ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1966
Seria: ENERGETYKA z. 21 Nr kol. 156

WITOLD OKOŁO-KUŁAK
Katedra Teorii Maszyn Cieplnych

RÓWNANIE KRYTERIALNE PRZEPŁYWU ENERGII W BELCE KATODOWEJ ELEKTROLIZERA ALUMINIUM

Streszczenie. Wychodząc z równania bilansu energetycznego przepływu energii w belkach katodowych elektrolizerów aluminium (z uwzględnieniem ciepła Joule'a) można zgodnie z II teorematem podobieństwa (w ujęciu Federmana) dojść do równania kryterialnego, w którym występują trzy rodzaje wielkości bezwymiarowych, a mianowicie: a) kryteria podobieństwa, b) sympleksy, to jest stosunki jednakowych co do sensu fizycznego wielkości i c) zespoły liczb kryterialnych (łącznie z sympleksami).

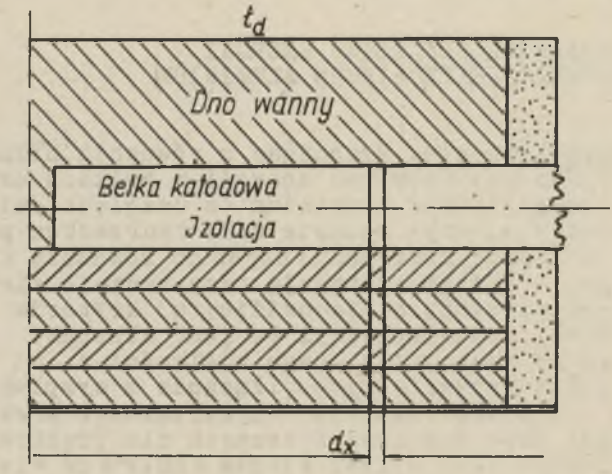
Analiza równania kryterialnego przepływu energii może dostarczyć cennych dla praktyki wskazówek takich jak: wpływu ciepła Joule'a na wielkość strat ciepła na rzecz otoczenia, rozdziału strumieni energii w belce katodowej, wpływu samej belki na straty przez dno wanny i izolację itp.

Przykład liczbowy wyjaśnia rozpatrzone w pracy zagadnienia.

Wprowadzenie

Bilans energetyczny elektrolizera aluminium jest ściśle związany z kwestią obliczania strat ciepła na rzecz otoczenia przez poszczególne jego części, jak np. sworznie prądowe, belki katodowe (Rys.1), dno i naroża wanny itp. W polskiej literaturze technicznej ukazało się w ostatnich latach szereg prac dotyczących tego problemu [1] [2] [3], które umożliwiają nie tylko poprawne zestawienie równań bilansowych całego urządzenia, ale i poszczególnych jego części. Punktem wyjścia są tu równania różniczkowe ujmujące prawa, które rządzą przepływem energii w rozpatrywanych częściach urządzenia. Rozwiązanie tych równań zgodnie z II teorematem podobieństwa w ujęciu Federmana [4, str. 50] może być ujęte w formie tzw. równania kryterialnego, które zawiera tylko bezwymiarowe kryteria podobieństwa, sympleksy oraz pewne zespoły kryteriów podobieństwa. Dodatkowo zostaną tu wprowadzone stosunki rozdziału strumienii energii ε oraz w razie potrzeby straty stosunkowe ω i sprawności η. Te dwa ostatnie pojęcia są również bezwymiarowe i mogą znajdować się w równaniu kryterialnym podobieństwa przepływu energii w belce katodowej elektrolizera aluminium.

Znajomość równań kryterialnych jest bardzo pożyteczna, np. w oparciu o te równania można dać odpowiedź na szereg zagadnień dotyczących rozdziału energii w sworzniach prądowych wiel-



Rys. 1. Schemat umieszczenia belki katodowej

kości strat stosunkowych i nawet możliwości stosowania metody superpozycji w przypadku obliczania nadwyżek temperatury w sworzniach prądowych lub przy obliczaniu poszczególnych rodzajów strat.

