ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1998
Seria: AUTOMATYKA z. 124 Nr kol. 1390

Jacek BŁAŻEWICZ, Grzegorz PAWLAK
Instytut Informatyki, Politechnika Poznańska,

MODELE SZEREGOWANIA ZADAŃ I WÓZKÓW W ELASTYCZNYCH PRZEPŁYWOWYCH SYSTEMACH OBSŁUGI

Streszczenie. W artykule przedstawiono modele szeregowania zadań i wózków w elastycznych systemach produkcyjnych. Analiza wstępna obejmuje krótki przegląd literatury obrazujący intensywne badania w tej dziedzinie w ciągu ostatnich lat. W szczególności rozpatrywane były modele z przepływowym systemem obsługi zadań. Ze względu na zastosowany system transportowy można wyróżnić dwie grupy modeli – z acyklicznym i cyklicznym ruchem wózków. Szczególną uwagę poświęcono tym drugim. Scharakteryzowano model cyklicznego systemu przepływowego oraz zaproponowano algorytmy minimalizujące liczbę wózków dla zadanego uszeregowania na maszynach.

MODELS OF SCHEDULING TASKS AND VEHICLES IN FLEXIBLE FLOW SHOPS

Summary. In the paper the models of scheduling tasks and vehicles in Flexible Manufacturing Systems have been presented. The introduction contains short literature overview of the subject of particular interest are flexible flow shop models. Due to the transportation system applied to one can divide the models into acyclic and cyclic vehicle routing models. For the latter, the algorithms minimizing a number of vehicles, for a given schedule, have been presented.

1. Wprowadzenie

W klasycznych zagadnieniach szeregowania zadań w elastycznych systemach produkcyjnych, szeregowanie zadań na maszynach jest traktowane niezależnie od systemu transportowego [12]. Znany jest algorytm optymalny dla dwóch maszyn w systemie przepływowym zaprezentowany przez Johnsona w [7]. Dla trzech i więcej maszyn problem jest w ogólności NP-zupełny z wyłączeniem pewnych przypadków, w których narzucone proporcje na czasy wykonywania zadań dla trzech maszyn pozwalają zastosować algorytm Johnsona. Również dwustanowiskowy problem z maszynami równoległymi na jednym ze stanowisk jest NP-zupełny [6]. Z drugiej strony rozwijane były modele optymalizujące transport, abstrahujące od szeregowania zadań na maszynach. Modele te bazowały na prostych heurystykach bądź rozwiązaniach problemu komiwojażera, do którego sprowadzono problemy praktyczne. Przykładem może być rozwiązywany za pomocą programowania matematycznego problem

komiwojażera w oknach czasowych [4]. Inne podejście do modelowania systemów produkcyjnych z uwzględnieniem dodatkowych zasobów zastosowano w pracy [14].

Jedną z pierwszych prac, odnoszących się do jednoczesnego szeregowania zadań na maszynach i wózkach, była przedstawiona przez Sterna i Vitnera [13]. Zaprezentowano model przepływowy z dwiema maszynami i jednym wózkiem. Wózek transportował części z pierwszej maszyny do drugiej; dodatkowo założono brak buforów między maszynami. Problem jednoczesnego szeregowania zadań na maszynach i wózkach został sprowadzony do rozwiązania specjalnego problemu komiwojażera. Natomiast wielomianowy algorytm rozwiązujący wyżej wymieniony problem komiwojażera został zaprezentowany w pracy Gilmore i Gommory [5]. Zatem dla stosunkowo prostego modelu udało się uzyskać rozwiązanie o złożoności wielomianowej. W dalszych pracach, między innymi w. [9], rozważane były dwumaszynowe systemy przepływowe z wieloma wózkami (agentami transportującymi) bądź z ograniczeniami typów zadań do jednego, lub dwóch. Papadimitriou i Kannellkis w pracy [10] udowodnili, iż problem szeregowania zadań i w dwumaszynowym (dwustanowiskowym) systemie przepływowym z buforami o ograniczonej pojemności, nawet przy braku systemu transportowego, jest silnie NP-zupełny. Dla niektórych modeli przepływowych z buforami przedstawione zostały algorytmy w [11].

