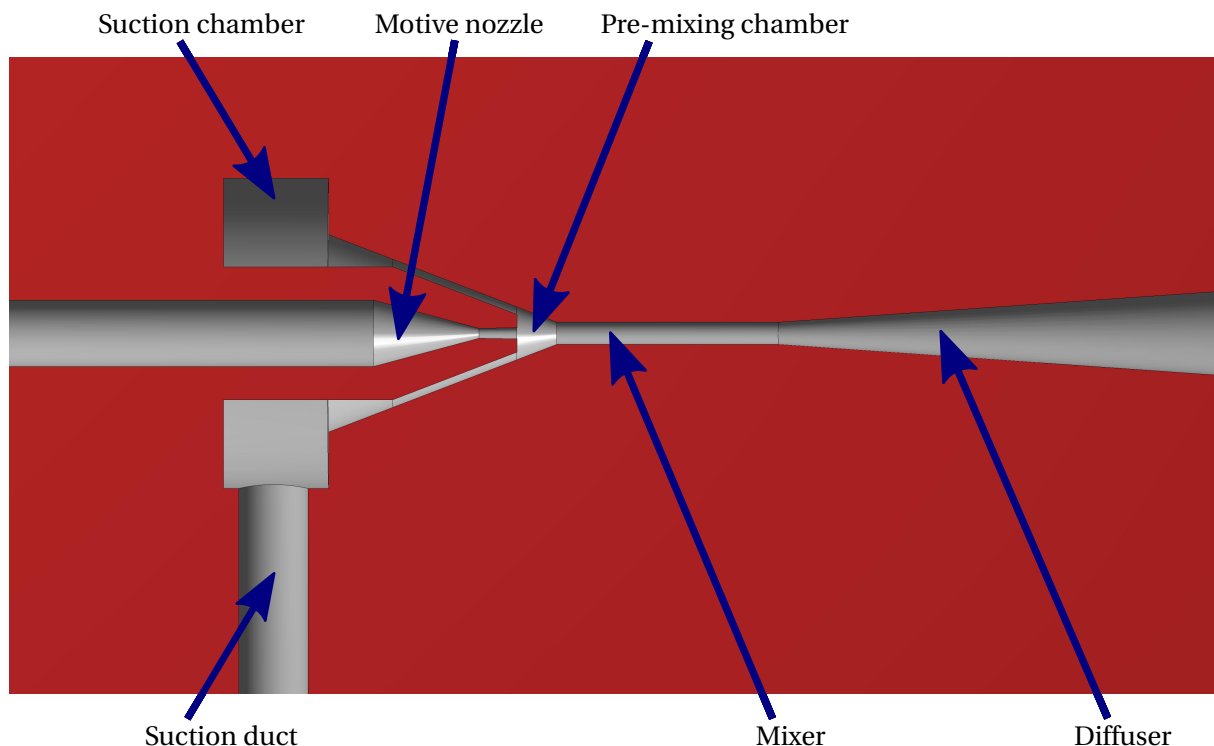
bardzo zaawansowane rozwiązanie wieloeżektorowe. Eżektory montowane w takim obiegu projektowane są na różne strumienie masowe rozprężanego czynnika. Dodatkowe zainstalowane urządzenia mogą pracować w trybie równoległym. Takie rozwiązanie umożliwia skokową kontrolę mocy chłodniczej układu. Praca eżektory instalowanych w module została porównana z alternatywną propozycją kontroli mocy chłodniczej poprzez stosowanie regulowanego eżektora. Autorzy publikacji [18] porównali sprawność eżektorów pracujących w trybie równoległym oraz regulowanego eżektora w funkcji strumienia napędowego. Wyniki tej analizy jednoznacznie pokazały, że eżektory instalowane w module multieżektorowym pracują mniej więcej niezależnie od obciążenia instalacji. Z drugiej strony, sprawność regulowanego eżektora gwałtownie spadała w trakcie zmniejszenia strumienia masowego rozprężanego w dyszy napędowej.

1.3 Budowa eżektorów na CO₂

Eżektory, które były analizowane w ramach tej pracy, projektowano dla układów chłodniczych na CO₂ dla supermarketów. W celu pokrycia pełnego pola pracy układu, zaproponowano układ z czterema eżektorami pracującymi równolegle. Należy tutaj nadmienić, że eżektory były skalowane w trybie 1:2:4:8 [19]. Oznacza to, że strumień masowy przepływający przez eżektor nr 2 jest dwa razy większy od strumienia masowego przepływającego przez dyszę eżektora nr 1.

Każdy z eżektorów zaprojektowanych dla systemu chłodniczego składał się z dyszy napędowej, dyszy ssawnej, mieszalnika i dyfuzora. Każdy z wymienionych elementów spełnia inną rolę w urządzeniu. W dyszy napędowej przechłodzona ciecz ulega rozprężeniu tak jak w zaworze dławiącym. W części rozbieżnej dyszy napędowej czynnik gwałtownie przyspiesza czemu towarzyszy znaczący spadek ciśnienia. Efektem tego jest niższe ciśnienie niż w parowaczu na wylocie z dyszy napędowej w tzw. komorze wstępnego mieszania (ang. *premixing chamber*). Dzięki tej różnicy ciśnień para z parowacza jest zasysana przez dyszę ssawną. Oba strumienie zaczynają się mieszać już w komorze wstępnego mieszania. Proces mieszania, a tym samym wymiany pędu pomiędzy strugą napędową i zasysaną jest jednak najintensywniejszy w części mieszalnika o stałym polu przekroju. W kolejnej części eżektora tj. w dyfuzorze prędkość przepływu mieszaniny spada, natomiast ciśnienie płynu wzrasta. W konse-

kwencji, ciśnienie dwutlenku węgla na wypływie z eżektora jest znacząco wyższe niż w parowaczu. Przykładową konstrukcję eżektora CO₂ zaprezentowano na Rys. 3. Wszystkie wcześniej wymienione części eżektora są widoczne na tym rysunku. Pomijając kształt komory poprzedzającą dyszę ssaw-



Rysunek 3: Przykładowa konstrukcja dwufazowego eżektora CO₂ [20]

ną eżektor zaprezentowany na Rys. 3 można opisać przez 14 parametrów definiujących jego kształt. Warto w tym miejscu podkreślić, że tylko poprawnie zaprojektowany eżektor gwarantuje pożądany wzrost COP układu chłodniczego.