1. Bilans energetyczny belki katodowej

Przepływ ciepła w przekroju poprzecznym belki katodowej podaje rys. 2. Równanie bilansu energetycznego belki katodowej elektrolizera aluminium zostało ustalone przy następujących założeniach upraszczających [3]:

a) zastępcze współczynniki wnikania ciepła α_d, α_w oraz przynależne do nich pola powierzchni A_d, A_w są niezmienne,

b) temperatury t_d od strony dna wanny stykające się z roztopionym elektrolitem oraz t_{ot} od strony powietrza otaczającego są niezmienne,

c) współczynnik przewodzenia ciepła λ materiału, z którego wykonano belkę - jest stały,

d) w przekroju początkowym A_o (przy $x = 0$) belki - ciepło nie jest przewodzone,

e) w materiale otaczającym belkę pomija się strumień ciepła płynący w kierunku osiowym,

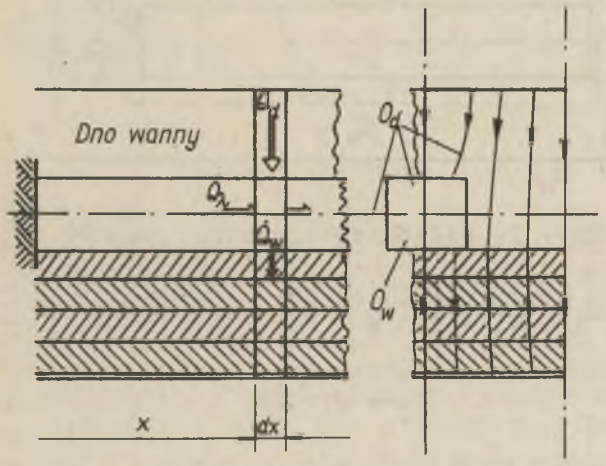
f) ciepło Joule'a wydzielające się w belce o przekroju niezmiennym jest określone zależnością

$$\dot{q}_x = \dot{q}_v \frac{x}{l} \tag{1.1}$$

gdzie:

$\dot{q}_v$ – ciepło przypadające na jednostkę objętości ma wartość niezmienną,

l – całkowita długość belki.



Rys. 2. Przepływ ciepła w belce katodowej

Równanie bilansu energetycznego belki katodowej ma następującą postać (rys.3)

$$\dot{Q}_d - \dot{Q}_w = \dot{Q}_\lambda - \dot{Q}_J \tag{1.2.}$$

gdzie:

$\dot{Q}_d$ – strumień ciepła dopływający do belki z dna wanny,

$\dot{Q}_w$ – strumień ciepła odpływający z belki pionowo w dół (do otoczenia),

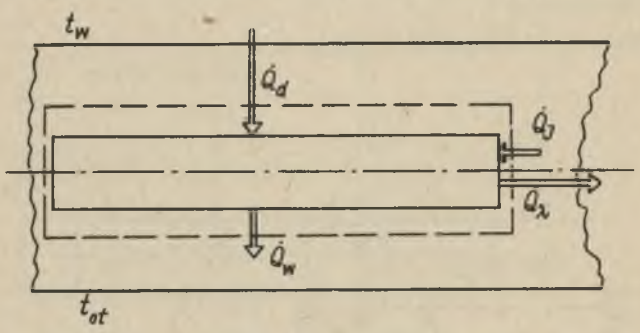
$\dot{Q}_\lambda$ – strumień ciepła odpływający z belki w kierunku osi do otoczenia,

$\dot{Q}_J$ – strumień ciepła Joule'a wydzielający się w belce.

Poszczególne wyrażenia w równaniu bilansu energetycznego (1.2) są określone za pomocą wzorów

$$\dot{Q}_d = l\,O_d \alpha_d (t_d - t_w + \Theta_m) \tag{1.3}$$

$$\dot{Q}_w = l\,O_w \alpha_w (t_w - t_{ot} - \Theta_m) \tag{1.4}$$



Rys. 3. Bilans energetyczny układu

$$\dot{Q}_\lambda = \frac{A\,\alpha_{ot}}{K_2 + 1}(t_w - t_{ot}) + \dot{q}_v \frac{A}{B} Z_3 \tag{1.5}$$

$$\dot{Q}_J = \dot{q}_v \frac{Al}{2} \tag{1.6}$$

gdzie poza znanymi wielkościami oznaczają:

O_d – część obwodu belki (w płaszczyźnie prostopadłej do osi), na której ciepło dopływa z dna wanny,

O_w – część obwodu belki, na której ciepło odpływa do otoczenia,

Θ_m – średnia różnica temperatur pomiędzy temperaturą wyrównania t_w a temperaturą belki ϑ, (rys.4),

A – pole przekroju belki,

α_{ot} – współczynnik wnikania ciepła do otoczenia w końcowym przekroju belki (dla x = l),

t_w – temperatura wyrównania, tj. temperatura, którą miałaby belka zaizolowana na końcu przy $\alpha_{ot} = 0$,

B – wielkość obliczeniowa,

Z_1, Z_2, Z_3 – zespoły kryterialne.

