

WITOLD OKOŁO-KUŁAK

Katedra Teorii Maszyn Ciepłych

STRATY CIEPŁA DO OTOCZENIA  
PRZEZ BELKI KATODOWE W ELEKTROLIZERACH ALUMINIUM

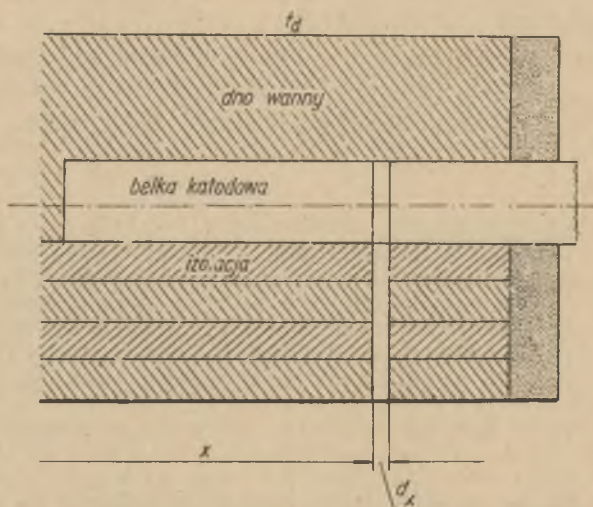
**Streszczenie.** Nowoczesną tendencją w budowie elektrolizerów aluminium o dużej wydajności jest umieszczenie osłej wanny na betonowym rusztowaniu. Przy takim wykonaniu nasuwa się szereg problemów dotyczących określenia strat ciepła na rzecz otoczenia jako jednej z pozycji bilansu energetycznego. W artykule opracowano przybliżoną metodę określenia tej straty ciepła przez belki katodowe z uwzględnieniem ciepła Joule'a. Ułożono równanie różniczkowe dla ustalonego przepływu ciepła w belkach katodowych. Po rozwiązaniu tego równania określono krzywą przebiegu temperatury w belce, po czym podano sposób obliczenia straty ciepła na rzecz otoczenia. Na zakończenie przytoczono przykład liczbowy.

Wprowadzenie

Ustalenie bilansu energetycznego elektrolizera aluminium jest niezbędne przy projektowaniu nowych wykonañ, charakteryzujących się większą wydajnością i wyższą sprawnością. Ze względu na skomplikowany kształt zewnętrznej obudowy oraz dna wanny elektrolizera obliczanie strat ciepła na rzecz otoczenia stanowi zwykle poważny problem, którego rozwiązanie nie zawsze jest znane w literaturze. Do takich właśnie mało opracowanych zagadnień należy kwestia obliczania strat ciepła przez sworznie katodowe odprowadzające prąd z elektrolizera.

Sworznie katodowe zazwyczaj są wykonane jako belki metalowe o znacznym polu przekroju (rzędu  $0,01 \text{ m}^2$ ) i długości kilku metrów. Belki te są zabudowane poziomo w trzonie wanny elektrolizera. Są więc ogrzewane od góry przez roztopiony elektrolit,

a chłodzone od dołu dzięki odpływowi ciepła do otoczenia. Do wylotów belek są przyspawane taśmy elastyczne odprowadzające prąd do szyn prądowych.



Rys.1. Schemat umieszczenia belki katodowej

Schemat cieplny zagadnienia przedstawiono na rysunku 1. Z dna wanny od elektrolitu dopływa ciepło poprzez bloki węglowe do górnej powierzchni pręta, po czym część ciepła jest odprowadzana na zewnątrz przez przewodzenie wzdłuż pręta, reszta odpływa do otoczenia poprzez warstwy izolacyjne stanowiące zewnętrzną część dolnego obmurza wanny. Mamy tu więc do czynienia ze specjalnym przypadkiem przepływu ciepła w pręcie, który znajduje się pod wpływem wysokiej temperatury elektrolitu od góry i znacznie niższej powietrza atmosferycznego od dołu.