Inne prace brały pod uwagę modele wywodzące się z praktycznych zastosowań. Przykładem jest praca [2], gdzie rozważano modele elastyczne z identycznymi maszynami równoległymi oraz cyklicznym ruchem wózków transportujących. Podano algorytm programowania dynamicznego rozwiązujący jednoczesne szeregowanie zadań na maszynach równoległych oraz optymalizujący przyporządkowanie zadań do wózków transportujących dostarczających części do stanowisk równoległych. W pracy [1] rozważany był model z dwoma stanowiskami maszyn równoległych i dwucyklowy system transportowy. Dla tego systemu transportującego podano algorytm bezkolizyjnego ruchu wózków w obu cyklach.

W pracy [8] podano optymalny algorytm dla modelu dwu maszyn i stacji wejściowo-wyjściowej oraz jednego wózka transportującego. Algorytm bazuje na rozwiązaniu specjalnego problemu komiwojażera zaprezentowanego w [5].

Ze względu na złożoność rozpatrywanych zagadnień w niniejszym artykule skoncentrowano się na zaprezentowaniu modeli szeregowania zadań i wózków dla systemów z cyklicznym ruchem wózków. Dla konkretnych wielostanowiskowych modeli cyklicznych podano algorytmy minimalizujące liczbę wózków użytych do transportu przy zadanym uszeregowaniu na maszynach.

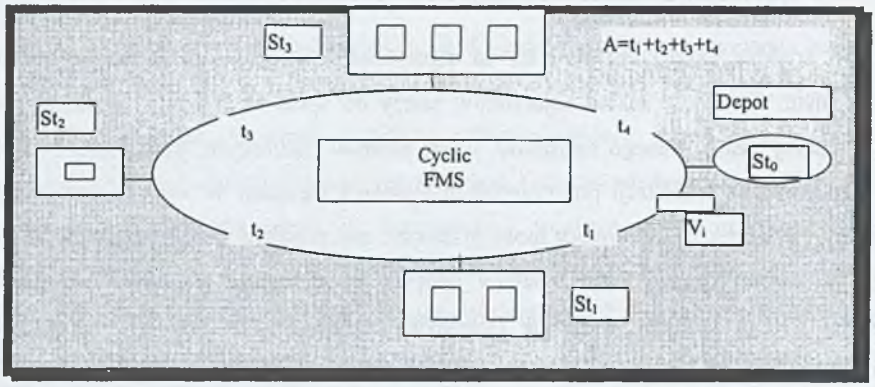
2. Sformułowanie problemu

W artykule skoncentrowano się na algorytmach szeregowania zadań w systemie produkcyjnym. Złożoność takich algorytmów zależy od wielu czynników, takich jak typy maszyn, rodzaj zastosowanego transportu, liczby centrów obróbczych, pojemności buforów oraz rozplanowania lokalizacji poszczególnych maszyn i narzędzi. W rozważanym modelu zakładamy, że wózek transportujący może przewozić maksymalnie jedną część materiału do obróbki w danym czasie. Ruch wózków odbywa się cyklicznie po określonej drodze zamkniętej. Droga ta łączy wszystkie stanowiska obróbcze oraz magazyn materiałowy. Zasadniczym założeniem dla rozważanego modelu jest fakt, że wózki poruszają się cyklicznie i długość tego cyklu jest stała. Konsekwencją tego założenia jest sporadyczne zatrzymanie się wózków, wtedy gdy to nie jest konieczne, tzn. nie ma części materiału do przewiezienia, na czas załadunku i wyładunku, gdyż w przeciwnym przypadku musiałby być wprowadzony dodatkowy czas przestoju wózków. W niniejszym artykule rozważamy model ogólny elastycznego systemu produkcyjnego jednocyklowego ze względu na marszrutę wózków, w odróżnieniu od wymienionego wcześniej modelu dwucyklowego.

Dla proponowanego modelu poczynione zostały założenia upraszczające. Dla każdego stanowiska w przepływowym systemie produkcyjnym zakładamy wystarczającą liczbę buforów wejściowo-wyjściowych. Ponadto dla stanowisk z maszynami równoległymi zorganizowana jest jedna stacja załadowczo –wyładowcza. Założenia te pozwalają traktować oddzielnie każde stanowisko pod względem transportu.

