ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1967
Seria: ENERGETYKA z. 25 Nr kol. 181

WITOLD OKOŁO-KUŁAK
Katedra Teorii Maszyn Cieplnych

PODOBIEŃSTWO TERMODYNAMICZNE TRÓJCZYNNIKOWYCH NAGRZEWNIC POWIETRZA

Streszczenie. W oparciu o równania bilansu energetycznego trójczynnikowej nagrzewnicy ustalono konieczną ilość kryteriów podobieństwa. Zależności obowiązujące ogólnie w przypadku trójczynnikowych współprądowych nagrzewnic umożliwiają zdefiniowanie niezbędnej ilości kryteriów podobieństwa. Ujęcie problemu podobieństwa za pomocą kryteriów, liczb kryterialnych i sympleksów podobieństwa, prowadzi do pewnych uogólnień mających znaczenie praktyczne. Ujęcie takie umożliwia nie tylko porównywanie wzajemne działania nagrzewnic, nie tylko ocenę dobroci różnorodnych wykonań ale również przeprowadzenie obliczeń wyłącznie na liczbach i sympleksach kryterialnych. Konkretny przykład liczbowy zamieszczony w pracy ilustruje najlepiej otrzymane wyniki.

1. WSTĘP

Coraz częstsze zastosowanie wieloczynnikowych urządzeń do nagrzewania powietrza w hutnictwie skłania do opracowania teorii podobieństwa tych urządzeń o bezspornych zaletach wynikających z ich ciągłego działania oraz odporności na dylatacje i uderzenia cieplne. Mimo licznych publikacji na wspomniany temat, należy zauważyć, że właściwej teorii podobieństwa tych urządzeń dotąd nie ma, mimo usiłowań sporadycznych jej stworzenia (por. [5]).

Jak wiemy produktem ostatecznym zastosowania teorii podobieństwa są tzw. równania kryterialne, które wyrażają związek między bezwymiarowymi wielkościami, takimi jak kryteria podobieństwa, sympleksy i liczby. Spośród sympleksów wyrażających stosunek identycznych wymiarowo i pojęciowo wielkości należy wyróżnić sprawności, których znajomość jest niezbędna do oceny dobroci działania nagrzewnicy.

Należy zatem rozpocząć od ustalenia kryteriów podobieństwa. Posłużymy się tutaj metodą "równań ramowych" (4 s. 14), która najpewniej prowadzi do otrzymania właściwych wyników. Punktem wyjścia są w tym przypadku równania bilansowe, w których są uwzględnione prawa rządzące przepływem ciepła. Równania te mają następującą postać (3 s. 16) słuszną dla współprądu: (rys. 1)

$$- W_1\, dx = k_{1-2}(x-y)dA + k_{1-3}(x-z)dA \qquad (1.1)$$

$$- W_2\, dy = k_{1-2}(y-x)dA + k_{2-3}\,(y-z)dA \qquad (1.2)$$

$$- W_3\, dz = k_{1-3}(z-x)dA + k_{2-3}(z-y)dA \qquad (1.3)$$

gdzie:

W_1, W_2, W_3 - pojemności cieplne (równoważniki) przepływu strumieni czynników, 1, 2, 3,

k_{i-j} - zredukowane do powierzchni porównawczej A współczynniki przenikania ciepła od czynnika "i" do "j",

x, y, z - temperatury czynników 1, 2, 3,

A - powierzchnia porównawcza (wspólna i równa dla trzech czynników) jako zmienna.