### 1. Założenia upraszczające

Trudności, które trzeba pokonać w porównaniu z klasycznym przypadkiem przepływu ciepła w pręcie są znaczne. I tak: nie są znane wielkości pól  $A_d$ ,  $A_w$  górnej i dolnej części pręta. Nie wiadomo, w jaki sposób należy obliczać przynależne do tych

pól współczynniki wnikania ciepła lub raczej ich wartości zastępcze. Jednak trudności te można pokonać przy zastosowaniu metody strumieni cieplnych [5]. Natomiast trudności wynikające z istnienia różnej temperatury środowisk otaczających belki katodowe oraz istnieniu źródła wewnętrznego energii wymagają osobnego opracowania teoretycznego.

Niezbędne jest wprowadzenie pewnych założeń upraszczających, a mianowicie:

- a) zastępcze współczynniki wnikania ciepła  $\alpha_d, \alpha_w$  oraz przynależne do nich pola powierzchni  $A_d, A_w$  są niezmiennic,
  - b) temperatura  $t_d$  od strony elektrolitu oraz  $t_{ot}$  od strony powietrza otaczającego są niezmiennic,
  - c) współczynnik przewodzenia ciepła materiału  $\lambda$ , z którego wykonano belkę jest stały,
  - d) w przekroju początkowym  $A_0$  (przy  $x = 0$ ) belki ciepło nie jest przewodzone,
  - e) w materiale otaczającym belkę pomija się strumień ciepła płynącego w kierunku osiowym.
  - f) ciepło Joule'a wydzielające się w belce jest określone zależnością

$$q_x = \dot{q}_v f(x) \quad (1.1)$$

gdzie  $\dot{q}_v$  ciepło przypadające na jednostkę objętości ma wartość niezmienną,  $f(x)$  - funkcja rozkładu ciepła<sup>x)</sup>.

Można się spodziewać, że założenia (a, b, c, d i f) w rzeczywistości spełniają się z dość dużą dokładnością. Założenie e jest zgodne z prawdą, jeśli chodzi o dolną część wanny wraz z izolacją, natomiast dla górnej części trzonu byłoby do przyjęcia tylko wówczas, gdyby na bloki węglowe użyło się materiału anizotropowego, co sprawdza się w odniesieniu do pewnych gatunków grafitu.

<sup>x)</sup> Wzdłuż długości  $x$  belki katodowej.

Przy ustalaniu funkcji rozkładu ciepła Joule'a  $q_x$  należy wyznaczyć gęstość prądu  $\sigma = 1/A \frac{A}{m^2}$  z którą jest związana. Po wprowadzeniu elektrycznego oporu właściwego  $\rho$   $\Omega m$  wyrażonego w jednostkach absolutnych układu SI zależność ta, wynikająca z prawa Ohma przedstawia się następująco

$$q_v = \sigma^2 \rho \frac{W}{m^3} \quad (1.2)$$

Natomiast jeżeli dla oporu elektrycznego użyje się jednostki  $|\rho| = \frac{\Omega m^2}{m}$  oraz gęstość prądu  $\sigma_{el}$  wyrazi się w  $\frac{A}{mm^2}$ , to zależność powyższa przyjmuje postać

$$q_v = \sigma^2 \cdot \rho \cdot 10^{-6} \frac{W}{m^3} \quad (1.3)$$

Jeżeli w pręcie nie ma upływu prądu, to gęstość prądu w belkach katodowych maleje w miarę przesuwania się ku początkowi belki. Z tego powodu bliższe prawdy byłoby założenie, że funkcja rozkładu ciepła ma charakter liniowy tj.

$$f(x) = \frac{x}{l} \quad (1.4)$$

gdzie:

$x$  - odległość od początku belki katodowej (rys. 1)      lub  
paraboliczny

$$f(x) = \left(\frac{x}{l}\right)^2 \quad (1.5)$$

Ta ostatnia zależność jest jednoznaczna z liniowym rozkładem gęstości prądu elektrycznego

$$\sigma_x = \sigma \frac{x}{l} \quad (1.6)$$

i może być otrzymana po zastosowaniu równania (1.2).

Do dalszych rozważań będzie wykorzystana zależność liniowa (1.4) rozkładu ciepła dlatego, że wówczas wpływ ciepła Joule'a będzie większy niż w przypadku stosowania funkcji (1.5).