1.4 Modelowanie matematyczne eżektorów CO₂

Ze względu na wyzwania związane z poprawnym projektowaniem eżektorów coraz częściej do ich analizy wykorzystywane jest modelowanie matematyczne. W literaturze zaprezentowano szeroką gamę modeli przepływu dwutlenku węgla przez eżektory, począwszy od relatywnie prostych modeli 0-D [21], poprzez modele jednowymiarowe [22, 23], a kończąc na zaawansowanych modelach CFD (ang. Computational Fluid Dynamics) [24, 25, 26]. Modele jednowymiarowe najczęściej stosowane są do oszacowania sprawności eżektora, jednak ze względu na swój charakter, takie modele nie dostarczają informacji na temat wartości polowych przepływu płynu wewnątrz urządzenia. Analiza wartości polowych jest możliwa dzięki zastosowaniu modeli CFD 2-D lub 3-D. Należy jednak pamiętać, że każdy taki model powinien być zweryfikowany i zwalidowany.

Uwzględniając charakterystykę przepływu CO₂ w eżektorze, model matematyczny używany do symulacji przepływu czynnika powinien zawierać model przepływu dwufazowego. Analizując dostępne publikacje, można powiedzieć, że obecnie najczęściej stosowanym modelem przepływu dwufazowego używanego do modelowania eżektorów jest model homogeniczny równowagowy (HEM), a w dalszej kolejności model relaksacyjny (HRM). Niestety dokładność obu modeli została przeanalizowana dla bardzo wąskiego zakresu punktów pracy eżektora, nie do końca odpowiadającemu zakresowi punktów pracy w przemysłowej instalacji chłodniczej dla supermarketów. Analizy dotychczas

prezentowane w literaturze skupiały się jedynie na punktach pracy w pobliżu punktu krytycznego CO₂. W związku z tym, dokładność modeli HEM i HRM powinna zostać przeanalizowana dla zakresu punktów pracy charakterystycznych dla przemysłowej instalacji chłodniczej.

1.5 Cele i zakres pracy

Uwzględniając charakter przepływu dwutlenku węgla w eżektorze model matematyczny musi uwzględniać szereg skomplikowanych zjawisk, np. kształt fali uderzeniowych. Dodatkowo pola przepływu płynu w urządzeniu zmieniają się wraz ze zmianą warunków pracy eżektora. W konsekwencji narzędzie obliczeniowe zaprogramowane do symulacji przepływu płynu w eżektorach, musi gwarantować powtarzalne wyniki niezależnie od analizowanego punktu pracy czy kształtu eżektora. Ponadto dokładność modelu matematycznego musi być znana dla całego analizowanego zakresu pracy instalacji chłodniczej. Biorąc pod uwagę wyżej wymienione kwestie sformułowano następujące cele pracy:

1. Analiza i ocena dokładności równowagowego modelu przepływu dwufazowego (HEM) dla zakresu pracy eżektora do instalacji chłodniczych
2. Optymalizacja kształtu mieszalnika eżektora
3. Pełna optymalizacja kształtu eżektora
4. Poprawa dokładności modelu matematycznego poprzez implementację relaksacyjnego modelu przepływu dwufazowego (HRM)

Po zrealizowaniu każdego z założonych celów pracy, uzyskane wyniki zostały opublikowane w czasopiśmie z listy JCR. W rezultacie opublikowano cztery artykuły w anglojęzycznych czasopismach, w których doktorant był każdorazowo pierwszym i korespondencyjnym autorem, a jego udział wg oświadczeń współautorskich wynosił co najmniej 50%. Listę artykułów składających się na rozprawę doktorską zaprezentowano poniżej:

1. **Michał Palacz**, J. Smolka, A. Fic, Z. Buliński, A.J. Nowak, K. Banasiak, A. Hafner, *Application range of the HEM approach for CO₂ expansion inside two-phase ejectors for supermarket refrigeration systems*, International Journal of Refrigeration, Volume 59, November 2015, pp. 251-258
2. **Michał Palacz**, J. Smolka, W. Kuś, A. Fic, Z. Buliński, A.J. Nowak, K. Banasiak, A. Hafner, *CFD-based shape optimisation fo CO₂ two-phase ejector mixing section*, Applied Thermal Engineering, Volume 95, February 2016, pp. 62-69
3. **Michał Palacz**, J. Smolka, A.J. Nowak, K. Banasiak, A. Hafner, *Shape optimisation of a two-phase ejector for CO₂ refrigeration systems*, International Journal of Refrigeration, Volume 74, February 2017, pp. 210-221
4. **Michał Palacz**, M. Haida, J. Smolka, A.J. Nowak, K. Banasiak, A. Hafner, *HEM and HRM accuracy comparison for the simulation of CO₂ expansion in two-phase ejectors for supermarket refrigeration systems*, Applied Thermal Engineering, Volume 115, March 2017, pp. 160-169

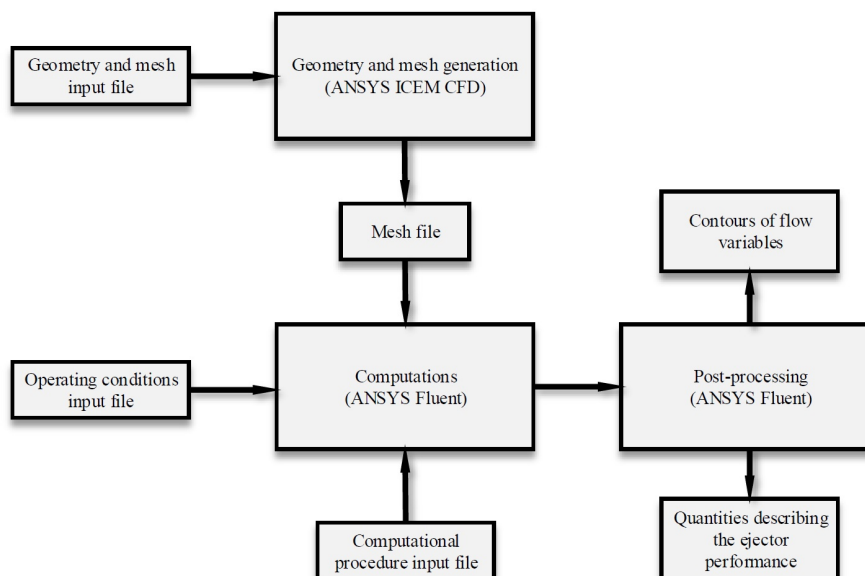
W kolejnych rozdziałach tego streszczenia zostaną pokrótce omówione najważniejsze wyniki oraz wnioski zaprezentowane w wyszczególnionych powyżej publikacjach.

Rozdział 2

Analiza dokładności modelu HEM

Pierwszy z opublikowanych artykułów składających się na doktorat dotyczył analizy dokładności modelu przepływu dwufazowego, tj. modelu jednorodnego równowagowego (ang. *Homogeneous Equilibrium Model*). Dokładność tego modelu została zbadana dla warunków typowych dla eżektora CO₂ zainstalowanego w układzie chłodniczym dla supermarketów. Do oceny dokładności modelu porównano zmierzone strumienie napędowe z tymi, które zostały uzyskane w wyniku obliczeń CFD. Pomiary, które wykorzystano do tej analizy, zostały zebrane podczas prac eksperymentalnych nad pilotażowym układem chłodniczym CO₂ wyposażonym w moduł multieżektorowy. Pomiary te odbywały się w laboratorium SINTEF Energy Research, Trondheim, Norwegia. Punkty pracy dyszy napędowej wykorzystane do badania jakości modelu mieściły się w zakresie od 47 bar do 96 bar dla ciśnienia, oraz od 6°C do 36°C dla temperatury.