Z równania (1.1) możemy otrzymać dwa równania ramowe

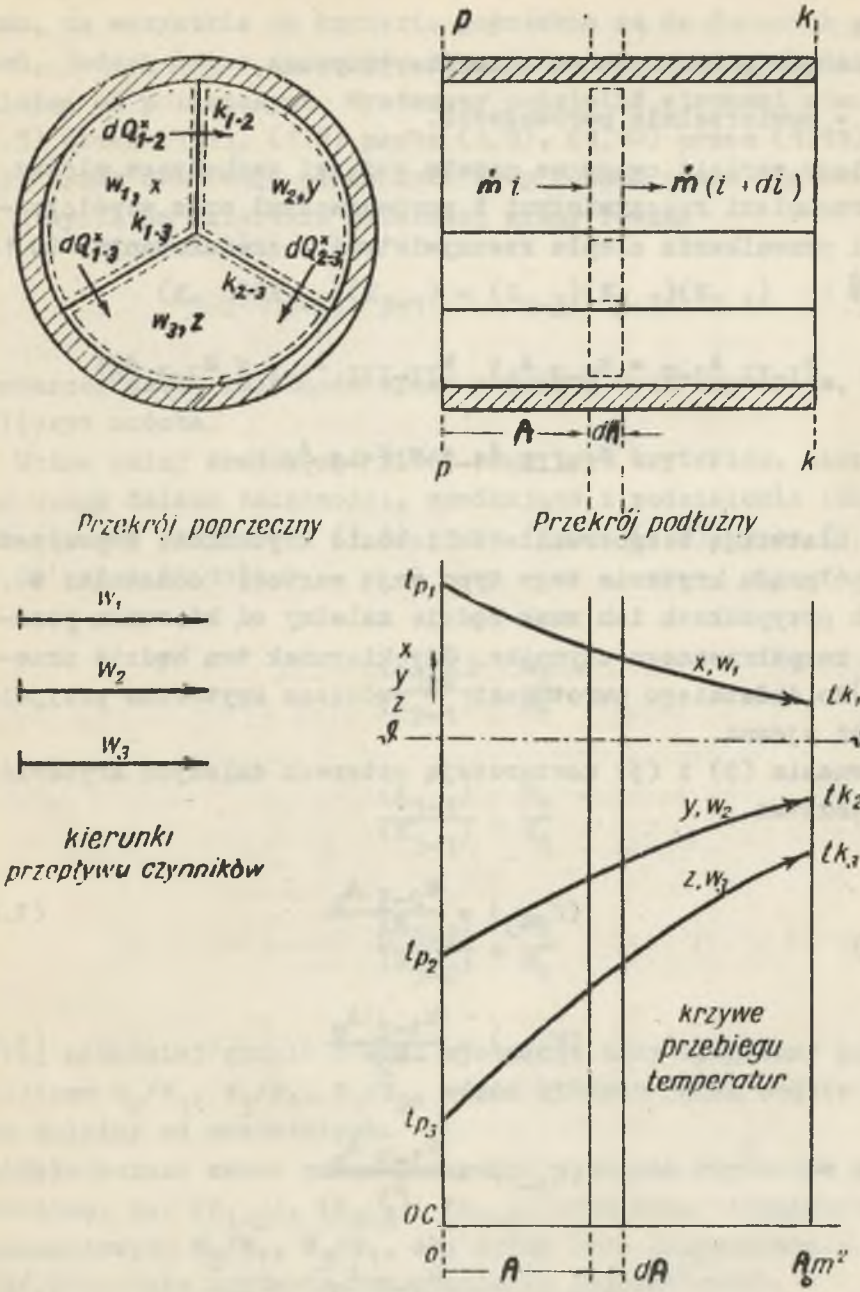
$$(K_{1-2})W_1\, t_o = k_{1-2}\, t_o\, A_o \text{ oraz } (K_{1-3})W_1\, t_o = k_{1-3}\, t_o A_o \qquad (1.4)$$

z których określamy dwa kryteria podobieństwa (K_{1-2}) i (K_{1-3})

$$(K_{1-2}) = \frac{k_{1-2}\, A_o}{W_1} \qquad (1.5)$$

oraz

$$(K_{1-3}) = \frac{k_{1-3}\, A_o}{W_1} \qquad (1.6)$$



Rys. 1. Trójczynnikowy współrzędny wymiennik ciepła

gdzie:

t_o - pewna temperatura charakterystyczna,

A_o - powierzchnia porównawcza.

Należy zwrócić uwagę na proste związki zachodzące między powierzchniami rzeczywistymi i porównawczymi oraz współczynnikami przenikania ciepła rzeczywistymi i zredukowanymi (s.14 i 15 [3]).

$$k_{I-II}\, A_{1-2} = k_{1-2}\, A_o; \quad k_{II-III}\, A_{2-3} = k_{2-3}\, A_o;$$

$$k_{I-III}\, A_{1-3} = k_{1-3}\, A_o$$

które ułatwiają bezpośrednie obliczenie kryteriów. W przypadku współprądu kryteria tego typu mają wartość dodatnią. W innych przypadkach ich znak będzie zależny od kierunku przepływu rozpatrywanego czynnika. Gdy kierunek ten będzie przeciwny do dodatniego zwrotu osi A wówczas kryterium przyjmie wartość ujemną.

Równania (2) i (3) dostarczają czterech dalszych kryteriów podobieństwa

$$(K_{2-3}) = \frac{k_{2-3}\, A_o}{W_2} \tag{1.8}$$

$$(K_{2-1}) = \frac{k_{1-2}\, A_o}{W_2} \tag{1.9}$$

$$(K_{3-1}) = \frac{k_{1-3}\, A_o}{W_3} \tag{1.10}$$

$$(K_{3-2}) = \frac{k_{2-3}\, A_o}{W_3} \tag{1.11}$$

Mimo, że wszystkie te kryteria potrzebne są do dalszych obliczeń, jednak łatwo zauważyć, że zawsze jedno z nich będzie zależne od pozostałych. Wystarczy podzielić stronami równania (1.5) przez (1.6), (1.8) przez (1.9), (1.10) przez (1.11), po czym wynik dzielenia pierwszych grup równań okaże się związany z wynikiem dzielenia ostatniej grupy równań

$$(K_{1-2})(K_{2-3})(K_{3-1}) = (K_{1-3})(K_{3-2})(K_{2-1}) \qquad (1.12)$$

Wystarczy zatem znajomość tylko pięciu z tych kryteriów, aby obliczyć szóste.