## 2. Przebieg temperatury w belce katodowej

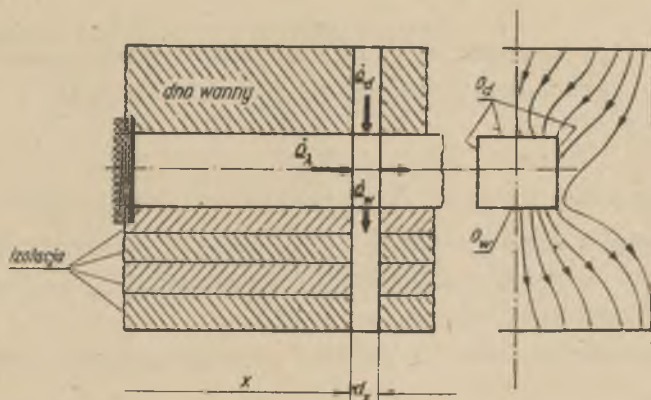
W celu ustalenia przebiegu temperatury  $\vartheta$  w belce katodowej należy zastosować prawa, które rządzą przepływem ciepła.

Na wstępie obieramy elementarny układ, który tworzy odcinek belki o grubości  $dx$  ograniczony dwoma pobliskimi płaszczyznami prostopadłymi do osi belki (rys. 2). Do układu tego dopływa ciepło od góry (od elektrolitu) według prawa Newtona

$$d\dot{Q}_d = \alpha_d dx (\dot{t}_d - \vartheta) \quad (2.1)$$

Analogicznie do poprzedniego można określić ciepło odpływające w dół do otoczenia

$$d\dot{Q}_w = \alpha_w dx (\vartheta - t_{ot}) \quad (2.2)$$



Rys. 2. Przepływ ciepła w belce katodowej

Ciepło przewodzone przez materiał belki w kierunku osiowym jest określone prawem Fouriera

$$\dot{Q} = - A \lambda \frac{d\theta}{dx} \quad (2.3)$$

We wzorach powyższych oznaczają:

$Q_d, Q_w$  - obwód części belki, do której ciepło dopływa i odpływa,

$A$  - pole przekroju poprzecznego belki.

Ubytek tego ciepła na długości elementu  $dx$  stanowiący dalszą pozycję równania bilansu można łatwo określić przez zróżniczkowanie równania (2.3)

$$- d \dot{Q}_\lambda = + A \lambda \frac{d^2 \theta}{dx^2} dx \quad (2.4)$$

Zgodnie z równaniem (1.1) i (1.4) można ostatnią pozycję bilansu napisać

$$d \dot{Q}_j = A dx \dot{q}_v \frac{\bar{X}}{I} \quad (2.5)$$

Przy założeniu, że rozpatrywany układ jest w stanie ustalonym, można I zasadę termodynamiki ująć za pomocą równania

$$d\dot{E}_d = d\dot{E}_w \quad (2.6)$$

Po stronie energii doprowadzonej  $d\dot{E}_d$  należy wprowadzić równania (2.1), (2.4) i (2.5), natomiast energia  $d\dot{E}_w$  opuszczająca układ określona jest równaniem (2.2).

Po uporządkowaniu równania bilansu energetycznego przyjmuje postać:

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} - B^2 \theta + \frac{\dot{q}_v}{\lambda} \frac{\bar{X}}{I} = 0 \quad (2.7)$$

gdzie:

$$\Theta = \vartheta - t_w \quad (2.8)$$

$$t_w = \frac{O_d \alpha_d t_d + O_w \alpha_w t_{ot}}{O_d \alpha_d + O_w \alpha_w} \quad (2.9)$$

$$B = \sqrt{\frac{O_d \alpha_d + O_w \alpha_w}{\Lambda \lambda}} \quad (2.10)$$

Równanie różniczkowe (2.7) określające przebieg temperatury w belce można rozwiązać znając jedną z całek szczególnych. Jeżeliby nią była np. funkcja

$$\Theta = \text{ch}(ax) + e^{ax} + bx \quad (2.11)$$

to po dwukrotnym zróżniczkowaniu i wstawieniu otrzymanej wartości w równanie (2.7) otrzymalibyśmy

$$a^2 \text{ch}(ax) + a^2 e^{ax} - B^2 (\text{ch}(ax) + e^{ax} + bx) + \frac{\dot{q}_y}{\lambda} \frac{x}{l} = 0 \quad (2.12)$$