Wielkości pomocnicze, występujące w równaniach (1.3), (1.4) i (1.5) należy obliczać z relacji

$$\Theta_m = (t_w - t_{ot})\, Z_1 - \frac{\dot{q}_v}{\lambda_B{}^2}\, Z_2 \tag{1.7}$$

$$t_w = \frac{O_d\alpha_d\, t_d + O_w\alpha_w\, t_{ot}}{O_d\alpha_d + O_w\alpha_w} \tag{1.8}$$

$$B = \sqrt{\frac{O_d\alpha_d + O_w\,\alpha_w}{A\cdot\lambda}} \tag{1.9}$$

$$Z_1 = \frac{K_2}{K_1\,(K_2+1)}; \quad Z_2 = \frac{1}{2} - \frac{K_2}{K_1^2}\,\frac{K_1-1}{K_2+1}; \quad Z_3 = \frac{K_2}{K_1}\,\frac{K_1-1}{K_2+1} \tag{1.10}$$

$$K_1 = Bl, \quad K_2 = \frac{\alpha_{ot}}{\lambda B}, \quad A\,\alpha_{ot} = A\,\lambda B K_2, \quad \frac{A}{B} = \frac{Al}{K_1} \tag{1.11}$$

Z równania (1.8) wynika, że temperatura wyrównania t_w jest niezależna od wewnętrznych źródeł ciepła, bowiem nie zawiera wyrażenia $\dot{q}_v$. Nasuwa się myśl, aby w równaniu bilansu energetycznego rozdzielić wielkości poszczególnych strumieni na dwie grupy. W pierwszej należałoby umieścić wielkości niezależne od wewnętrznych źródeł ciepła, w drugiej natomiast ściśle związane z nimi przez wielkość $\dot{q}_v$. Na wstępie staramy się skrócić w miarę możności równania (1.3), (1.4), (1.5) i (1.7) przez wprowadzenie nowych oznaczeń

$$t_d - t_w = \Theta_1; \quad t_w - t_{ot} = \Theta_2 \tag{1.12}$$

$$O_d\alpha_d = D; \quad O_w\alpha_w = W; \quad \frac{\dot{q}_v}{\lambda_B{}^2} = \Theta_q \tag{1.13}$$

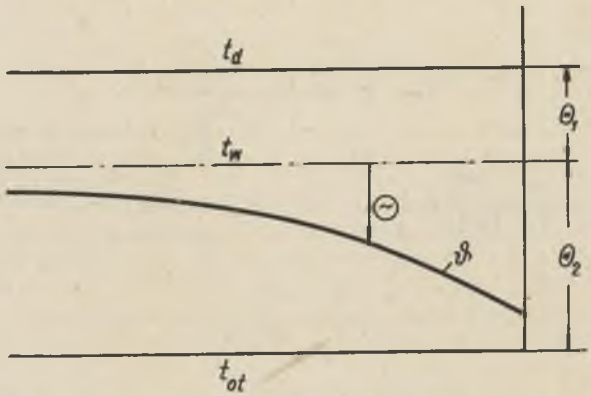
Po wykorzystaniu tych oznaczeń równania (1.3), (1.4), (1.5) i (1.7) uproszczą się

$$\dot{Q}_d = l\,D\,(\Theta_1 + \Theta_m) \tag{1.14}$$

$$\dot{Q}_w = l\,W\,(\Theta_2 - \Theta_m) \tag{1.15}$$

$$\dot{Q} = \frac{A\,\alpha_{ot}\,\Theta_2}{K_2 + 1} + \dot{q}_v\,\frac{A}{B}\,Z_3 \tag{1.16}$$

$$\Theta_m = \Theta_2\,Z_1 - \Theta_q\,Z_2 \tag{1.17}$$



Rys. 4. Przebieg temperatury w belce

Następnie wstawiamy równanie (1.17) do równań (1.14), (1.15) i (1.16). Po wykorzystaniu równania (1.6) równanie bilansu (1.2) przyjmie postać

$$l\,D(\Theta_1 + Z_1\,\Theta_2) - Z_2\,\Theta_q) - l\,W(\Theta_2 - Z_1\,\Theta_2 + Z_2\,\Theta_q) =$$

$$= \frac{A\alpha_{ot}\,\Theta_2}{K_2 + 1} + \dot{q}_v\,\frac{A}{B}\,Z_3 - \dot{q}_v\,\frac{Al}{2} \tag{1.2.1}$$