Zdefiniujmy problem formalnie.

Cały system zawiera ℓ stanowisk $(St_1, St_2, \ldots, St_\ell)$, z których każde może zawierać więcej niż jedną identyczną maszynę równoległą ($m_i, i=1,2,\ldots,l$). Lokalizacja stanowisk jest na okręgu i są one obsługiwane przez wózki automatyczne $(V_1, V_2, \ldots, V_k)$. Każde stanowisko zawiera bufory wejściowo-wyjściowe o nielimitowanej pojemności. Wózki poruszają się po cyklu z jednakową prędkością. Znane są czasy transportu pomiędzy poszczególnymi stanowiskami t_i, gdzie: t_i jest czasem transportu pomiędzy stanowiskami St_{i-1} i St_i (St_0 reprezentowany jest przez magazyn materiałowy). Czas t_i zawiera także czas niezbędny do załadunku z bufora wyjściowego stanowiska St_{i-1} i odpowiednio czas rozładunku do bufora wejściowego stanowiska St_i. Przykład takiego systemu pokazano na rys.1.



Rys. 1. Przykładowy ESP
Fig. 1. An example of FMS

Danych jest n zadań (części) $J_1, J_2, \ldots, J_n$ do przetworzenia, z których każde składa się z ℓ operacji. Operacja $T_{ij} \in J_j$ jest wykonywana na dowolnej maszynie ze stanowiska St_i i czas jej wykonywania jest równy p_{ij}. Przetwarzanie części odbywa się następująco: część do obróbki jest zabierana za pomocą robota z magazynu, ładowana na automatyczny wózek transportujący i zawożona na pierwsze stanowisko, gdzie jest umieszczana w buforze wejściowym. Z bufora jest przydzielona do jednej z maszyn równoległych na tym stanowisku obróbczym i, jeśli taka maszyna jest dostępna, zaczyna się obrobienie tej części. Po zakończeniu wykonywania tej czynności jest ona ładowana do bufora wyjściowego i czeka na wolny wózek, aby być przetransportowana do następnego stanowiska. Schemat się powtarza dopóty, dopóki obrobiona część nie znajdzie się z powrotem w magazynie. Wózki transportujące rozładowują gotowe części w magazynie i rozpoczynają następny cykl transportowy. Zakładamy, że wózek w danym czasie może transportować tylko jedną część i zatrzymuje się przy każdym stanowisku na czas przeładunku niezależnie do tego, czy dostarcza, czy też zabiera część ze stanowiska. Stąd każdy czas transportu zawiera czas za- i wyładunku o długości a, co jest również minimalnym czasem bezpieczeństwa pomiędzy kolejnymi wózkami. Wózki natomiast nie czekają przy stanowiskach na zakończenie obrabiania danej części. Z założenia tego wynika maksymalna przepustowość systemu oraz

stała długość cyklu transportowego, co jest korzystne z obliczeniowego punktu widzenia. Zatem długość cyklu transportowego wynosi: $A = \sum_{i=1}^{\ell+1} t_i$.

Ponieważ szeregowanie zadań na dwóch stanowiskach z maszynami równoległymi w przepływowym systemie produkcyjnym, dla kryterium długości uszeregowania, nawet bez systemu transportowego jest silnie NP-trudne [6], zatem skoncentrujemy się na zapewnieniu optymalnego transportu dla zadanego uszeregowania na maszynach.

Niech S_{ij} będzie momentem startowym, a C_{ij} momentem zakończenia operacji T_{ij} na stanowisku St_i w zadanym uszeregowaniu na maszynach. Przyjmijmy $S_{0j} = C_{0j} = 0$. Rozważmy okno czasowe $[C_{i-1,j};\ S_{ij}]$; $i = 1,2,\ldots,\ell$; $j = 1,2,\ldots,n$. Każdy z tych przedziałów definiuje zadanie transportowe (część przeznaczona do transportu przez wózek) dla wózka, który zabierze część J_j po zakończeniu operacji $T_{i-1,j}$ na stanowisku obróbczym St_{i-1} w momencie $t \geq C_{i-1,j}$ i przewiezie ją w czasie $t + t_i \leq S_{ij}$ do następnego stanowiska St_i.