Równanie to będzie spełnione, gdy

$$a = \pm B \quad \text{i} \quad b = \frac{\dot{q}_y}{\lambda l B^2} \quad (2.13)$$

Zatem całką ogólną równania (2.7) może być np.

$$\Theta = C_1 \text{ch} Bx + C_2 e^{-Bx} + \frac{\dot{q}_y}{\lambda B^2} \frac{x}{l} \quad (2.14)$$

Stałe całkowania w równaniu (2.14) wyznacza się z warunków brzegowych a mianowicie:

a) na początku układu, tj. przy  $x = 0$  ciepło nie jest w pełni przewodzone, tzn.  $(\frac{d\theta}{dx})_{x=0} = 0$ . Różniczkując równanie (2.14) i zakładając  $x = 0$  otrzymamy

$$\left(\frac{d\theta}{dx}\right)_{x=0} = B(C_1 \operatorname{sh} 0 - C_2 e^0) + \frac{\dot{q}_v}{\lambda B^2} = 0$$

czyli

$$C_2 = \frac{\dot{q}_v}{\lambda B^2} \quad (2.15)$$

b) Przy końcu układu, tj. przy  $x = 1$  ciepło odpływające do otoczenia może być określone za pomocą prawa

$$-A\lambda \left(\frac{d\theta}{dx}\right)_{x=1} = A\alpha_{ot}(\theta_k - t_{ot}) \quad (2.16)$$

Po wykorzystaniu zależności (2.14) otrzymamy

$$\begin{aligned} -\lambda B(C_1 \operatorname{sh} B1 - \frac{\dot{q}_v}{\lambda B^2} e^{-B1}) - \frac{\dot{q}_v}{\lambda B^2} &= \\ &= \alpha_{ot}(C_1 \operatorname{ch} B1 + \frac{\dot{q}_v}{\lambda B^2} e^{-B1} + \frac{\dot{q}_v}{\lambda B^2} + t_w - t_{ot}) \end{aligned}$$

Z ostatniego równania można już wyznaczyć stałą całkowania  $C_1$

$$C_1 = \frac{\frac{\dot{q}_v}{\lambda B^2} Z_1 - K_2 (t_w - t_{ot})}{\operatorname{sh} K_1 + K_2 \operatorname{ch} K_1} \quad (2.17)$$

gdzie

$$K_1 = B1; \quad K_2 = \frac{\alpha_{ot}}{\lambda B} \quad (2.18)$$

mają znaczenie kryteriów podobieństwa, natomiast

$$Z_1 = \frac{e^{-K_1} - 1}{K_1} - K_2 \left(1 + \frac{e^{-K_1}}{K_1}\right) \quad (2.19)$$



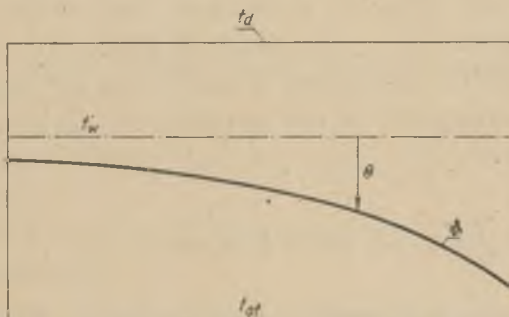
oraz

$$Z_2 = 1 + K_2 \operatorname{ctg} h K_1 \quad (2.20)$$

są pewnymi zespołami kryteriów  $K_1$  i  $K_2$ .