Równanie powyższe rozpada się na dwa niezależne od siebie równania

$$l\,D(\Theta_1 + Z_1\,\Theta_2) - l\,W(1 - Z_1)\,\Theta_2 = \frac{A\alpha_{ot}\,\Theta_2}{K_2 + 1} \tag{1.18}$$

$$-\,l\,Z_2\,(D + W)\,\Theta_q = \dot{q}_v \cdot \frac{A}{B}\,Z_3 - \dot{q}_v\,\frac{Al}{2} \tag{1.19}$$

Pierwsze z tych równań (1.18) otrzymujemy, jeżeli w równaniu (1.2.0) wstawi się $\dot{q}_v = 0$. Natomiast po założeniu $\alpha_d = 0$ oraz $\alpha_w = 0$ równanie "wspólne" (1.2.1) zmieni się w równanie (1.19).

Należy jeszcze sprawdzić, czy równania (1.18) i (1.19) są spełnione w ogólnym przypadku, tj. gdy $\alpha_d \neq 0$, $\alpha_w \neq 0$, $\dot{q}_v \neq 0$. Po wykorzystaniu zależności od (1.9) do (1.13) stwierdzamy, że istotnie równania te są słuszne w ogólnym przypadku, tj. równanie (1.2.0) da się zawsze rozbić na dwa niezależne równania "częściowe" (1.18) i (1.19).

2. Równania kryterialne przepływu energii w belce katodowej

Równania bilansowe (1.18) i (1.19) stanowią podstawę przy wyznaczaniu równań kryterialnych dla przepływu energii w belkach katodowych elektrolizerów aluminium. Najpierw należy określić strumienie energii w poszczególnych równaniach bilansowych. Przez główny strumień należy rozumieć taki wyraz bilansowy, który ma albo największą wartość albo stanowi przyczynę powstawania tzw. strumieni wtórnych. W równaniu (1.18) będzie to oczywiście strumień ciepła dopływającego z wanny elektrolizera. Strumień ten określa pierwszy wyraz bilansu

$$\dot{Q}_d = l \cdot D\,(\Theta_1 + Z_1\,\Theta_2) \tag{2.1}$$

Równanie (1.18) dzielimy stronami przez strumień główny i wprowadzamy oznaczenia

$$\varepsilon_w + \left(\frac{\dot{Q}_w}{\dot{Q}_d}\right)_{\dot{q}_v=0} = \frac{l\,D\,(1 - Z_1)\,\Theta_2}{l\,D\,(\Theta_1 + Z_2\,\Theta_2)} \tag{2.2}$$

$$\varepsilon_\lambda = \left(\frac{\dot{Q}_\lambda}{\dot{Q}_d}\right)_{\dot{q}_v=0} = \frac{Q\,\alpha_{ot}\,\Theta_2}{(K_2 + 1)\,l\,D(\Theta_1 + Z_1\,\Theta_2)} \tag{2.3}$$

Równania (2.2) i (2.3) można znacznie uprościć biorąc pod uwagę zależności wynikające z równań (1.8) i (1.12) oraz oznaczenia (1.13)

$$(D + W)\,t_w = D\,t_d + W\,t_{ot}; \quad W(t_w - t_{ot}) = D(t_d - t_w);$$

$$W\,\Theta_2 = D\,\Theta_1 \tag{2.4}$$

Wprowadzając dalsze oznaczenia

$$\frac{\Theta_2}{\Theta_1} = \frac{D}{W} = S_t, \tag{2.5}$$

w których bezwymiarową wielkość S_t nazwiemy sympleksem temperaturowym, otrzymamy ostatecznie

$$\varepsilon_w = \frac{1 - Z_1}{1 + Z_1 S_t} \tag{2.6}$$

$$\varepsilon_\lambda = \frac{Z_1(1 + St)}{1 + Z_1 S_t} \tag{2.7}$$

Bezwymiarowe wielkości określone równaniami (2.6) i (2.7) mają określone znaczenie: ε_w oznacza tę część główną strumienia ciepła, która odpłynęła do otoczenia przez izolację dna elektrolizera, natomiast ε_λ wyraża pozostałą część głównego strumienia, która przez przewodzenie belki katodowej została odprowadzona do otoczenia. Oczywiście musi być spełniona zależność wynikająca z częściowego bilansu energetycznego (1.18)

$$1 - \varepsilon_w = \varepsilon_\lambda \tag{2.8}$$

Sympleks temperaturowy S_t posiada sens fizyczny. Wyraża on mianowicie stosunek oporów przepływu strumienia wylotowego energii cieplnej:

$$R_w = \frac{1}{\sigma_w \alpha_w} \tag{2.9}$$

do oporu przewodzenia ciepła przez dno wanny elektrolizera

$$R_d = \frac{1}{\sigma_d \alpha_d} \tag{2.10}$$

Wynika to z transformacji równania (2.5) po wykorzystaniu oznaczeń (1.13)

$$S_t = \frac{\frac{1}{W}}{\frac{1}{D}} = \frac{\frac{1}{\sigma_w \alpha_w}}{\frac{1}{\sigma_d \alpha_d}} = \frac{R_w}{R_d} \tag{2.11}$$