Można dalej zredukować ilość tego typu kryteriów, biorąc pod uwagę dalsze zależności, wynikające z podzielenia innych par równań, mianowicie (1.5) przez (1.9), (1.6) przez (1.10), (1.8) przez (1.11)

$$\frac{(K_{1-2})}{(K_{2-1})} = \frac{W_2}{W_1} \qquad (1.13)$$

$$\frac{(K_{1-3})}{(K_{3-1})} = \frac{W_3}{W_1} \qquad (1.14)$$

$$\frac{(K_{2-3})}{(K_{3-2})} = \frac{W_3}{W_2} \qquad (1.15)$$

W tej ostatniej grupie równań występują trzy sympleksy pojemnościowe W_2/W_1, W_3/W_1, W_3/W_2, wśród których jeden będzie zawsze zależny od pozostałych.

Ostatecznie zatem można korzystać z trzech kryteriów podobieństwa, np. (K_{1-2}), (K_{1-3}), (K_{2-3}) oraz dwóch sympleksów pojemnościowych W_2/W_1, W_3/W_1, aby można było jednoznacznie określić pozostałe kryteria lub sympleksy pojemnościowe.

W dalszym ciągu potrzebna jest jeszcze znajomość stosunku różnic temperatur, czyli powinien być znany przynajmniej jeden

sympleks temperaturowy ζ_{2-3}. Dla współprądu sympleks ten jest znany w przekroju początkowym

$$\zeta_{2-3} = \frac{\theta_{2-3}}{\theta_{1-3}} = \frac{x_{p2} - x_{p3}}{x_{p1} - x_{p3}} = \frac{t_{p2} - t_{p3}}{t_{p1} - t_{p3}} \qquad (1.16)$$

gdzie:

θ_{2-3} - różnica temperatury na początku $(y_p - z_p)$ pomiędzy temperaturami czynników 2 i 3, θ_{1-3} - jak wyżej tylko $(x_p - z_p)$ dla czynników 1 i 3.

Do jednoznacznego ustalenia zadania potrzebne są zatem trzy kryteria podobieństwa, dwa sympleksy pojemnościowe i jeden temperaturowy - łącznie sześć wielkości bezwymiarowych.

2. ROZWIĄZANIE UKŁADU RÓWNAŃ RÓŻNICZKOWYCH

Zgodnie z II teorematem podobieństwa ([9] s. 50) w ujęciu Federmana całką ogólną układu równań różniczkowych, opisujących zjawisko - jest zawsze równanie kryterialne. Przejdźmy zatem do rozwiązania układu równań (1.1), (1.2) i (1.3). Układ ten można ująć krócej w formie jednego tylko równania,

$$- W_i \, dt_i = k_{i-j}(t_i - t_j)dA + k_{i-k}(t_i - t_k)dA \qquad (2.1)$$

w którym indeksy $i \neq j \neq k$ przyjmują kolejno wartości 1, 2 i 3. W równaniu tym oznaczają:

t_i, t_j, t_k - nadwyżki temperatury, ponad temperaturę wyrównania ϑ,

W_i, W_j, W_k - pojemności cieplne strumieni czynnika (kolejno 1, 2 i 3).

Związki pomiędzy temperaturami x, y, z oraz t_i, t_j, t_k są następujące ([3] s. 17)

$$t_i = x - \vartheta; \quad t_j = y - \vartheta; \quad t_k = z - \vartheta \tag{2.2}$$

gdzie:

$$\vartheta = \frac{W_1 x_p + W_2 y_p + W_3 z_p}{W_1 + W_2 + W_3} \tag{2.3}$$

Układ równań różniczkowych (2.1) da się ostatecznie sprowadzić do postaci ([3] s. 18)

$$t'' - 2\,s\,t' + bt = 0 \tag{2.4}$$

gdzie:

$$s = -\frac{1}{2}\left(\frac{k_{1-2} + k_{1-3}}{W_1} + \frac{k_{1-2} + k_{2-3}}{W_2} + \frac{k_{2-3} + k_{1-3}}{W_3}\right) \tag{2.5}$$

$$b = \frac{\sum W_i}{\pi W_1} k_c^2 \tag{2.6}$$

$$k_c^2 = k_{1-2}\,k_{2-3} + k_{2-3}\,k_{1-3} + k_{1-3}\,k_{1-2} \tag{2.7}$$

Ażeby wyprowadzić kryteria podobieństwa, należy pomnożyć równ. (2.5) stronami przez powierzchnię porównawczą A_o. Wówczas będzie

$$A_o\,s = -\frac{1}{2}\sum_{1}^{6}(K_{i-j}) \quad \underset{i \neq j}{i,j} = 1,\ 2,\ 3 \tag{2.8}$$

Pod znakiem sumy powinno być sześć wyrażeń.