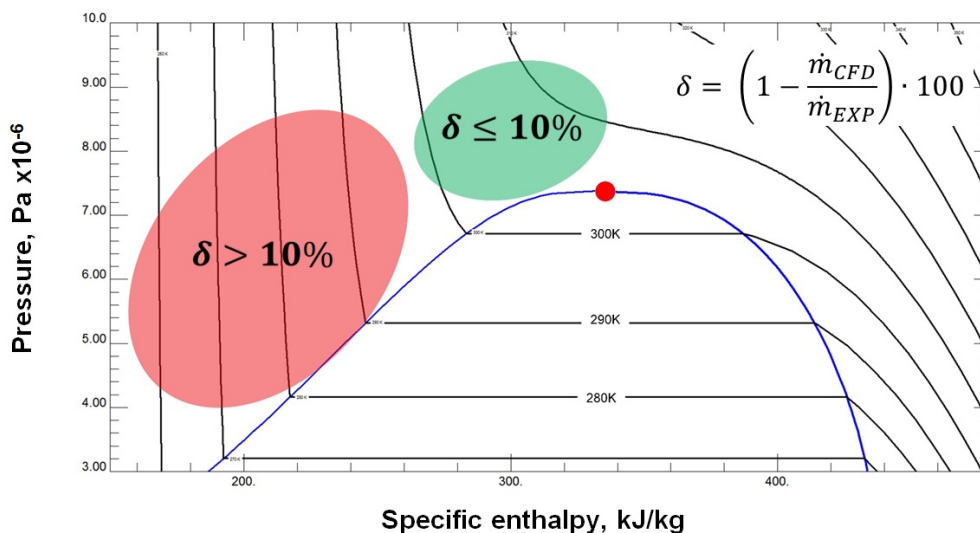
Na tym etapie doktoratu sporo czasu poświęcono na opracowanie platformy obliczeniowej pozwalającej na wykonywanie seryjnych obliczeń CFD eżektorów na dwutlenek węgla. W efekcie opracowano narzędzie obliczeniowe nazwane *ejectorPL*, które pozwala na pełne zautomatyzowanie procesu obliczeniowego. Schemat tej platformy obliczeniowej zaprezentowano na Rys. 4. Jak widać na



Rysunek 4: Schemat blokowy *ejectorPL*

Rys. 4, *ejectorPL* łączy ze sobą proces generacji siatki numerycznej, model obliczeniowy (zaprezentowany w [24]) oraz obróbkę wyników. W ten sposób obliczenia przepływu w rozważanych urządzeniach zostały znacznie przyspieszone. Ponadto użycie platformy *ejectorPL* gwarantowało w pełni powtarzalny proces obliczeniowy niezależnie od rozważanych punktów pracy lub kształtu eżektora.

Po wykonaniu obliczeń numerycznych porównano wyniki symulacji z wynikami pomiarowymi. Następnie oszacowano względny błąd pomiędzy zmierzonym oraz obliczonym strumieniem napędowym. Założono, że poziom błędu względnego dla strumienia napędowego na poziomie $\pm 10\%$ jest akceptowalny. Dla takiego założenia wyznaczono zakres stosowalności modelu HEM do symulacji przepływu dwutlenku węgla w eżektorach. Wyniki tego porównania zaprezentowano na Rys. 5. Jak



Rysunek 5: Zakres stosowalności modelu HEM do symulacji przepływu CO₂ przez eżektory do systemów chłodniczych [27]

widać na Rys. 5, dokładność modelu jest zadowalająca dla punktów pracy dyszy napędowej, które znajdują się w pobliżu punktu krytycznego dwutlenku węgla. Wraz ze spadającym ciśnieniem oraz temperaturą, dokładność modelu gwałtownie spada. W przypadkach charakteryzujących się niską temperaturą wlotową do dyszy napędowej rozbieżności wynosiły nawet $\pm 50\%$. Zgodnie z zaprezentowanymi rezultatami wykonanej analizy, można stwierdzić, że model HEM może być efektywnie stosowany dla zakresu punktów pracy dyszy rozlokowanych w pobliżu punktu krytycznego CO₂ lub trochę powyżej tego punktu. W przypadku niższego zakresu ciśnień i temperatur wymagany jest dokładniejszy model przepływu dwufazowego uwzględniający nierównowagę zmianę fazy.

Pełen opis analizy dokładności modelu oraz szczegółowe wyniki zostały zaprezentowane w publikacji [27].

Rozdział 3

Optymalizacja kształtu mieszalnika eżektora

W kolejnym etapie pracy doktorskiej skupiono się na poprawie sprawności analizowanych eżektorów. Definicja sprawności eżektora (η_{EJ}) została zaproponowana przez autorów publikacji [7] i jest ona najczęściej stosowanym wskaźnikiem do oceny pracy eżektorów. Zgodnie z tą definicją sprawność eżektora to stosunek odzyskanej pracy rozprężania przez eżektor do maksymalnej teoretycznej pracy, jaka może być uzyskana z rozprężania czynnika. Taką definicję można również zapisać w formie równania:

$$\eta_{EJ} = \chi \cdot \frac{h|_{s=s_{SN,in}, p=p_{DIF,out}} - h_{SN,in}}{h_{MN,in} - h|_{s=s_{MN,in}, p=p_{DIF,out}}} \quad (1)$$

gdzie symbol χ oznacza *stosunek eżekcji*, który definiuje się jako stosunek strumienia zasysanego do strumienia napędowego:

$$\chi = \frac{\dot{m}_{SN}}{\dot{m}_{MN}} \quad (2)$$

Nie mniej jednak, taka definicja pozwala jedynie na globalną ocenę sprawności eżektora, natomiast nie pozwala na identyfikację elementu urządzenia, które działa z niską sprawnością.

Do analizy pracy poszczególnych elementów eżektora, tj. dysz, mieszalnika i dyfuzora, może służyć analiza przyrostów entropii. Pierwsza taka analiza została zaprezentowana w [28]. Autorzy tej publikacji badali przyrosty entropii w każdej z wymienionych części urządzenia i odnosili go do całkowitego przyrostu entropii w eżektorze. Na podstawie otrzymanych wyników określono, że największe względne przyrosty entropii występują w mieszalniku eżektora. Do podobnych wniosków doszli autorzy artykułu [29], którzy poza przyrostem entropii analizowali również generację entropii w poszczególnych częściach urządzenia. Biorąc pod uwagę, że właśnie ten element urządzenia okazał się być kluczowy dla jego pracy, postanowiono zoptymalizować kształt mieszalnika dla wybranych punktów pracy eżektora.