Równanie (2.5) potwierdza ogólne prawo, które głosi, że stosunek spadków temperatur jest proporcjonalny do odpowiednich oporów

$$\frac{\Theta_2}{\Theta_1} = \frac{R_w}{R_d} \tag{2.12}$$

Przechodzimy obecnie do równania (1.19). Główny strumień oczywiście określa ostatni wyraz po prawej stronie wspomnianego równania, stanowiący całkowite ciepło Joule'a wydzielane w belce katodowej w jednostce czasu. Dzieląc stronami całe równanie przez wyraz $\dot{q}_v \frac{Al}{2}$ otrzymamy

$$-\eta - \omega_w = \omega_\lambda - 1 \tag{2.13}$$

gdzie:

$$\eta = \frac{Q_{dJ}}{\dot{Q}_J} = \frac{l\, Z_2\, D\, \Theta_q}{\dot{q}_v \frac{Al}{2}}; \qquad \omega_w = \frac{\dot{Q}_{wJ}}{\dot{Q}_J} = \frac{l\, Z_2\, W\, \Theta_q}{\dot{q}_v \frac{Al}{2}};$$

$$\omega_\lambda = \frac{\dot{Q}_J}{\dot{Q}_J} = \frac{\frac{A}{B} Z_3}{\dot{q}_v \frac{Al}{2}} \tag{2.14}$$

Po wykorzystaniu równania (1.9) i oznaczeń (1.13) wyrażenia (2.14) przyjmują postać

$$\eta = \frac{2\, Z_2\, S_t}{1 + S_t}; \qquad \omega_w = \frac{2\, Z_2}{1 + S_t}; \qquad \omega_\lambda = \frac{2\, Z_3}{K_1} \tag{2.15}$$

Powyższe wielkości posiadają również określone znaczenie: Pierwsza z nich η ma charakter sprawności, wyraża bowiem tę część ciepła Joule'a wydzielonego w belce, która powoduje zmniejszenie ciepła Q_d płynącego z dna wanny elektrolizera do belki katodowej. Druga wielkość ω_w wyraża tę część ciepła Joule'a, która odeszła do otoczenia poprzez izolację dna elektrolizera. Natomiast ω_λ wyraża tę część, która przez przewodzenie w belce katodowej została przekazana do otoczenia.

Za pomocą prostego rachunku, biorąc pod uwagę oznaczenia (1.10) można sprawdzić, że wielkości (2.15) czynią zadość równaniu

$$\eta + \omega_w + \omega_\lambda = 1 \tag{2.16}$$

które jest jednoznaczne z (2.13).

Jednym z zagadnień, na które napotyka konstruktor przy projektowaniu elektrolizerów aluminium jest kwestia, czy można pominąć wpływ ciepła Joule'a na wielkość straty ciepła do otoczenia. Aby ocenić wpływ ciepła Joule'a, wprowadzamy stosunek całkowitego ciepła Joule'a $\dot{Q}_J$ do głównego strumienia ciepła $\dot{Q}'_d$:

$$\zeta = \frac{\dot{Q}_J}{(\dot{Q}_d)_{\dot{q}_v=0}} = \frac{\dot{q}_v \, Al}{2 \, l \, D \, (\Theta_1 + Z_1 \, \Theta_2)} =$$

$$= \frac{(1 + S_t)\,\Theta_q}{2 \, S_t (\Theta_1 + Z_1 \, \Theta_2)} \qquad (2.17)$$

Stosunek rozdziału ζ umożliwia połączenie wzajemne równań (2.8) i (2.13). Istotnie, mnożąc równania (2.8) przez $\dot{Q}_d$ a równanie (2.13) przez $\dot{Q}_J$ otrzymamy

$$\dot{Q}_d - \dot{Q}_d \, \varepsilon_w = \Theta_\lambda Q_d$$

$$-\eta \dot{Q}_J - \omega_w \, Q_J = \omega_\lambda \dot{Q}_J - \dot{Q}_J$$

Dodając dwa ostatnie równania stronami wracamy do pierwotnej formy równania bilansu (1.2.1)

$$\left[(\dot{Q}'_d)_{\dot{q}_v=0} - \dot{Q}_J\right] - \left[\varepsilon_w (\dot{Q}_d)_{\dot{q}_v=0} + \omega_w \, \dot{Q}_J\right] =$$

$$= \left[\varepsilon_\lambda (\dot{Q}_d)_{\dot{q}_v=0} + \omega_\lambda \dot{Q}_J\right] - \dot{Q}_J$$