Również w równaniu (2.6) można wprowadzić kryteria podobieństwa, trzeba tylko obustronnie pomnożyć to równanie przez A_o^2

$$A_o^2\, b = (1 + \frac{W_2}{W_3} + \frac{W_1}{W_3})(K_c^2) \tag{2.9}$$

gdzie:

$$(K_c^2) = (K_{1-2})(K_{2-3}) + (K_{2-3})(K_{1-3}) + (K_{1-3})(K_{2-1}) \tag{2.10}$$

Rozwiązaniem układu równań (2.4) może być funkcja

$$t_i = C_1 \exp\,(s+p)A + C_2 \exp(s-p)A$$

gdzie:

$$p = \sqrt{s^2 - b} \tag{2.11}$$

którą wygodniej napisać w formie

$$t_i = (\exp(As))(C_{ni}\, sh(Ap) + C_{pi}\, ch(Ap)) \tag{2.12}$$

gdzie: funkcje hiperboliczne sh(Ap) i ch(Sp) są liniowymi kombinacjami exp(Ap), exp(-Ap) a współczynniki stałe C_{ni}, C_{pi} dla każdej z temperatur czynników 1, 2 i 3 trzeba liczyć osobno.

Wyznaczenie stałej parzystej C_{pi} nie przedstawia żadnych trudności. Kładąc $A = 0$ oraz $t = t_{pi}$ otrzymamy

$$C_{pi} = t_{pi} \tag{2.13}$$

Natomiast stała nieparzysta C_{ni} może być wyznaczona jedynie z warunku: dla $A = 0$

$$\frac{dt_i}{dA} = -\frac{K_{1-2}}{W_i}\,\Theta_{i-j} - \frac{K_{1-3}}{W_i}\,\Theta_{i-k} = t_i' \tag{2.14}$$

gdzie:

Θ_{i-j} - różnica temperatur w przekroju początkowym między czynnikami i-j,

Θ_{i-k} - jak wyżej lecz dla czynników i-k.

Po zróżniczkowaniu równania (2.12) i wstawieniu wyniku (t'_i) do równania (2.14) otrzymamy

$$C_{ni} = -\frac{s}{p} t_{pi} - \frac{k_{i-j}}{p\,W_i} \Theta_{i-j} - \frac{k_{i-k}}{p\,W_i} \Theta_{i-k} \qquad (2.15)$$

W ostatnim równaniu uwzględniając zależności

$$\frac{s}{p} = \frac{A_o s}{A_o p}; \quad \frac{k_{i-j}}{p\,W_i} = \frac{A_o\,k_{i-j}}{A_o p\,W_i} = \frac{(K_{i-j})}{A_o\,p};$$

$$\frac{k_{i-k}}{p\,W_i} = \frac{A_o\,k_{i-k}}{A_o p\,W_i} = \frac{(K_{i-k})}{A_o\,p}$$

otrzymamy

$$C_{ni} = -\frac{A_o s}{A_o p} t_{pi} - \frac{(K_{i-j})\ \Theta_{i-j}}{A_o p} - \frac{(K_{i-k})\ \Theta_{i-k}}{A_o p} \qquad (2.15)$$

Należy jeszcze wykazać, że wielkość $A_o p$ jest także kombinacją bezwymiarową kryteriów podobieństwa. Uwzględniając równania (2.8) i (2.9) w równ. (2.11) po wymnożeniu przez A_o otrzymamy

$$A_o p = A_o \sqrt{s^2 - p} = \sqrt{(A_o s)^2 - A_o^2\, b} \qquad (2.16)$$

gdzie:

$A_o s$ oraz $A_o^2\, b$ są zespołami wyłącznie bezwymiarowych kryteriów.

3. SYMPLEKSY TEMPERATUROWE

Zależności poznane w poprzednich rozdziałach umożliwiają obliczenie temperatur końcowych t_{ki} przy użyciu pięciu niezbędnych kryteriów podobieństwa. Można jednak całe zadanie, polegające np. na obliczeniu sprawności przeprowadzić przy użyciu wyłącznie liczb bezwymiarowych. W tym celu niezbędnym jest wprowadzenie sympleksu temperaturowego ζ_{2-3} określonego równaniem (1.16). Wielkość ζ_{2-3} należy związać ze stosunkami różnic temperatur t_{p2}/t_{p1} oraz t_{p3}/t_{p1}. W tym celu dodajemy stronami równania (1.1), (1.2) i (1.3)

$$- W_1 dx - W_2 dy - W_3 dz = 0 \tag{3.1}$$

Ponieważ jednak $dx = dt$, $dy = dt_2$, $dz = dt_3$, zatem będzie

$$W_1 dt_1 + W_2 dt_2 + W_3 dt_3 = 0 \tag{3.2}$$

Po scałkowaniu ostatniego równania otrzymamy

$$\sum W_i t_i = W_1 t_1 + W_2 t_2 + W_3 t_3 = W_1 t_{p1} + W_2 t_{p2} + W_3 t_{p3} = \text{const} \tag{3.3}$$