W tym celu opracowane wcześniej narzędzie obliczeniowe *ejectorPL* sprzężono z algorytmem optymalizacyjnym. Funkcja celu została sformułowana w sposób pozwalający na maksymalizację sprawności eżektora (η_{EJ}). Biorąc pod uwagę, że w modelu matematycznym stosowane były ciśnieniowe warunki brzegowe [24], maksymalizacja sprawności odbywała się poprzez maksymalizację χ . Należy również pamiętać, że eżektory montowane w instalacjach chłodniczych często pracują w zmiennych warunkach. W związku z tym funkcja celu została zdefiniowana w sposób pozwalający uwzględnić dowolną liczbę punktów pracy i przypisać im odpowiednie wagi (x):

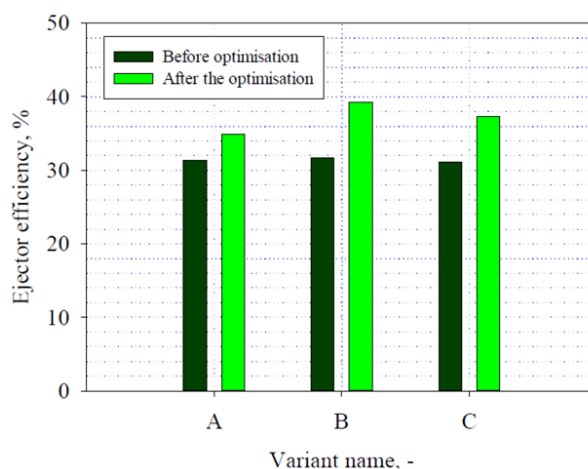
$$OF_n = \sum_{i=1}^n x_i \cdot \chi_i \quad (3)$$

W pierwszej kolejności zdecydowano się użyć funkcji celu uwzględniającej jedynie dwa punkty pracy eżektora. Założono, że jeden z tych punktów odpowiada punktowi projektowemu instalacji chłodniczej (*on-design*), natomiast drugi z uwzględnionych punktów pracy był traktowany jako warunek pozaprojektowy instalacji (*off-design*). W związku tym dla każdego z warunków zastosowano odpowiednie wagi: 0,75 dla warunku *on-design* i 0,25 dla warunku *off-design*. W rezultacie funkcja celu miała następującą postać:

$$OF_2 = 0.75 \cdot \chi_1 + 0.25 \cdot \chi_2 \quad (4)$$

Dodatkowo procedura optymalizacyjna została powtórzona dla trzech różnych zestawów punktów (wariant A,B,C) *on-* i *off-design*.

Dla każdego z trzech wariantów sprawność eżektora po optymalizacji była wyższa o kilka punktów procentowych. Wyniki optymalizacji dla OF_2 zaprezentowano na Rys. 6. Jak widać, sprawność



Rysunek 6: Zmiana sprawności eżektora po optymalizacji mieszalnika dla trzech par warunków pracy

urządzenia po optymalizacji znacznie przekracza 30%, co może być uznane za bardzo dobry wynik.

Kolejnym krokiem było wykonanie obliczeń testowych w celu sprawdzenia, jak zmieni się sprawność eżektora dla punktów pracy nieuwzględnionych w funkcji celu. Wybrano osiem punktów pracy, dla których porównywano sprawności eżektora przed i po optymalizacji. Niestety takie porównanie pokazało, że sprawność eżektora, dla niektórych z analizowanych punktów pracy spadła po optymalizacji. W związku z tym zdecydowano się na inne sformułowanie funkcji celu. Tym razem OF obejmowała 8 punktów pracy. Wagi dla poszczególnych punktów były takie same (1/8). Definicję nowej funkcji celu przedstawiono poniżej:

$$OF_8 = \sum_{i=1}^{n=8} 0.125 \cdot \chi_i \quad (5)$$

Po zastosowaniu takiej funkcji celu czas optymalizacji znacząco się wydłużył, jednak odnotowano wzrost sprawności eżektorów zarówno dla punktów pracy zawartych w funkcji celu jak i testowych warunków pracy. Niestety obserwowane przyrosty sprawności były niewielkie (średnio ok. 1 punktu procentowego).

Mimo niewielkich przyrostów sprawności eżektorów po optymalizacji mieszalnika urządzenia, zaproponowana metodologia optymalizacji kształtu okazała się być efektywna. Sprzężenie platformy *ejectorPL* oraz algorytmu optymalizacyjnego może być skutecznie używane do projektowania eżektorów.

Pełny opis otrzymanych wyników oraz opis zastosowanej metodologii znajduje się w artykule [30].

Rozdział 4

Pełna optymalizacja eżektorów

Uwzględniając niewielki wzrost sprawności eżektorów wynikający z optymalizacji kształtu mieszalnika, następnym krokiem była pełna optymalizacja eżektora. W tym przypadku poza kształtem mieszalnika, optymalizowano również kształt dysz eżektora. W efekcie liczba optymalizowanych parametrów uległa podwojeniu. Podobnie jak w przypadku optymalizacji kształtu platforma *ejectorPL* była sprzężona z algorytmem genetycznym. Analogicznie do poprzedniej pracy, funkcja celu pozwalała uwzględnić wiele punktów pracy eżektora. W przypadku równoczesnej optymalizacji kształtu mieszalnika oraz dysz eżektora w funkcji celu uwzględniono cztery punkty pracy:

$$OF_4 = \sum_{i=1}^4 0.25 \cdot \chi \quad (6)$$

Niezależnie od punktu pracy wagi w funkcji celu były równe 0.25. Należy tutaj podkreślić, że warunki pracy eżektora, użyte do optymalizacji uwzględniały nie tylko pole pracy urządzenia, ale również charakter pracy eżektora. W wyniku optymalizacji sprawność analizowanych eżektorów wzrosła o ok. 5 punktów procentowych. Takie przyrosty sprawności gwarantują pracę eżektorów ze sprawnością przekraczającą 30% dla rozważanego zakresu pracy eżektorów.