Po wykorzystaniu oznaczenia (2.17) i uproszczeniu otrzymujemy ostatecznie

$$(1 - \eta\zeta) - (\varepsilon_w + \omega_w \zeta) = (\varepsilon_\lambda + \omega_\lambda \zeta) - \zeta \qquad (2.18)$$

Równanie (2.18) można nazwać równaniem rozdziału energii w belce katodowej, ponieważ informuje dokładnie o pochodzeniu i wielkości poszczególnych strat ciepła na rzecz otoczenia. Wyrażenia występujące parami ujęto w nawiasy ponieważ dotyczą one wspólnej drogi przepływu strumienia cieplnego bez względu na jego źródło. Tak więc w pierwszym nawiasie występują te strumienie, których drogę stanowi grafitowe dno wanny. W dru-

gim nawiasie drogą przepływu ciepła jest izolacja dolnej części elektrolizera. W pierwszym nawiasie po prawej stronie równania (2.18) znajdują się składowe strumienia cieplnego płynącego wzgłuż belki katodowej. Pochodzenie poszczególnych strumieni można ustalić następująco: Jeżeli rozpatrywany wyraz nie posiada wielkości ξ oznacza to, że pochodzi on z energii przekazywanej przez roztopiony elektrolit. Natomiast w przypadku, gdy wyraz ten zawiera ξ, jest to niezawodną oznaką, że energia pochodzi z ciepła Joule'a.

Z równania rozdziału energii (2.18) można otrzymać kryterialne równanie przepływu energii. Należy tylko rozpisać szczegółowo znaczenia poszczególnych wyrazów przy użyciu równań (2.6), (2.7) i (2.15). Po żmudnych przeróbkach, które pomijamy można dojść do ostatecznej formy równania kryterialnego

$$\left(1 - \frac{Z_2\,\Theta_q}{(1 + Z_1 S_t)\Theta_1}\right) - \left(\frac{1 - Z_1}{1 + Z_1 S_t} + \frac{Z_2\,\Theta_q}{S_t\,(1 + Z_1 S_t)\,\Theta_1}\right) =$$

$$= \left(\frac{Z_1(1 + S_t)}{1 + Z_1 S_t} - \frac{Z_3\,(1 + S_t)\,\Theta_q}{K_1 S_t\,(1 + Z_1 S_t)\Theta_1}\right) +$$

$$- \frac{\xi)1 + S_t)\,\Theta_q}{2 S_t\,(1 + Z_1 S_t)\Theta_1} \qquad (2.19)$$

Również w tym równaniu poszczególne wyrażenia są zgrupowane w dużych nawiasach według klucza identycznego z poprzednim. Pochodzenie poszczególnych strumieni energii sygnalizuje w przypadku tym Θ_q. Brak Θ_q oznacza pochodzenie z roztopionego elektrolitu, natomiast obecność Θ_q wskazuje na pochodzenie z ciepła Joule'a.

Kryterialne równanie przepływu energii jest w istocie identyczne z równaniem rozdziału energii (2.18). Różnica polega jedynie na tym, że poszczególne wyrażenia są obszerniej rozpisane w celu ułatwienia obliczeń. W obu omawianych równaniach wszystkie wielkości są odniesione do strumienia cieplnego Q_d płynącego z dna wanny w przypadku, gdy ciepło Joule'a jest "wyłączone". Dlatego właśnie na samym początku obu równań występuje jedynka, którą należy rozumieć jako 100% w stosunku do Q_d.

3. Przykład liczbowy

Dla demonstracji otrzymanych zależności przerobimy przykład.

Dane są następujące wartości: $t_d - t_{ot} = 920$ grd; $\frac{D}{W} = 4$; $\frac{D + W}{A\lambda} = 10\ m^2$; $l = 1{,}5$ m; $A = 0{,}03\ m^2$; $\frac{\alpha_{ot}}{\lambda} = 3\ m^{-1}$; $\frac{q_v}{\lambda} = 240$ grd/ m^2.