Zgodnie z równaniami (2.2) i (2.3) nadwyżki temperatury t_1, t_2, t_3 (ponad poziomem odniesienia ϑ) dążą do zera dla $A_o \to \infty$. Biorąc to pod uwagę otrzymamy ostatecznie

$$W_1 t_{p1} + W_2 t_{p2} + W_3 t_{p3} = 0 \tag{3.4}$$

Z równania (1.16) otrzymujemy

$$(t_{p1} - t_{p3}) \ \zeta_{2-3} = t_{p2} - t_{p3} \tag{3.5}$$

oraz

$$t_{p1} \zeta_{2-3} - t_{p2} = t_{p3}(\zeta_{2-3} - 1) \tag{3.6}$$

Po uwzględnieniu zależności (4.1) otrzymamy ostatecznie

$$\frac{t_{p2}}{t_{p1}} = \frac{\zeta_{2-3}(1 + \frac{W_1}{W_3}) - \frac{W_1}{W_3}}{\frac{W_2}{W_3}(1 - \zeta_{2-3}) + 1} \quad \text{oraz}$$

$$\frac{t_{p3}}{t_{p1}} = - \frac{\frac{W_2}{W_3}\zeta_{2-3} + \frac{W_1}{W_3}}{\frac{W_2}{W_3}(1 - \zeta_{2-3}) + 1} \tag{3.7}$$

Równania (3.7) określają poszukiwany związek.

4. SPRAWNOŚCI

W przypadku rekuperatora współprądowego kwestia sprawności nie nasuwa większych trudności. Wychodząc z definicji sprawności

$$\eta_{pi} = \frac{\dot{Q}_i}{(\dot{Q}_i)_{max}} \tag{4.1}$$

oraz biorąc pod uwagę to, że

$$\dot{Q}_i = W_i(t_{pi} - t_{ki})$$

oraz

$$(\dot{Q}_i)_{max} = W_i(t_{pi} - 0) = W_i t_{pi} \tag{4.2}$$

otrzymamy poszukiwany związek

$$\eta_{pi} = \frac{W_i(t_{pi} - t_{ki})}{W_i\, t_{pi}} = 1 - \frac{t_{ki}}{t_{pi}} \tag{4.2}$$

Mamy zatem do dyspozycji trzy sprawności, liczone w stosunku do trzech czynników. Sprawności te są jednak wzajemnie od siebie zależne, co wynika z równań (3.3), (3.4) i (4.2). Istotnie, z równania (3.3) wynika

$$W_1 t_{p1} + W_2 t_{p2} + W_3 t_{p3} = W_1 t_{k1} + W_2 t_{k2} + W_3 t_{k3}$$

lub

$$W_1(t_{k1} - t_{p1}) + W_2(t_{k2} - t_{p2}) + W_3(t_{k3} - t_{p3}) = 0 \tag{4.3}$$

i dalej

$$W_1 t_{p1}\left(1 - \frac{t_{k1}}{t_{p1}}\right) + W_2 t_{p2}\left(1 - \frac{t_{k2}}{t_{p2}}\right) + W_3 t_{p3}\left(1 - \frac{t_{k3}}{t_{p3}}\right) = 0$$

Po uwzględnieniu zależności (4.2) otrzymamy ostatecznie

$$\eta_{p1} + \frac{W_2}{W_1}\frac{t_{p2}}{t_{p1}}\,\eta_{p2} + \frac{W_3}{W_1}\frac{t_{p3}}{t_{p1}}\,\eta_{p3} = 0 \tag{4.4}$$

Równanie (4.4) nosi charakter równania kryterialnego, zawiera bowiem wyłącznie bezwymiarowe wielkości. Ponieważ wynika ono z bilansu energetycznego, może służyć do kontroli otrzymanych wyników.

W szczególnym przypadku, gdy pojemność cieplna któregokolwiek z czynników zdąża do nieskończoności, równanie (4.4) staje się nieprzydatne do zastosowania. Załóżmy np. że czynnik 1 stanowi kondensującą się parę. Wówczas $W_1 \to \infty$ i pierwszy wyraz w równaniu (4.4) przyjmuje postać nieoznaczoną, bowiem $t_{k1} = t_{p1}$ (temperatura czynnika 1 nie zmienia się). Temperatura wyrównania $\vartheta = x_p$, a $t_1 = 0$. Sprawność η_{p1} staje się równa zeru, co wynika bezpośrednio z równ. (4.1), bowiem wówczas $(\dot{Q}_i)_{max}$ dąży do nieskończoności.