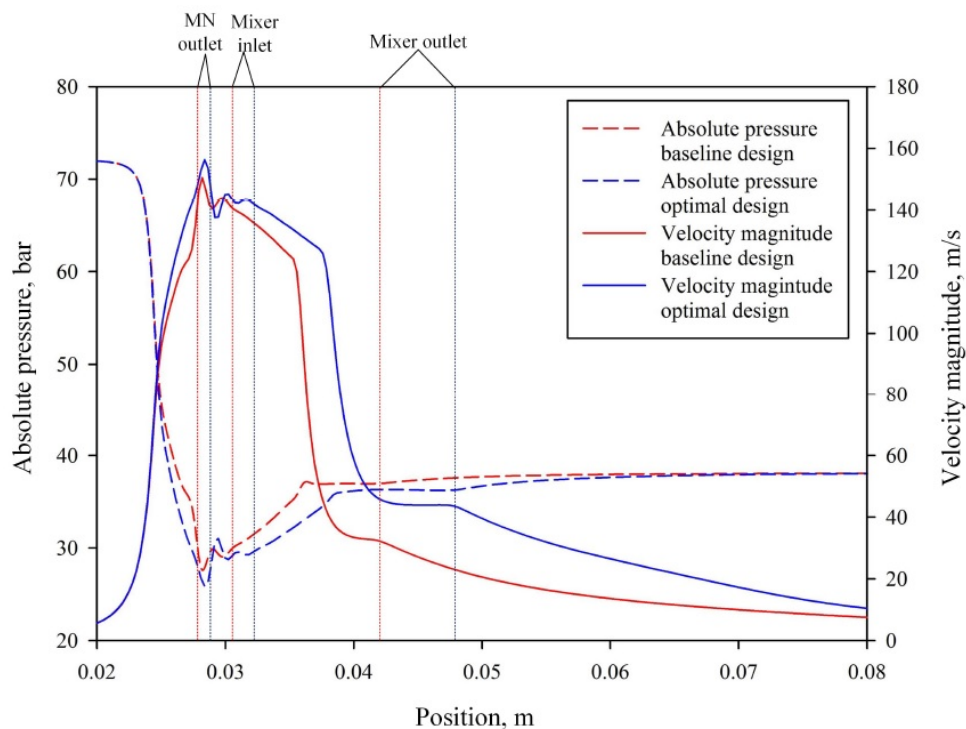
W celu zaprezentowania zmian w geometrii optymalizowanych eżektorów, w Tabeli przedstawiono stosunki pomiędzy średnicą mieszalnika (D_{MIX}), długością mieszalnika (L_{MIX}), długością komory wstępnego mieszania (L_{MCH}), kątem rozwarcia dyszy napędowej (γ_{DIV}), kątem zbieżnym dyszy ssawnej (γ_{CON}) oraz średnicą wylotową dyszy napędowej (D_{MN}). Jak można zauważyć, średnica mie-

Tabela 4.1: Difference between the optimised and reference ejector geometry

Dimension	EJ1	EJ2	EJ3	EJ4
L_{MIX}	1.36	1.29	1.35	1.51
D_{MIX}	0.96	0.95	0.96	0.97
L_{MCH}	1.29	1.36	1.57	1.38
γ_{DIV}	1.47	1.45	1.34	1.74
γ_{CON}	1.02	0.98	0.57	1.23
D_{MN}	1.09	1.07	1.09	1.12

szalnika właściwie nie uległa zmianie podczas optymalizacji. Taki wynik jednoznacznie pokazuje jak kluczowy dla sprawności eżektora jest ten parametr. Dodatkowo, porównując średnicę wylotową z dyszy napędowej przed i po optymalizacji można zauważyć, że pole przekroju wylotu z dyszy napędowej było każdorazowo większe dla optymalnej geometrii. To samo dotyczy komory wstępnego mieszania, która dla optymalnych rozwiązań była większa. Wszystkie wspomniane tutaj zmiany wpłynęły na pole przepływu czynnika przez eżektor.

Zmiana geometrii dyszy napędowej po optymalizacji spowodowała zmianę w profilu rozprężania się czynnika w dyszy. W optymalnej geometrii CO₂ rozpręża głębiej w samej dyszy napędowej, co powoduje, że pole najniższego ciśnienia w eżektorze jest obserwowane jeszcze w samej dyszy napędowej. Dodatkowo, wydłużenie komory wstępnego mieszania (ang. *pre-mixing chamber*) pozwoliło na lepszy przepływ zasysanego płynu przez mieszalnik urządzenia. Wszystkie wymienione zmiany wpłynęły pozytywnie na wymianę pędu wewnątrz mieszalnika. Jakość wymiany pędu szacowano na podstawie wskaźnika, który miał obrazować wyrównanie prędkości w wybranych przekrojach poprzecznych w komorze mieszania. Dla optymalnych eżektorów różnica między maksymalną prędkością oraz średnią prędkością w danym przekroju była diametralnie inna niż dla geometrii bazowych. Wszystkie opisane wcześniej rezultaty zaprezentowano na Rys. 7. Na tym rysunku widać jak zmiana



Rysunek 7: Profile ciśnienia i prędkości wewnątrz eżektora przed i po optymalizacji

geometrii dyszy napędowej wpłynęła na rozkład ciśnienia wewnątrz części rozbieżnej dyszy. Można zauważyć, że przez zmianę średnicy wylotowej z dyszy czynnik rozpręża się odrobinę głębiej. Na Rys. 7 widać również, że zmiany kształtu mieszalnika wpłynęły na profil prędkości w urządzeniu. Prędkość dwutlenku węgla opuszczającego mieszalnik jest o ok. 10 m/s wyższa niż w przypadku dla bazowej geometrii. Co ważne, profil ciśnienia w mieszalniku i dyfuzorze prawie nie uległ zmianie dla wariantu przed i po optymalizacji.

Pełen zestaw wyników oraz wniosków dla tej części doktoratu został zaprezentowany w publikacji [20].

Rozdział 5

Poprawa dokładności modelu matematycznego - implementacja HRM

Jak już wcześniej wspomniano, ostatnią częścią doktoratu była poprawa dokładności modelu matematycznego. Biorąc pod uwagę wyniki opublikowane w pierwszym etapie doktoratu, dobór modelu przepływu dwufazowego ma kluczowy wpływ na dokładność odtwarzania strumienia napędowego w eżektorze. Model równowagowy okazał się być niewystarczająco precyzyjny szczególnie w przypadku obliczeń dla punktów pracy dyszy napędowej rozmieszczonych poniżej punktu krytycznego dwutlenku węgla. Powodem malejącej dokładności modelu wraz z malejącym ciśnieniem jest wpływ efektów opóźnienia zmiany fazy oraz metastabilności. Takie zjawiska nie są w ogóle uwzględniane w modelu HEM. W związku z tym ten model powinien zostać zastąpiony bardziej złożonym modelem, uwzględniającym wspomniane zjawiska. Takim modelem jest model relaksacyjny, tzw. HRM.