Znając stałe całkowania  $C_1$  i  $C_2$  można określić przebieg temperatury w belce (rys.3) oraz stratę ciepła na rzecz otoczenia przez przewodzenie ciepła w belce katodowej. Wielkość tej straty wynika z prawa Fouriera zastosowanego w przekroju końcowym belki, tj. dla  $x = 1$

$$\dot{Q}_{\lambda}(x=1) = -\lambda A \left( \frac{d\theta}{dx} \right)_{x=1} \quad (2.21)$$



Rys.3. Przebieg temperatury w belce

Po wykorzystaniu równań (2.8), (2.14), (2.15), (2.17), (2.18), (2.19) i (2.20) otrzymano

$$\dot{Q}_{\lambda}(x=1) = A \lambda B \frac{K_2}{Z_2} (t_w - t_{ot}) - \dot{q}_v \frac{A}{B} \left[ \frac{Z_1}{Z_2} + \frac{1}{K_1} (1 - e^{-K_1}) \right]. \quad (2.22)$$

Belki katodowe należy zaliczyć do grupy tzw. prętów długich [3], (rys. 1). Dla tego rodzaju prętów kryterium  $K_1$  przyjmuje wartość powyżej 2,65, natomiast wyrażenie  $e^{-K_1}$  może być pominięte jako bardzo małe wobec jedności, gdyż przyjmuje wartość mniejszą od  $e^{-2,65} = 0,07$ . Przy takim uproszczeniu otrzymujemy znaczne skrócenie wzorów, ponieważ wówczas można

położyć  $\text{ctg } h K_1 \approx 1$ . Zespoły kryterialne  $Z_1$  i  $Z_2$  przechodzą w prostsze formy

$$Z_1' = - \left( \frac{1}{K_1} + K_2 \right); \quad Z_2' = 1 + K_2 \quad (2.23)$$

Stratę ciepła na rzecz ootoczenia można wyznaczyć za pomocą wzoru

$$\dot{Q}_\lambda = \frac{A\alpha}{K_1 + 1} (t_w - t_{ot}) + \dot{q}_v \frac{A}{B} \frac{K_2 K_1 - 1}{K_1 K_2 + 1} \quad (2.24)$$

Wzory (2.22) oraz (2.24) dowodzą, że ciepło Joule'a powoduje zwiększenie straty ciepła na rzecz ootoczenia. W równaniu (2.22) zespół kryterialny  $Z_1$  ma wartość ujemną co powoduje, że drugi wyraz po prawej stronie powiększa wartość straty na rzecz ootoczenia. Natomiast w równaniu (2.24) wynika to z faktu, że  $K_1 > 1$ ,  $K_2 > 0$ . Obliczymy jeszcze ciepło Joule'a  $\dot{Q}_J$  wywiązane na całej długości belki katodowej. Jego wartość wynika ze wzoru (2.5):

$$\dot{Q}_J = \int_0^l A \dot{q}_v \frac{x}{l} dx = \frac{1}{2} \dot{q}_v A l \quad (2.25)$$

Z całkowitej wartości strumienia ciepła Joule'a wynikającej ze wzoru (2.25) odchodzi do ootoczenia tylko część  $\dot{Q}_{Jot}$  określona równaniem (2.24)

$$\dot{Q}_{Jot} = \dot{q}_v \frac{A}{B} \frac{K_2 K_1 - 1}{K_1 K_2 + 1} \quad (2.26)$$

Stosunek  $\dot{Q}_{Jot}/\dot{Q}_J = \varepsilon$  wynosi

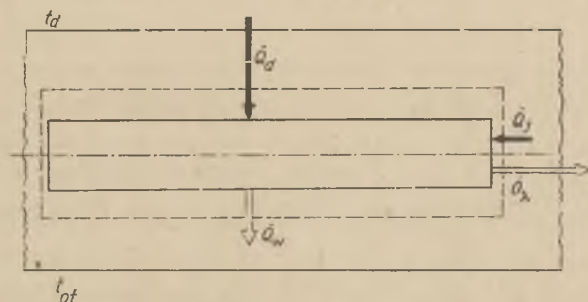
$$\varepsilon = \frac{2 K_2 (K_1 - 1)}{K_1^2 (K_2 + 1)} \quad (2.27)$$

Ponieważ belka katodowa wpływa decydująco na pole temperatury dna węglowego wanny oraz warstw izolacyjnych dolnej części elektrolizera, przeto należy jeszcze określić ten wpływ. Aby to zrobić należy uprzednio przeprowadzić pełny bilans energetyczny układu.