Każdą ze sprawności można określić oddzielnie. W tym celu wstawiamy równania (2.12) i (2.13) do (2.11) a rezultat do zależności (4.2):

$$\eta_{pi} = 1 - \frac{\exp(A_o s)}{A_o p}\left[\left(- A_o s - (K_{i-j})\frac{\Theta_{i-j}}{t_{pi}} + \right.\right.$$

$$\left.\left. - (K_{i-k})\frac{\Theta_{i-k}}{t_{pi}}\right)sh(A_o p) + ch(A_o p)\right]$$

Biorąc pod uwagę związki

$$\Theta_{i-j} = t_{pi} - t_{pj} \quad \text{oraz} \quad \Theta_{i-k} = t_{pi} - t_{pk} \tag{4.6}$$

otrzymamy dalej

$$\eta_{pi} = 1 - \exp(A_o s)\left[\frac{C_{ni}}{C_{pi}} sh(A_o p) + ch(A_o p)\right] \tag{4.7}$$

gdzie:

$$\frac{C_{ni}}{C_{pi}} = \frac{1}{A_o p}\left[(A_o s - (K_{i-j})(1 - \frac{t_{pj}}{t_{pi}}) - (K_{i-k})(1 - \frac{t_{pk}}{t_{pi}})\right] \tag{4.8}$$

5. SZCZEGÓLNE PRZYPADKI

Gdy zachodzi zmiana stanu skupienia któregokolwiek z czynników, wyrażenie $A_o^2 b$ określone równaniem (2.9) staje się nieoznaczone. W celu uniknięcia tej niedogodności wracamy do równania (2.7), które przekształcamy następująco:

$$A_o^2 b = (W_1 + W_2 + W_3)\left[\frac{(K_{1-2})(K_{2-3})}{W_3} + \frac{(K_{2-3})(K_{3-1})}{W_1} + \right.$$

$$\left. + \frac{(K_{3-1})(K_{1-2})}{W_2}\right] \tag{5.1}$$

W przypadku zmiany stanu skupienia czynnika "i" jego pojemność cieplna dąży do nieskończoności ($W_i \to \infty$). Usuwając w elementarny sposób nieoznaczoność w równaniu (5.1) i uwzględniając zarazem grupę równań (1.13), (1.14) i (1.15), otrzymamy kolejno:

dla $W_1 \to \infty$

$$A_o^2 b = (K_{2-1})(K_{3-2}) + (K_{2-3})(K_{3-1}) + (K_{3-1})(K_{2-1}) \quad (5.2)$$

dla $W_2 \to \infty$

$$A_o^2 b = (K_{3-2})(K_{1-2}) + (K_{3-2})(K_{1-3}) + (K_{1-2})(K_{3-1}) \quad (5.3)$$

oraz dla $W_3 \to \infty$

$$A_o^2 b = (K_{1-2})(K_{2-3}) + (K_{2-3})(K_{1-3}) + (K_{1-3})(K_{2-1}) \quad (5.4)$$

Gdy jednocześnie dwa czynniki zmieniają stan skupienia, wówczas ze wzorów (5.2), (5.3) i (5.4) wynika

$$A_o^2 b = 0 \quad (5.5)$$

W tym przypadku wzór (2.11) upraszcza się do formy

$$p = |s| \quad (5.6)$$

a równanie (2.11) daje zależność

$$t_i = C_1 + C_2 \exp(2\,As) \quad (5.7)$$

gdzie: "t_i" oznacza temperaturę czynnika o skończonej pojemności cieplnej. Ponieważ $s < 0$, przebieg temperatury t_i jest taki, jak dla zwykłego współprądu, jednak asymptotą dla t_i będzie

$$\vartheta = \frac{k_{i-j}\, t_i + k_{k-i}\, t_k}{k_{j-i} + k_{k-i}} \tag{5.8}$$

Co wynika z bilansu cieplnego dla $A_o \to \infty$. Stałe C_1 i C_2 wyznaczyć można z warunków brzegowych. Dla $A = 0$ $t_i = t_{pi}$, zatem

$$C_1 + C_2 = t_{pi} \tag{5.9}$$

Natomiast dla $A_o \to \infty$ $t_i = \vartheta$

$$C_1 = \vartheta \tag{5.10}$$

oraz

$$C_2 = t_{pi} - \vartheta \tag{5.11}$$

Równanie (5.7) przyjmuje postać

$$t_i = \vartheta + (t_{pi} - \vartheta)\exp(2\ As)$$

lub

$$\frac{t_i - \vartheta}{t_{pi} - \vartheta} = e^{2\ As} \tag{5.12}$$

gdzie:

$$2\ As = \frac{k_{i-j} + k_{i-k}}{W_i} A \tag{5.13}$$

Ostatnim przypadkiem szczególnym będzie, gdy

$$W_j \to \infty\ ,\quad W_k \to \infty \text{ oraz } k_{k-i} = 0$$

Z równania (5.8) otrzymamy wówczas

$$\vartheta = t_j \tag{5.14}$$

Z równ. (5.12)

$$\frac{t_i - t_j}{t_{pi} - t_j} = e^{2\,As} \tag{5.15}$$

oraz

$$2\,As = -\frac{k_{i-j}}{W_i}\,A \tag{5.16}$$

Jest to zatem przypadek identyczny ze zwykłym współprądem (ściśle prądem dowolnym) o dwu czynnikach, gdzie $W_j \to \infty$. Czynnik trzeci "k" nie jest bowiem sprzężony cieplnie z czynnikiem "i" ponieważ $k_{i-k} = 0$.