W odróżnieniu od modelu równowagowego, w modelu relaksacyjnym uwzględniane jest opóźnienie zmiany fazy poprzez wprowadzenie do modelu dodatkowego równania pozwalającego obliczyć aktualny stopień suchości [31]:

$$\frac{\partial(\rho Ux)}{\partial z} = \rho \frac{\bar{x} - x}{\theta} \quad (7)$$

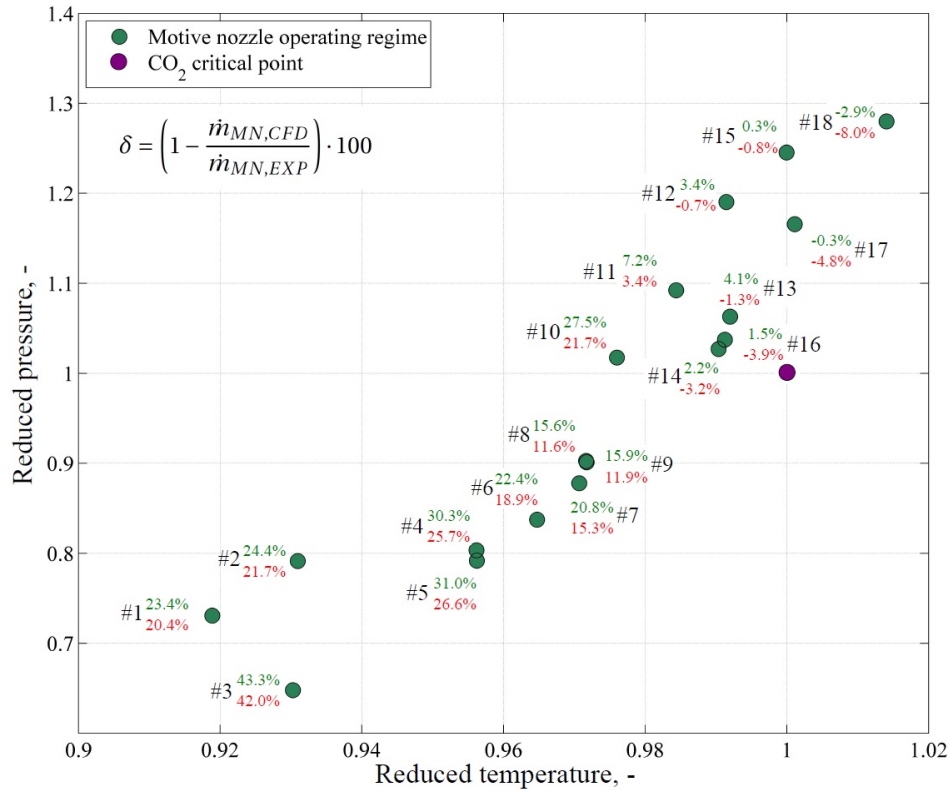
W tym równaniu uwzględniono opóźnienie zmiany fazy poprzez wprowadzenia czasu relaksacji (θ). Dla dwutlenku węgla definicja czasu relaksacji została zaproponowana w artykule [32]:

$$\theta = 2.15 \times 10^{-7} a^{0.54} \phi^{-1.76} \quad (8)$$

Model relaksacyjny z czasem relaksacji zaprezentowanym w [32] został zaimplementowany do platformy *ejectorPL*.

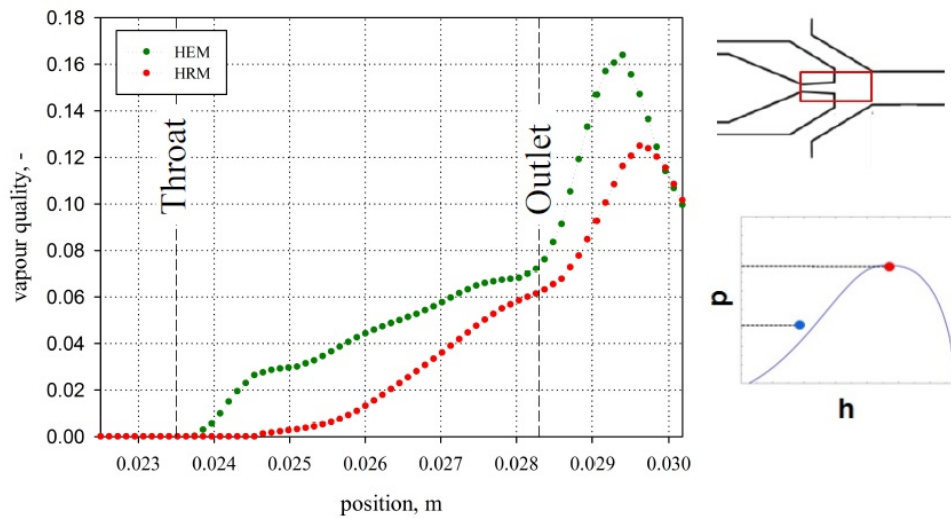
Następnie przystąpiono do oceny dokładności i zakresu stosowalności HRM dla eżektorów pracujących w instalacjach chłodniczych. Podobnie jak w pierwszym etapie pracy do oceny dokładności modelu posłużyło porównanie zmierzonych oraz obliczonych strumieni napędowych. Dodatkowo dokładność modelu HRM została porównana z dokładnością modelu HEM. Wyniki tej analizy zostały pokazane na Rys. 8. W celu lepszego pokazania zmiany dokładności modeli względem punktu krytycznego CO₂ wyniki zaprezentowano w skali zredukowanego ciśnienia i zredukowanej temperatury.

Jak widać na Rys. 8, dokładność modelu relaksacyjnego jest wyższa od modelu HEM w zakresie niskich ciśnień i temperatur. Dla takich punktów pracy błędy względne dla modelu HRM były zazwyczaj o ok. 5 punktów procentowych niższe. Można również zauważyć podobne tendencje dla obu modeli. Ich dokładność wzrasta wraz ze wzrostem ciśnienia i temperatury. Nie mniej jednak, dla punktów pracy dyszy napędowej rozmieszczonych powyżej punktu krytycznego dokładność modelu równowagowego jest wyższa.



Rysunek 8: Porównanie dokładności modelu HEM i HRM

Na Rys. 9 przedstawiono profile stopnia suchości w dyszy napędowej, który został obliczony za pomocą HEM i HRM. Należy w tym miejscu podkreślić, że pokazane na Rys. 9 profile, zostały wygenerowane dla punktu pracy znajdującego się znacznie poniżej punktu krytycznego CO₂. Na rysunku



Rysunek 9: Profil stopnia suchości wewnątrz dyszy napędowej eżektora dla modeli HEM (zielony) i HRM (czerwony)

wyraźnie widać, że w przypadku HRM odparowanie następuje znacznie później. Dla modelu HEM zmiana fazy rozpoczyna się niemal w gardzieli dyszy napędowej, natomiast dla modelu relaksacyjnego zjawisko to głębiej w części rozbieżnej dyszy napędowej. W rezultacie, profil gęstości rozprę-

zającego się płynu jest znacznie inny dla każdego z modeli. Taki wzrost gęstości dla modelu HRM powoduje wzrost przewidywanego strumienia napędowego. Z takiego wzrostu wynika poprawa dokładności modelu w zakresie punktów pracy, charakteryzujących się relatywnie niskim ciśnieniem. Dla punktów powyżej punktu krytycznego, gęstość płynu w dyszy przewidywana przez HRM, jest za wysoka, dlatego w takiej sytuacji dokładność HEM jest wyższa.