Ważnym uproszczeniem rozważanych interwałów czasowych i ujednoliceniem punktu odniesienia, jest sprowadzenie wszystkich okien czasowych do punktu startowego wózków z magazynu ($t_0 = 0$). Interwały będą zatem obliczane następująco :

$$[vr_{ij},\ vd_{ij}] = [C_{i-1,j} - (t_1 + t_2 + \ldots + t_{i-1})\ ;\ S_{ij} - (t_1 + t_2 + \ldots + t_i)].$$

W takiej postaci wykonanie zadania transportowego o długości t_i jest możliwe, jeśli wózek znajduje się w magazynie w przedziale $t \in [vr_{ij},\ vd_{ij}]$, gdzie vr_{ij} jest nazwane momentem przybycia zadania transportowego, d_{ij} jego linią krytyczną. Zauważmy, że w takim sformułowaniu czas trwania zadania transportowego $vp_{ij} = 0$.

3. Minimalizacja liczby wózków w cyklicznych systemach przepływowych

Dla zadanego z góry uszeregowania zadań na maszynach należy znaleźć minimalną liczbę wózków. Rozwiązanie takie będzie określało również momenty startowe wózków z magazynu. Ze względu na złożoność badanego problemu rozpatrujemy jedynie niektóre modele elastycznego systemu produkcyjnego, ograniczając model ogólny ze względu na liczbę maszyn lub stanowisk, bądź wprowadzając pewne restrykcje na zbiór zadań transportowych. Możliwe jest również nieco inne podejście, motywowane uzyskaniem szybko dobrych rozwiązań. W sensie ogólnego modelu jest to podejście heurystyczne. Jednak dla pewnej klasy modeli jest to rozwiązanie dokładne. Mianowicie, możemy założyć, iż *znane są punkty*

startowe kolejnych wózków w cyklu. Problem znajdowania minimalnej liczby wózków można wówczas rozwiązać dokładając kolejno wózki i sprawdzając, czy możliwe jest uszeregowanie na maszynach zgodnie z wcześniejszym planem. Przedstawia to formalnie Algorytm 1. Ze względu na nielimitowane bufory pomiędzy stanowiskami oraz istnienie stacji załadowczo-rozładowczych na stanowiskach z maszynami równoległymi, a także na cykliczny ruch wózków bez przestojów, możemy każde stanowisko traktować oddzielnie. A rozwiązaniem dla całego modelu będzie maksymalna liczba wózków z poszczególnych stanowisk.

Algorytm 1

Wejście : Dane uszeregowanie na maszynach, wybrane stanowisko St_i, ustalone momenty startowe wózków vs_r ($r = 1,2,\ldots,k$).

Wyjście: Minimalna liczba wózków. Dopuszczalne uszeregowanie dla wózków.

1. Oblicz momenty przybycia vr_{ij} oraz linie krytyczne dla zadań transportowych vd_{ij}; $j = 1,2,\ldots,n$.
   If $vr_{ij} > vd_{ij}$ dla jakiegoś j
   then stop, odpowiedź brzmi **nie** (nie istnieje rozwiązanie dopuszczalne)
   otherwise idź do Kroku 2
2. Posortuj zadania J_j w nie malejącym porządku linii krytycznych vd_{ij}. Podstaw r:=0.
3. Podstaw r:= r+1, t:= vs_r .
   Wybierz pierwsze dostępne zadanie J_j z listy. (Przez „dostępne" rozumiemy takie zadania, dla których $vr_{ij} \le t$)
   If $vd_{ij} \ge t$
   then przydziel zadanie J_j do tego wózka i usuń je z listy
   otherwise odpowiedź jest **nie.**
   If nie ma zadań na liście
   then stop, odpowiedź jest **tak** (istnieje rozwiązanie dopuszczalne dla liczby wózków równej r)
   otherwise powtórz od Krok 3.

Złożoność podanego powyżej algorytmu jest wielomianowa i zależy od liczby zadań i stanowisk. Ponieważ w Kroku 2 zadania są sortowane, a liczba stanowisk jest zwykle niewielka, zatem możemy przyjąć, że złożoność Algorytmu 1 jest O(nlogn).