6. PRZYKŁAD LICZBOWY

W trójczynnikowym współprądzie znane są następujące wielkości:

a) kryteria $(K_{1-2}) = 0{,}1$; $(K_{2-3}) = 0{,}48$; $(K_{1-3}) = 0{,}4$;

b) sympleksy $W_1/W_2 = 2$, $W_1/W_3 = 10$, $\zeta_{2-3} = \frac{t_{p2} - t_{p3}}{t_{p1} - t_{p3}} = 0{,}2$.

Należy obliczyć:

1. Kryteria (K_{2-1}), (K_{3-2}), (K_{3-1}) oraz sympleksy W_2/W_3,
2. Wielkości $A_o s$, $\frac{k_o^2 A_o^2}{W_c^2} = bA_o^2$, $A_o p$,
3. Sprawności η_{pI}, η_{pII}, η_{pIII},
4. Przeprowadzić kontrolę wyników w oparciu o bilans.

1. $\frac{(K_{2-1})}{(K_{1-2})} = \frac{W_1}{W_2}$ z równ. (1.13), stąd $(K_{2-1}) = (K_{1-2})\,\frac{W_1}{W_2} =$

$$= 0{,}1 \cdot 2 = 0{,}2$$

$\frac{(K_{3-1})}{(K_{1-3})} = \frac{W_1}{W_3}$ z równ. (1.14), stąd $K_{3-1} = K_{1-3}\frac{W_1}{W_3} =$

$= 0{,}4 \cdot 10 = 4$

$\frac{(K_{3-2})}{(K_{2-3})} = \frac{W_2}{W_3}$ z równ. (1.15), stąd $K_{3-2} = K_{2-3}\frac{W_2}{W_3}$

$$\frac{W_2}{W_3} = \frac{\frac{W_1}{W_3}}{\frac{W_1}{W_2}} = \frac{10}{2} = 5; \quad K_{3-2} = 0{,}48 \cdot 5 = 2{,}4$$

Kontrola: $0{,}1 \cdot 0{,}48 \cdot 4 = 0{,}4 \cdot 2{,}4 \cdot 0{,}2 = 0{,}192$ z równ. (1.12).

2. $A_o s = -\frac{1}{2}\sum_{1}^{6}(K_{i-j}) = -\frac{1}{2}(0{,}1 + 0{,}4 + 0{,}48 + 0{,}2 + 4 +$
$+ 2{,}4) = -3{,}79$ z równ. (2.8)

$A_o^2 b = (1 + 10 + 5)(0{,}1 \cdot 0{,}48 + 0{,}48 \cdot 0{,}4 + 0{,}4 \cdot 0{,}2) = 5{,}12$
z równ. (2.9.) i (2.10).

$A_o p = \sqrt{3{,}79^2 - 5{,}12} = \sqrt{9{,}2441} = 3{,}0404$ z równ. (2.16).

3. $\frac{t_{p2}}{t_{p1}} = \frac{0.2(1 + 10) - 10}{1 + 0{,}8 \cdot 5} = -\frac{7{,}8}{5} = -1{,}56$ z równ. (3.7)

$\frac{t_{p3}}{t_{p1}} = -\frac{0{,}2 + 2}{0{,}8 + 0{,}2} = -2{,}2$ z równ. (3.7)

$\frac{C_1}{C_2} = \frac{1}{3{,}04}((3{,}79 - 0{,}1(1 + 1{,}56) - 0{,}4(1 + 2{,}2)) = 0{,}741$
z równ. (4.8)

$$\frac{t_{k1}}{t_{p1}} = e^{-3,79}(0,741 \text{ sh } 3,04 + \text{ch } 3,04) =$$

$$= 0,02256(0,741 \cdot 10,43 + 10,48) = 0,41 \text{ z równ. } (2.12)$$

$$\eta_{pI} = 1 - 0,41 = 0,59 \text{ z równ. } (4.2)$$

$$\frac{C_3}{C_4} = \frac{1}{3,04}\left[(+ 3,79 - 0,2(1 - \frac{1}{1,56}) - 0,48(1 - \frac{2,2}{1,56})\right] = + 1,20$$

z równ. (4.8)