Mimo wzrostu dokładności modelu matematycznego po zastosowaniu HRM, dla niektórych punktów jest poniżej akceptowalnego poziomu. Analizując otrzymane wyniki, stwierdzono, że dokładność modelu HRM jest akceptowalna jedynie dla punktów pracy, dla których ciśnienie wlotowe dyszy napędowej jest wyższe niż 65 bar. Poniżej tego poziomu zastosowanie modelu HRM z czasem relaksacji zdefiniowanym w równaniu 8 [32] nie gwarantuje dokładnych wyników. W celu poprawy dokładności modelu matematycznego dla takiego zakresu ciśnień wymagany jest bardziej złożony model przepływu dwufazowego, np. model heterogeniczny.

Pełna analiza wyników wykonana na tym etapie pracy doktorskiej została przedstawiona w publikacji [33].

Rozdział 6

Podsumowanie i wnioski

W ramach pracy doktorskiej opracowano efektywne i zwalidowane narzędzie obliczeniowe do analizy i projektowania eżektorów *ejectorPL*. Narzędzie pozwala na pełne automatyzowanie procesu obliczeniowego, niezależnie od analizowanego punktu pracy lub kształtu eżektora. W rezultacie, *ejectorPL* gwarantuje powtarzalne wyniki dla szerokiego pola zastosowań eżektorów CO₂.

Na pierwszym etapie pracy, opracowane narzędzie *ejectorPL* wykorzystano do oceny dokładności modelu przepływu dwufazowego HEM. W tym celu przeprowadzono obliczenia dla bardzo szerokiego zakresu punktów pracy eżektora, typowych dla instalacji chłodniczej na dwutlenek węgla. Dodatkowo obliczenia wykonano dla czterech różnej wielkości eżektorów. Następnie wyniki obliczeniowe porównano z rezultatami pomiarów. Oceny dokładności HEM dokonano przez określenie względnych błędów pomiędzy zmierzonym oraz obliczonym strumieniem napędowym. Założono, że model gwarantuje dokładne wyniki, jeżeli błąd ten nie przekracza 10%. Taki wynik został uzyskany jedynie dla punktów pracy dyszy napędowej rozmieszczonych w pobliżu punktu krytycznego CO₂. Dokładność HEM gwałtownie spada wraz ze spadkiem ciśnienia i temperatury wlotowej do dyszy napędowej. W związku z tym, model HEM powinien być stosowany jedynie do obliczeń punktów pracy w pobliżu punktu krytycznego płynu.

Kolejnym etapem pracy była optymalizacja kształtu mieszalnika eżektora. Kształt tej części urządzenia opisują trzy parametry, takie jak: długość mieszalnika, średnica mieszalnika oraz długość komory wstępnego mieszania. Wszystkie z wymienionych parametrów podlegały optymalizacji. Ponownie wykorzystano narzędzie *ejectorPL*, tym razem sprzężone z algorytmami optymalizacyjnymi. Jako procedury optymalizacyjne posłużyły algorytm genetyczny (GA) i algorytm ewolucyjny (EA). Funkcja celu została sformułowana tak, żeby maksymalizować sprawność urządzenia. Ponadto, zaproponowana definicja funkcji celu pozwalała na uwzględnienie wielu punktów pracy instalacji chłodniczej. Tym samym sprawność zoptymalizowanych eżektorów jest na wysokim poziomie dla założonego zakresu pracy urządzenia. Zaproponowana metodologia optymalizacji okazała się skuteczna, nie mniej jednak obserwowany wzrost sprawności eżektora po optymalizacji był niewielki (ok. 1 punktu procentowego).

W trzecim etapie pracy rozszerzono zakres optymalizowanych parametrów. Optymalizacji podlegał zarówno kształt mieszalnika jak i dyszy ssawnej i napędowej. Tym samym liczba optymalizowanych parametrów uległa podwojeniu. Poza trzema zamiennymi opisującymi mieszalnik, uwzględniono kąt rozwarcia części rozbieżnej dyszy napędowej, średnicę wylotową dyszy napędowej oraz kąt zbieżny dyszy ssawnej. Podwojenie liczby zmiennych decyzyjnych w naturalny sposób wydłużyło czas optymalizacji. Podobnie jak w przypadku optymalizacji kształtu mieszalnika, w funkcji celu uwzględniono kilka punktów pracy urządzenia. Analizując sprawność eżektora przed i po optymalizacji zanotowano znaczące przyrosty sprawności urządzenia. Zoptymalizowane eżektory działały ze sprawnością o ok. 5 punktów procentowych wyższą niż bazowe rozwiązania. W efekcie sprawność

eżektorów po optymalizacji była wyższa niż 30% dla wszystkich analizowanych przypadków.

Ostatnią częścią pracy była poprawa dokładności modelu matematycznego. W tym celu model równowagowy (HEM) zastąpiono modelem relaksacyjnym (HRM). Implementacja HRM wymagała wprowadzenia dodatkowych równań do modelu matematycznego. Równania te pozwalały na uwzględnienie opóźnienia zmiany fazy oraz aktualnego stopnia suchości. Bardzo ważnym elementem modelu relaksacyjnego jest tzw. czas relaksacji. Na potrzeby implementacji i analizy modelu użyto definicji czasu relaksacji, która najczęściej jest stosowana w literaturze dla CO₂. Implementacja HRM poprawiła dokładność modelu matematycznego, szczególnie w obszarze niskich ciśnień. Dla parametrów wlotowych dla dyszy napędowej poniżej punktu krytycznego dwutlenku węgla, HRM gwarantował zauważalnie dokładniejsze wyniki niż HEM. Należy jednak podkreślić, że rozbieżność między wynikami pomiarowymi i obliczeniowymi poniżej ciśnienia wlotowego 65 bar, była na bardzo wysokim poziomie niezależnie czy stosowany był HEM czy HRM. Dalsza poprawa modelu matematycznego jest możliwa przez modyfikacje definicji czasu relaksacji lub zastosowanie bardziej złożonego modelu przepływu dwufazowego.