W przypadku gdy momenty startowe wózków nie są podane a priori, wówczas algorytm znajdowania minimalnej liczby wózków staje się wykładniczy.

Algorytm 2

Wejście : Dane uszeregowanie na maszynach, wybrane stanowisko St_i.

Wyjście: Minimalna liczba wózków. Dopuszczalne uszeregowanie dla wózków.

1. Dla każdej kombinacji $r = 1,2,\ldots,k$ wózków startujących w zadanych momentach

Call Algorytm 1 (dla r wózków).

2. Minimalna liczba wózków r^* jest równa minimalnemu r, dla którego krok 1 da odpowiedź **tak**. Jeśli $r > k$, to odpowiedź jest **nie**.

Można zauważyć, że złożoność Algorytmu 2 jest $O(2^k n\log n)$. Algorytm ten daje rozwiązanie optymalne, ale w czasie wykładniczym. Z przeprowadzonych wstępnych badań obliczeniowych wynika, że Algorytm 2 dla modelu ogólnego jest bardzo nieefektywny w sensie czasu obliczeń. Natomiast Algorytm 1 konstruuje w krótkim czasie rozwiązania przybliżone różniące się nieznacznie od optymalnych.

Rozważmy teraz model, który jest ograniczeniem modelu ogólnego, mianowicie dopuszczalne są tylko takie zadania transportowe, których okres dostępności mieści się w ramach jednego cyklu – jego długość nie przekracza długości cyklu oraz na każdym stanowisku znajduje się tylko jedna maszyna. Dla tak sformułowanego problemu można znaleźć optymalny i wielomianowy algorytm znajdujący minimalną liczbę wózków bez konieczności ustalenia a priori momentów startowych wózków.

Algorytm 3

Wejście : Pojedyncze maszyny na każdym stanowisku, okres dostępności zadań mieści się w jednym cyklu, dane uszeregowanie na maszynach.

Wyjście: Minimalna liczba wózków. Dopuszczalne uszeregowanie dla wózków.

1. Oblicz momenty przybycia vr_{ij} oraz linie krytyczne vd_{ij} $j = 1,2,\ldots,n$.
   If $vr_{ij} > vd_{ij}$ dla jakiegoś j
   then stop, odpowiedź jest **nie** (nie istnieje uszeregowanie dopuszczalne)
   otherwise idź do Kroku 2
2. Oblicz $vd_{ij}^* = vd_{ij}$ mod A
3. Posortuj zadania J_j w nie malejącym porządku zmodyfikowanych linii krytycznych dla wózków vd_{ij}^*.
4. Zakładając, że następny wózek startuje z magazynu w chwili $t = vd_{ij}^*$ (pierwszy z listy).
   Wybierz pierwsze zadanie J_j z listy dla tego stanowiska oraz wszystkie dostępne zadania z innych stanowisk. (Przez „dostępne" rozumiemy zadanie, dla którego $vr_{ij} \le t$). Jeśli na danym stanowisku jest dostępne więcej niż jedno zadanie w chwili t, wybierz to, które ma najkrótszą linię krytyczną na tym stanowisku.
5. Przydziel zadania do wózka i usuń je z listy. Jeśli na liście są jeszcze zadania, idź do Kroku 4, w przeciwnym razie odpowiedź jest **tak**.

Złożoność Algorytmu 3 jest $O(n\log n)$.

Algorytm 3 znajduje rozwiązanie optymalne, ponieważ :

- Dla modelu, gdzie jest tylko jedna maszyna na danym stanowisku, niemożliwa jest wspólna linia krytyczna dla dwóch zadań na tym samym stanowisku. Zatem uszeregowanie zadań transportowych jest zawsze możliwe, gdy liczba zadań na danym stanowisku nie przekracza A i wózki mogą startować co jednostkę czasu.
- Nielimitowane bufory pomiędzy stanowiskami. Możliwa jest separacja stanowisk (por. [3]).
- Nie ma zadań przechodzących więcej niż jeden cykl, zatem możemy zakładać kolejne momenty startowe wózków w chwilach vd_{ij}^{*} (Krok 2 Algorytmu 3). Zadania mogą być zabierane zgodnie z porządkiem tych momentów startowych.
- W uszeregowaniu dopuszczalnym każde zadanie musi być przetransportowane, zatem wysyłając wózki w momentach najbliższych linii krytycznych dla kolejnych zadań zapewniamy, iż zostanie użyta do transportu tylko minimalna liczba wózków.