Obliczenia rozpoczynamy od wielkości "B"

$$B = \sqrt{\frac{D + W}{A\lambda}} = \sqrt{10} = 3{,}162 \text{ m}$$

z równania (1.9) i (1.13). Dalej obliczamy kryteria K_1 i K_2

$$K_1 = 3{,}162 \cdot 1{,}5 = 4{,}74; \quad K_2 = \frac{3}{3{,}162} = 0{,}949 \quad \text{z równ. (1.11)}$$

Znając powyższe kryteria można obliczyć zespoły kryterialne

$$Z_1 = \frac{0{,}949}{4{,}74 \cdot 1{,}949} = 0{,}10265; \quad Z_2 = \frac{1}{2} - \frac{0{,}949 \cdot 3{,}74}{4{,}74^2 \cdot 1{,}949} = 0{,}419;$$

$$Z_3 = \frac{0{,}949 \cdot 3{,}74}{4{,}74 \cdot 1{,}949} = 0{,}385 \quad \text{z równ. (1.10)}$$

W dalszym ciągu należy obliczyć różnice temperatury Θ_1 i Θ_2 i Θ_q

$$\frac{\Theta_2}{\Theta_1} = \frac{D}{W} = 4; \quad \Theta_2 = 4\Theta_1 \quad \text{z równ. (2.4)}$$

Ponieważ $\Theta_1 + \Theta_2 = t_d - t_{ot} = 920$ (z rysunku 4), zatem

$$\Theta_1 + 4\Theta_1 = 920; \quad \Theta_1 = \frac{920}{5} = 184 \text{ grd}$$

$$\Theta_2 = 4 \cdot 184 = 736 \text{ grd}$$

$$\Theta_q = \frac{240}{3{,}162^2} = 24 \text{ grd} \quad \text{z równ. (1.13)}$$

Sprawdzamy wartość sympleksu "S_t"

$$S_t = \frac{\Theta_2}{\Theta_1} = \frac{736}{184} = 4 \quad \text{z równ. (2.5)}$$

Sprawność η i straty względne ω_w i ω_λ wynoszą:

$$\eta = \frac{2 \cdot 0{,}419 \cdot 4}{1 + 4} = 0{,}6704; \quad \omega_w = \frac{2 \cdot 0{,}419}{5} = 0{,}1676;$$

$$\omega_\lambda = \frac{2.0,385}{4,74} = 1,62 \quad \text{z równ. (2.15)}$$

Sprawdzamy wynik

$$0,6704 + 0,1676 + 0,1620 = 1 \quad \text{z równ. (2.16)}$$

Dalej liczymy ε_w, ε_λ i ζ:

$$\varepsilon_w = \frac{1 - 0,10265}{1 + 0,10265.4} = 0,6263; \quad \varepsilon_\lambda = \frac{0,10265.5}{1 + 0,10265.4} = 0,3638;$$

$$\zeta = \frac{5.24}{8.(184 + 0,10265.736)} = 0,0578$$

z równań (2,6), (2.7) i (2.7)

W celu określenia rozdziału energii obliczamy iloczyny

$$\eta\zeta = 0,6704.0,0578 = 0,03874;$$

$$\omega_w\zeta = 0,1976.0,0578 = 0,009684;$$

$$\omega_\lambda\zeta = 0,162.0,0578 = 0,009372.$$

Równanie (2.18) rozdziału energii ma postać:

$$\underbrace{(1-0,0387)}_{I} - \underbrace{(0,6362+0,0097)}_{II} = \underbrace{(0,3638+0,0094)}_{III} - \underbrace{0,0578}_{IV} \qquad (A)$$

Podstawiając bezpośrednio obliczone wartości Z_1, Z_2, Z_3, S_t, K_1, Θ_q, Θ_1 do równania (2.19), otrzymamy:

$$(1-0,038744) - (0,636147+0,009686) = (0,36385-0,009387) + - 0,0577923$$

Po zaokrągleniu wartości do czwartego miejsca po przecinku będzie

$$\underbrace{(1-0,03874)}_{I} - \underbrace{(0,6361+0,0097)}_{II} = \underbrace{(0,3638-0,0094)}_{III} - \underbrace{0,0578}_{IV}$$

Po pomnożeniu stronami przez 100 otrzymamy procentowe udziały poszczególnych strat w stosunku do głównego strumienia $\dot{Q}_d$. Ilustruje to zestawienie 1.