Bibliografia

- [1] E. Parliament, C. of the European Union, Regulation (EU) no 517/2014 of the european parliament and of the council of 16 april 2014 on fluorinated greenhouse gases and repealing regulation (EC) no 842/2006 text with EEA relevance.
- [2] A. Mota-Babiloni, J. Navarro-Esbrí, Ángel Barragán-Cervera, F. Molés, B. Peris, Analysis based on EU regulation no 517/2014 of new HFC/HFO mixtures as alternatives of high GWP refrigerants in refrigeration and HVAC systems, *International Journal of Refrigeration* 52 (2015) 21 – 31.
- [3] A. Pearson, Carbon dioxide - new uses for an old refrigerant, *International Journal of Refrigeration* 28 (2005) 1140 – 1148.
- [4] G. Lorentzen, The use of natural refrigerants: a complete solution to the cfc/hcfc predicament, *International Journal of Refrigeration* 18 (1995) 190 – 197.
- [5] G. Lorentzen, Revival of carbon dioxide as a refrigerant, *International Journal of Refrigeration* 17 (1994) 292 – 301.
- [6] G. Lorentzen, Throttling, the internal haemorrhage of the refrigeration process, Institute of Refrigeration, 1984.
- [7] S. Elbel, P. Hrnjak, Experimental validation of a prototype ejector designed to reduce throttling losses encountered in transcritical R744 system operation, *International Journal of Refrigeration* 31 (2008) 411 – 422.
- [8] S. Elbel, N. Lawrence, Review of recent developments in advanced ejector technology, *International Journal of Refrigeration* 62 (2016) 1 – 18.
- [9] K. Śmierciew, D. Butrymowicz, R. Kwidziński, T. Przybyliński, Analysis of application of two-phase injector in ejector refrigeration systems for isobutane, *Applied Thermal Engineering* 78 (2015) 630 – 639.
- [10] B. Saleh, Performance analysis and working fluid selection for ejector refrigeration cycle, *Applied Thermal Engineering* 107 (2016) 114 – 124.
- [11] Z. Ma, H. Bao, A. P. Roskilly, Thermodynamic modelling and parameter determination of ejector for ejection refrigeration systems, *International Journal of Refrigeration* (2016) –In press.
- [12] K. Śmierciew, J. Gagan, D. Butrymowicz, M. Łukaszuk, H. Kubiczek, Experimental investigation of the first prototype ejector refrigeration system with hfo-1234ze(e), *Applied Thermal Engineering* 110 (2017) 115 – 125.
- [13] G. Chen, R. Zhang, D. Zhu, S. Chen, L. Fang, X. Hao, Experimental study on two-stage ejector refrigeration system driven by two heat sources, *International Journal of Refrigeration* 74 (2017) 293 – 301.

- [14] A. Hafner, K. Banasiak, T. Herdlitschka, K. Fredslund, S. Giroto, M. Haida, J. Smolka, R744 ejector system case: Italian supermarket, spiazzo, The 12th Gustav Lorentzen Natural Working Fluid Conference, Edinburgh, 2016.
- [15] M.-H. Kim, J. Pettersen, C. W. Bullard, Fundamental process and system design issues in CO₂ vapor compression systems, *Progress in Energy and Combustion Science* 30 (2004) 119 – 174.
- [16] S. Giroto, S. Minetto, P. Neksa, Commercial refrigeration system using CO₂ as the refrigerant, *International Journal of Refrigeration* 27 (2004) 717 – 723.
- [17] A. Hafner, K. Banasiak, R744 ejector technology future perspectives, *Journal of Physics: Conference Series* 745 (2016) 032157.
- [18] J. Smolka, M. Palacz, J. Bodys, K. Banasiak, A. Fic, Z. Bulinski, A. J. Nowak, A. Hafner, Performance comparison of fixed- and controllable-geometry ejectors in a {CO₂} refrigeration system, *International Journal of Refrigeration* 65 (2016) 172 – 182.
- [19] K. Banasiak, A. Hafner, E. E. Kriezi, K. B. Madsen, M. Birkelund, K. Fredslund, R. Olsson, Development and performance mapping of a multi-ejector expansion work recovery pack for R744 vapour compression units, *International Journal of Refrigeration* 57 (2015) 265 – 276.
- [20] M. Palacz, J. Smolka, A. J. Nowak, K. Banasiak, A. Hafner, Shape optimisation of a two-phase ejector for CO₂ refrigeration systems, *International Journal of Refrigeration* 74 (2017) 212 – 223.
- [21] A. A. Kornhauser, The use of an ejector as a refrigerant expander, *International Refrigeration and Air Conditioning Conference*.
- [22] K. Banasiak, A. Hafner, Mathematical modelling of supersonic two-phase R744 flows through converging-diverging nozzles: The effects of phase transition models, *Applied Thermal Engineering* 51 (2013) 635 – 643.
- [23] F. Liu, E. A. Groll, Analysis of a two phase flow ejector for transcritical CO₂ cycle, *International Refrigeration and Air Conditioning Conference, Purdue*.
- [24] J. Smolka, Z. Bulinski, A. Fic, A. J. Nowak, K. Banasiak, A. Hafner, A computational model of a transcritical R744 ejector based on a homogeneous real fluid approach, *Applied Mathematical Modelling* 37 (2013) 1208 – 1224.
- [25] M. Yazdani, A. A. Alahyari, T. D. Radcliff, Numerical modeling of two-phase supersonic ejectors for work-recovery applications, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 55 (2012) 5744 – 5753.
- [26] C. Lucas, H. Rusche, A. Schroeder, J. Koehler, Numerical investigation of a two-phase CO₂ ejector, *International Journal of Refrigeration* 43 (2014) 154 – 166.
- [27] M. Palacz, J. Smolka, A. Fic, Z. Bulinski, A. J. Nowak, K. Banasiak, A. Hafner, Application range of the HEM approach for CO₂ expansion inside two-phase ejectors for supermarket refrigeration systems, *International Journal of Refrigeration* 59 (2015) 251 – 258.
- [28] K. Banasiak, M. Palacz, A. Hafner, Z. Buliński, J. Smolka, A. J. Nowak, A. Fic, A CFD-based investigation of the energy performance of two-phase R744 ejectors to recover the expansion work in refrigeration systems: An irreversibility analysis, *International Journal of Refrigeration* 40 (2014) 328 – 337.

- [29] J. Sierra-Pallares, J. G. del Valle, P. G. Carrascal, F. C. Ruiz, A computational study about the types of entropy generation in three different R134a ejector mixing chambers, *International Journal of Refrigeration* 63 (2016) 199 – 213.
- [30] M. Palacz, J. Smolka, W. Kus, A. Fic, Z. Bulinski, A. J. Nowak, K. Banasiak, A. Hafner, CFD-based shape optimisation of a CO₂ two-phase ejector mixing section, *Applied Thermal Engineering* 95 (2016) 62 – 69.
- [31] P. Downar-Zapolski, Z. Bilicki, L. Bolle, J. Franco, The non-equilibrium relaxation model for one-dimensional flashing liquid flow, *International Journal of Multiphase Flow* 22 (1996) 473–483.
- [32] W. Angielczyk, Y. Bartosiewicz, D. Butrymowicz, J.-M. Jean-Marie Seynhaeve, 1-D modeling of supersonic carbon dioxide two-phase flow through ejector motive nozzle, *International Refrigeration and Air Condition Conference at Purdue*.
- [33] M. Palacz, M. Haida, J. Smolka, A. J. Nowak, K. Banasiak, A. Hafner, HEM and HRM accuracy comparison for the simulation of CO₂ expansion in two-phase ejectors for supermarket refrigeration systems, *Applied Thermal Engineering* 115 (2017) 160 – 169.