4. Podsumowanie

W artykule rozważane były cykliczne modele szeregowania zadań i wózków w elastycznych systemach produkcyjnych. Podano kilka modeli szeregowania zadań i wózków w elastycznych systemach produkcyjnym z przepływowym systemem obsługi. Dla niektórych modeli podano algorytmy minimalizujące liczbę wózków przy podanym uszeregowaniu na maszynach. Dalsze prace będą obejmować eksperymenty obliczeniowe i symulacyjne dla podanego ogólnego modelu elastycznego z cyklicznym ruchem wózków. Rozpatrzone zostanie także zagadnienie NP-trudności problemu minimalizacji liczby wózków.

LITERATURA

1. J. Błażewicz, R. E. Burkard, G. Finke, G. J. Woeginger, "Vehicle scheduling in two-cycle flexible manufacturing systems", *Math. Comput. Modelling* 20, 2, 1994, pp.19-31.
2. J. Błażewicz, H. Eiselt, G. Finke, G. Laporte, J. Weglarz, "Scheduling tasks and vehicles in flexible manufacturing system", *International J. of FMS* 4, 1991, pp. 5-16.
3. J. Błażewicz, M-L. Espinouse, G. Finke, G. Pawlak, "Scheduling tasks and vehicles in a cyclic FMS", *Proc. Fourth International Symposium on Methods and Models in Automation and Robotics*, Międzyzdroje, 1997, pp. 1065-1070.

4. M. Desrochers, J. Desrosiers, M Solomon „New optimization algorithm for the vehicle routing problem with time window", *Oper. Res.* 40, 1992, pp. 342-354.

5. P.C. Gilmore, R.E.Gomory, „Sequencing a one state variable machine: a solvable case on the traveling salesman problem", *Opns Res.* 12, 1964, pp. 655-679.

6. J.A. Hoogoven, J.K. Lenstra, B. Veltman, "Preemptive scheduling in a two stage multiprocessor floshop is NP-hard", Report of the Department of Mathematics and Computing Science, Eindhoven University of Technology, 1991.

7. S.M. Johnson, „ Optimal two- and three-stage production schedules", *Naval Res. Log. Quar.* 1, 1954, pp.61-68.

8. H.Kise, T. Shioyama, T. Ibaraki, „Automated two- machine flowshop scheduling: a solvable case", *IIE Transactions* 23, 1991, pp.10-16.

9. P.L.Maggu and M.L. Singhal , „On n-jobs, m- machinej flow shop scheduling problem involving transportation time of jobs", *Pure and Appl. Math.Scien.* 15,1-2, 1982, pp.51-58.

10. C.H. Papadimitriou, P.C.Kannellakis, „Flow shop scheduling eith temporary storage", *Jou. ACM* 27, 1980, pp.533-549.

11. T. Sawik, „ A scheduling algorithm for flexible flow lines with limited intermediate buffers", *Applied Stichastic Models and Data Analysis* 9,1993, pp.127-138.

12. K. E. Stecke, "Design, planning, scheduling and control problems of flexible manufacturing systems", *Annals Oper. Res.* 3, 1985, pp. 3-121.

13. H.I.Stern , G.Vitner, „ Scheduling parts in combined production- transportation work cell", *J.Opl.Res.Soc.* 41, 7, 1990, pp.625-632.

14. E.Toczyłowski, "Production scheduling in presence of multiple jobs and resources" *Proc. Fourth International Symposium on Methods and Models in Automation and Robotics,* Międzyzdroje, 1997, pp. 957-960.

Recenzent: Prof.dr hab.inż. Jerzy Klamka

Abstract

In the paper the models of scheduling tasks and vehicles in Flexible Manufacturing Systems have been presented. The introduction contains short literature overview of the subject of particular interest are flexible flow shop models. Due to the transportation system applied to one can divide the models into acyclic and cyclic vehicle routing models. For the latter, the algorithms minimizing a number of vehicles, for a given schedule, have been presented.