3. Bilans energetyczny układu

Przy założeniu, że przepływ ciepła w belce katodowej ustalili się, można sporządzić bilans energetyczny układu (rys.4)

$$\dot{Q}_d - \dot{Q}_w = \dot{Q}_\lambda - \dot{Q}_J \quad (3.1)$$



Rys.4. Bilans energetyczny układu

gdzie:

$\dot{Q}_d$  - strumień ciepła dopływający do belki z wanny elektrolizera,

$\dot{Q}_w$  - strumień ciepła wypływający poprzez zaizolowane dno do podłoża,

$\dot{Q}_J$  - strumień ciepła Joule'a, wydzielający się w belce,

$\dot{Q}_\lambda$  - strumień ciepła dopływający przewodami elektrycznymi przez przewodzenie.

W celu określenia pierwszych dwu pozycji bilansu ( $\dot{Q}_d$  i  $\dot{Q}_w$ ) należy na wstępie obliczyć średnią wartość różnicy temperatur  $\Theta_m$ . Związek pomiędzy lokalną wartością i średnią wartością  $\Theta_m$  różnicy temperatury wynika z wzoru

$$\Theta_m = \frac{1}{l} \int_0^l \Theta \, dx \quad (3.2)$$

Po uwzględnieniu równania (2.14), (2.15), (2.17) oraz oznaczeń (2.18) i (2.23) otrzymujemy po szeregu żmudnych przekształceń następujący wzór uproszczony

$$\Theta_m = \frac{\dot{q}_v}{\lambda B^2} \left[ \frac{1}{2} - \frac{K_2 (K_1 - 1)}{K_1 (K_2 + 1)} \right] - \frac{K_2}{K_1 (K_2 + 1)} (t_w - t_{ot}) \quad (3.3)$$

Znając średnią wartość  $\Theta_m$  nietrudno jest wyznaczyć strumienie ciepła  $\dot{Q}_d$  i  $\dot{Q}_w$ , jeśli weźmie się pod uwagę zależność (2.8). Zależność ta wynika z prawa Newtona

$$\dot{Q}_d = 1 \cdot 0_d \alpha_d (t_d - \theta_m) = 1 \cdot 0_d \alpha_d (t_d - t_w - \Theta_m) \quad (3.4)$$

oraz

$$\dot{Q}_w = 1 \cdot 0_w \alpha_w (\theta_m - t_{ot}) = 1 \cdot 0_w \alpha_w (t_w - t_{ot} + \Theta_m) \quad (3.5)$$

Z równań (3.4) i (3.5) można również wyliczyć różnicę  $(\dot{Q}_d - \dot{Q}_w)$ . Po wykorzystaniu równania (2.9) otrzymano

$$\dot{Q}_d - \dot{Q}_w = -1 \cdot \Theta_m \cdot 0_z \alpha_z \quad (3.6)$$

gdzie

$$0_z \alpha_z = 0_d \alpha_d + 0_w \alpha_w \quad (3.7)$$

Wzór (3.6) można rozwinąć przy użyciu równania (3.3)

$$\dot{Q}_d - \dot{Q}_w = 1 \cdot 0_z \alpha_z \left[ \frac{K_2(t_w - t_{ot})}{K_1(K_2 + 1)} - \frac{\dot{q}_v}{B^2} \left( \frac{1}{2} - \frac{K_2(K_1 - 1)}{K_1^2(K_2 + 1)} \right) \right] \quad (3.8)$$