Zestawienie 1

Straty procentowe w odniesieniu do $\dot{Q}_d$ ($\dot{Q}_d$ = 100%)

Lp.	Nazwa straty	Miejsce w równ. (A)		Udział
1	Strata główna (bez ciepła Joule'a) $\dot{Q}'_d/\dot{Q}''_d$	I	1	100%
2	Zmniejszenie straty głównej wskutek ciepła Joule'a ($\eta\,\zeta$)	I	2	3,87%
3	Strata wylotowa przez izolację (ε_w) bez ciepła Joule'a	II	1	63,6%
4	Strata wylotowa przez izolację spowodowana ciepłem Joule'a $\omega_w\,\zeta$	II	2	0,97%
5	Strata wylotowa przez przewodzenie (ε_λ)	III	1	36,4%
6	Strata wylotowa spow. ciepłem Joule'a ($\omega_\lambda\,\zeta$)	III	2	0,94%
7	Całkowite ciepło Joule'a	IV	1	5,78%

Suma pozycji 3 i 5 daje 100. Również sumy pozycji bilansowych 2, 4 i 6 daje pozycję 7, tj. 5,78%.

Zakończenie

Przy obliczaniu strat cieplnych na rzecz otoczenia przez belki katodowe elektrolizerów aluminium głównymi trudnościami, na które napotykamy, są problemy ilościowego rozdziału energii w dolnej części elektrolizera. Pomimo skomplikowanego charakteru przepływu ciepła z dna wanny do belek i dalej poprzez belki i izolację dna elektrolizera, jest możliwe sprowadzenie tego zjawiska do klasycznego przypadku przepływu ciepła w prętach wystających.

Jak to wynika z otrzymanych wzorów - rolę temperatury otoczenia w przypadku zwykłego przewodzenia w pręcie bierze na siebie temperatura wyrównania t_w określona wzorem (1.8). Jeśli do obliczeń wprowadzić również ciepło Joule'a, to temperatura wyrównania t_w nie ulegnie zmianie. Zmienią się natomiast wartości poszczególnych strumieni ciepła. Jak to wynika z równania rozdziału energii (2.18) pewną część ciepła Joule'a okre-

ślona sprawnością η wpływa na zmniejszenie głównej straty na rzecz otoczenia, tj. Q_d. Z przykładu wynika, że część redukująca najpoważniejszą stratę na rzecz otoczenia wynosi 67% w stosunku do całkowitego ciepła Joule'a.

Równanie kryterialne przepływu energii stanowi pierwszą próbę ujęcia zjawiska przepływu ciepła w belce katodowej zgodnie z wytycznymi teorii podobieństwa. Jest ono w istocie niczym innym jak rezultatem układu równań różniczkowych opisujących rozpatrywane zjawisko i w tym sensie odpowiada II teorematowi podobieństwa w ujęciu Federmana.

Zaletą równania kryterialnego przepływu energii jest możność szybkiej oceny procentowego udziału poszczególnych strumieni, co otrzymuje się po zastosowaniu wartości liczbowych bezwymiarowych parametrów przepływu.

LITERATURA

[1] Ochęduszko St.: Bilans cieplny elektrolizera aluminium III Krajowa Konferencja Elektrotermii Gliwice 1965 t.II.

[2] Około-Kułak W.: Straty ciepła na rzecz otoczenia przez sworznie prądowe w elektrolizerach aluminium, ZNPŚ, Energetyka, z. 16, 1964.

[3] Około-Kułak W.: Straty ciepła do otoczenia przez belki katodowe w elektrolizerach aluminium, ZNPŚ, Energetyka z.18, 1965.

[4] Michiejew M.: Zasady wymiany ciepła, Warszawa, PWN 1963.

Praca wpłynęła do Redakcji w dniu 16 lutego 1966 r.

КРИТЕРИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ТЕПЛООБМЕНА В КАТОДАХ ЭЛЕКТРОЛИЗЕРОВ АЛЮМИНИЯ

Р е з ю м е

Выходя из уравнения энергетического баланса катодов электролизеров алюминия, приходим на основе второй теоремы подобия и критериальному уравнению, имеющего практический смысл. Критериальное уравнение очень пригодно при определении тепловых потерь и влияния джоуля тепла на распределение энергетических и тепловых потерь.

Составлено критериальное уравнение теплообмена и приведено примерный расчет распределения тепловых потерь.

THE ENERGY FLOWING CRITERIAL EQUATION IN THE ALUMINIUM ELECTROLYZERS CATHODE BAR

S u m m a r y

Basing on equations of energy balance in cathode bars it is possible according to the II resemblance's theorem, to derive the criterial equation. The analysis of this equation gives valuable, for practical purposes, indications concerning the influence of Joule heat on the quantity of heat losses and the influence of the bar itself on the losses trough the vessel's bottom. This problems is illustrated by means of the numerical example.