$$\frac{t_{k2}}{t_{p2}} = 0,02256(1,2 \cdot 10,43 + 10,48) = 0,519 \text{ z równ. } (2.12)$$

$$\eta_{pII} = 1 - 0,519 = 0,481 \text{ z równ. } (4.2)$$

$$\frac{C_5}{C_6} = \frac{1}{A_o p}\left[(- A_o s - (K_{3-1})(1 - \frac{t_{p1}}{t_{p3}} - (K_{3-2})(1 - \frac{t_{p2}}{t_{p3}})\right] =$$

$$= \frac{1}{3,04}\left[(3,79 - 0,1(1 + 1,56) - 0,4(1 + 2,2)\right] = 0,741$$

z równ. (4.8)

$$\frac{t_{K3}}{t_{p3}} = 0,02256\ (- 0,0897 \cdot 10,43 + 10,48) = 0,0255 \text{ z równ.}$$

(2.12)

$$\eta_{pIII} = 1 - 0,0255 = 0,9745 \text{ z równ. } (4.2)$$

Kontrola:

$$0,59 - 0,5 \cdot 1,56 \cdot 0,481 - 0,1 \cdot 2,2 \cdot 0,9745 = 0,59 - 0,376 -$$

$$- 0,214 = 0 \text{ z równ. } (4.4).$$

ZAKOŃCZENIE

Myślą przewodnią pracy niniejszej było wprowadzenie teorii podobieństwa do działu trójczynnikowych nagrzewnic powietrza.

Jak wynika z przytoczonych wywodów oraz z przykładu liczbowego zamiar ten został całkowicie zrealizowany. Zalet stosowania teorii podobieństwa nie trzeba uzasadniać. Wystarczy już tylko wspomnieć o korzyściach techniczno-ekonomicznych, jakie ona przynosi. Kryteria określone równaniami (1.5), (1.6), (1.8), (1.9), (1.10) i (1.11) są miarą kosztów transportu ciepła na jednostkę pojemności cieplnej przepływu czynnika. W liczniku bowiem tych wielkości figuruje iloczyn powierzchni ogrzewalnej A_o razy k_{i-j}. Obie te wielkości wpływają równorzędnie na koszt wykonania rozpatrywanego fragmentu nagrzewnicy. Z tego już tylko powodu ogólne zastosowanie kryteriów podobieństwa w obliczeniach techniczno-ekonomicznych jest niezbędne. Oczywiście problem ten wymaga odrębnego opracowania i w krótkim artykule rozwiązany być nie może.

LITERATURA

[1] Ochęduszko S.: Teoria Maszyn Cieplnych, cz. I, II i III, PWT 1953/55.

[2] Ochęduszko S.: Ocena termodynamiczna przenośników ciepła, Archiwum Budowy Maszyn PAN.

[3] Około-Kułak W.: Trójczynnikowe wymienniki ciepła, ZNPS Mechanika 1/54.

[4] Około-Kułak W.: Określenie kryteriów podobieństwa za pomocą metody "równań ramowych", ZNPS Energetyka, z. 4,1960.

[5] Traupel W.: Aehnlichkeitstheorie der Wärmeaustausch apparate, Schweizer Archiv für angewandte Wiessenschaft und Technik, Heft 2, 10 Jahrgang 1944.

[6] Hausen H.: Wärmeübertragung in Gegenstrom, Gleichstrom und Kreuzstrom, Springer-Verlag 1950.

[7] Jakob M.: Heat Transfer, wyd. rosyjskie, Moskwa 1960.

[8] Boswort R.C.L.: Heat Transfer Phenomena, Moskwa GITTL, 1957.

[9] Michiejew M.: Zasady wymiany ciepła, PWN 1953.

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЕ ПОДОБИЕ ТРЕХАГЕНТНЫХ РЕКУПЕРАТОРОВ

Р е з ю м е

Выходя из уравнения энергетического баланса трехагентного рекуператора, определено количество критериев подобия. Описание проблемы подобия через критерия подобия, инварианты и симплексы приводит к обобщениям, имеющим практическое значение. Такой подход к вопросу дает возможность не только взаимно сравнить действие воздухонагревателей, не только оценить преимущества разнообразных решений, но также провести исчисления исключительно на критериях и симплексах подобия. Конкретный численный пример, приведенный в работе, хорошо иллюстрирует полученные результаты.

THE THERMODYNAMICS SIMILITUDE OF THE THREE MEDIUM AIR - HEATERS

S u m m a r y

The necessary number of the similarity criterions based on the energy balans equations, is established. The formulation at the similarity problem by means of the criterions, criterial numbers and the similitude symplexes leads to some generalizations that has a practical meaning. It affords not only

the mutual comparison of the heaters operation not only the appreciation of the goodness of various perfomances but also affords to do the calculations only by means of the criterial numbers and criterial symplexes. The results of this paper are ilustrated at the end on the numerical example.