Po wyznaczeniu wszystkich pozycji bilansowych w równaniu (3.1) można przeprowadzić kontrolę. W tym celu równania (2.24), (2.25) i (3.8) wstawia się do równania bilansu (3.1)

$$1 \alpha_z 0_z \left[ \frac{K_2(t_w - t_{ot})}{K_1(K_2 + 1)} - \frac{\dot{q}_v}{B^2} \left( \frac{1}{2} - \frac{K_2(K_1 - 1)}{K_1^2(K_2 + 1)} \right) \right] =$$

$$= \frac{A \alpha_{ot}}{K_2 + 1} (t_w - t_{ot}) + \dot{q}_v \frac{A}{B} \frac{K_2}{K_1} \frac{K_1 - 1}{K_2 + 1} - \frac{\dot{q}_v A l}{2} \quad (3.9)$$

Łatwo się przekonać, że powyższa równość sprawdza się, należy tylko wprowadzić proste zależności wynikające z równań (2.18) i (3.7)

$$A \alpha_{ot} = A \lambda B K_2; \quad \frac{A}{B} = \frac{A l}{K_1}; \quad l \alpha_z \cdot 0_z = A \lambda B K_1 \quad (3.10)$$

#### 4. Przykład liczbowy

W celu wyjaśnienia toku obliczeń zamieszczono poniżej przykład liczbowy. Ponieważ nowo projektowane urządzenia powinny dotyczyć przede wszystkim dużych jednostek, przeto dane, które przyjmujemy do obliczeń, będą obrane mocno "na wyrost". Dotyczą one w szczególności obciążenia cieplnego i wymiarów belek katodowych. Poszczególne pozycje dla konkretnych wykonanych projektowych elektrolizerów powinny być obliczane na podstawie rozmiarów geometrycznych oraz parametrów charakteryzujących działanie elektrolizera.

Do obliczeń przyjmujemy orientacyjnie następujące dane:

$$t_d = 940^\circ\text{C}, \quad t_{ot} = 20^\circ\text{C}, \quad \alpha_{ot} = 100 \text{ W}/(\text{m}^2\text{grad})$$

$$\lambda = 33,33 \text{ W}/(\text{m grad}), \quad 0_d \alpha_d = 8,0 \text{ W}/(\text{m grad}) \quad 0_w \alpha_w = 2,0$$

$\text{W}/(\text{m grad})$ , (ostatnie dwie wielkości należy określić np. za pomocą metody strumieni cieplnych [5]),  $A = 0,03 \text{ m}^2$ ,  $l = 1,5 \text{ m}$ ,  $\dot{q}_v = 8000 \text{ W}/\text{m}^3$ .

Obliczenie rozpoczynamy od określenia pomocniczych wartości:

$$t_w = \frac{8 \cdot 940 + 2 \cdot 20}{8 + 2} = 756^\circ\text{C} \quad (\text{równ. (2.9)})$$

$$B = \sqrt{\frac{8+2}{0,03 \cdot 33,3}} = 3,1623 \text{ m}^{-1} \quad (\text{równ. (2.10)})$$

$$Bl = 3,16 \cdot 1,5 = 4,7434$$

$$\text{sh}Bl = 57,416; \quad \text{ch}Bl = 57,407; \quad \text{ctgh} Bl = 1,00015;$$

$$e^{-Bl} = 0,008708;$$

$$\frac{\dot{q}_V}{\lambda B^3 l} = \frac{800}{33,33 \cdot 3,16^3 \cdot 1,5} = 5,06 \text{ grad}$$

$$B = 33,3 \cdot 3,16 = 105,32 \text{ W/(m}^2 \text{ grad)}$$

$$K_1 = 4,7434; \quad K_2 = \frac{100}{105,32} = 0,949 \text{ (równ. 2.18)}$$

$$\dot{q}_V \frac{A}{B} = 8000 \cdot \frac{0,03}{3,16} = 75,89 \text{ grad}$$

$$\frac{\dot{q}_V}{\lambda B^2} = \frac{8000}{33,3 \cdot 3,16} = 24,0 \text{ grad}$$

$$t_w - t_{ot} = 756 - 20 = 736 \text{ grad}$$

Przechodzimy do obliczenia pozycji bilansowych w równaniu (3.8). Początkowo obliczamy  $\dot{Q}_\lambda$  i  $\dot{Q}_J$ :

$$\dot{Q}_\lambda = \frac{0,03 \cdot 100}{0,949 + 1} \cdot (736) + 75,9 \cdot \frac{0,949 \cdot 3,74}{4,74 \cdot 1,949} = 1162 \text{ W (z równ. (2.24))}$$

$$\dot{Q}_J = \frac{1}{2} \cdot 8000 \cdot 0,03 \cdot 1,5 = 180 \text{ W (z równ. (2.25))}$$

W celu określenia pozostałych pozycji bilansowych obliczamy wpierw średnią różnicę temperatur  $\Theta_m$ :

$$\Theta_m = 24 \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{0,949 \cdot 3,749}{4,74^2 \cdot 1,949} \right) - \frac{0,949 \cdot 736}{4,74 \cdot 1,949} = -65,48 \text{ grad}$$

Ostatnią pozycją bilansową jest  $\dot{Q}_d - \dot{Q}_w$

$$\dot{Q}_d - \dot{Q}_w = -1,5 \cdot (-65,48) \cdot 10 = 982,2 \text{ W (z równ. (3.6))}$$

Kontrolę przeprowadzamy w oparciu o równanie bilansu (3.1)

$$982,2 = 1162 - 180 + b_{obl}$$

gdzie:

$b_{obl}$  - błąd obliczeniowy (bezwzględny)

$$b_{obl} = 0,2 \text{ W}$$

Błąd względny (procentowy)  $\beta$  wynosi

$$\beta = \frac{b}{\dot{Q}_d - \dot{Q}_w} \cdot 100 = \frac{0,2 \cdot 100}{985,5} = 0,02\% = 0,2\%$$

## 5. Zakończenie

Analiza problemu strat ciepła na rzecz otoczenia przez belki katodowe wykazuje, że bilans energetyczny w tym przypadku może być ustalony w sposób stosunkowo prosty; ze względu na znaczną długość belek katodowych elektrolizera przy określaniu poszczególnych pozycji w bilansie energetycznym można zastosować wzory, w których nie występują funkcje hiperboliczne. W pracy podano wywód tych wzorów oraz zestawiono bilans energetyczny belki katodowej. W celu wyjaśnienia toku postępowania przytoczono przykład liczbowy.

Praca wpłynęła do Redakcji 19 listopada 1964 r.

## LITERATURA

- [1] Ochęduszek S.: Termodynamika stosowana. WNT Warszawa 1964 str. 506.
- [2] Ochęduszek S.: Teoria maszyn cieplnych. Część III. PWT Warszawa 1956, str. 29.
- [3] Około-Kuźak W.: Straty ciepła na rzecz otoczenia przez sworznie prądowe w elektrolizerach aluminium. Zesz. Nauk. Polit. Śl. Energetyka zesz. 16. 1964, str.87.
- [4] Kriworuczenko W.W., Korobow M.A.: Tęplowyje i energetyčeskie bałansy elektrolizierow. Metalurg. Izdat. Moskwa 1963, str. 71.
- [5] Szargut J.: Przybliżona metoda wyznaczania ilości przewodzonego ciepła, Gaz, Woda, Technika Sanitarna nr 5 1957 str.174.

## ТЕПЛОВЫЕ ПОТЕРИ В КАТОДАХ ЭЛЕКТРОЛИЗЕРОВ АЛЮМИНИЯ

## Р е з ю м е

При проектировании новых электролизеров, когда изменяются размеры электродов, нельзя пользоваться в расчетах температурами измеренными на электродах других размеров. В настоящей работе проведен анализ расчета потерь тепла катодом, учитывая джоулево тепло. Составлено уравнение теплового баланса катода, приведено примерный расчет энергетического баланса катода электролизера большой мощности с верхним анодным токоподводом.

THE HEAT LOSSES BY ELECTRIC KATHODES IN ALLUMINIUM  
ELECTROLYZERS

## S u m m a r y

In the design of electrolyzers, when the size of electrodes is varying, it is impossible to use, in the computation, the temperatures which were measured on electrodes of another size. In this paper is showed the computation in which the Joule heat is taken under consideration. The equation of heat balance for kathodes is written. A computation of energetic balance for electrolyzers kathode of large power, is showed as an example.