

WITOLD OKOŁO-KUŁAK  
Katedra Teorii Maszyn Ciepłych

## RÓWNOWARTOŚĆ TRÓJSTRUMIENIOWYCH REKUPERATORÓW CIEPŁA

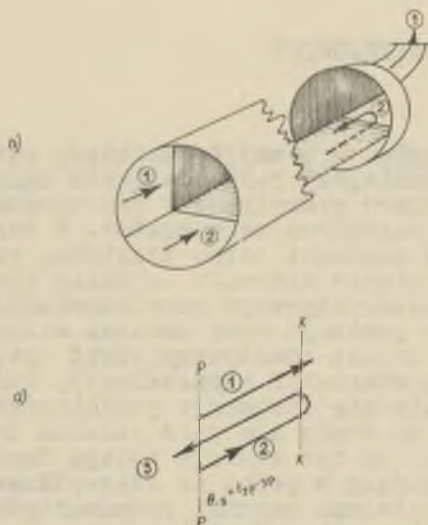
**Streszczenie.** W pewnych odmianach rekuperatorów, czynnik chłodniejszy jest powtórnie ogrzewany po zmianie kierunku przepływu. W ten sposób powstaje tzw. trójstrumieniowy rekuperator. W rekuperatorach tego rodzaju zachodzi pewne zjawisko, polegające na tym, że po zmianie kierunku czynnika cieplejszego i pewnym charakterystycznym przedstawieniu kryteriów podobieństwa powstaje nowa odmiana całkowicie równowarta (tzn. dająca identyczny efekt cieplny przy jednakowej powierzchni ogrzewalnej), która jednak charakteryzuje się odmiennym przebiegiem temperatur a tym samym na pewno nie jest podobna do tej, z której powstała. Na tym właśnie polega fenomen równowartości zasługujący w pełni na szczegółowe opracowanie. W artykule ustalono warunki równowartości oraz podano metodę obliczania efektów cieplnych oraz powierzchni ogrzewalnej przy użyciu wyłącznie kryteriów podobieństwa i liczb bezwymiarowych. Przykłady kontrolne ilustrują rozpatrywane zjawisko.

### 1. Wstęp

Rekuperator trójstrumieniowy jest szczególnym przypadkiem trójczynnikowego wymiennika ciepła, bowiem jak to wynika z równań przepływu ciepła, zmiana kierunku przepływu jest jednoznaczna ze zmianą znaku pojemności cieplnej strumienia rozpatrywanego czynnika ([7], str. 23). Ponieważ dotąd nie istnieje klasyfikacja trójczynnikowych rekuperatorów, zastosujemy prowizoryczną, polegającą na tym, że spośród trzech liczb oddzielonych kreską, pierwsza oznacza ilość czynników, druga ilość strumieni a trzecia ilość ścianek rozdzielających czynniki. Tak więc rozpatrywany rekuperator trójstrumieniowy ma cechę 2 - 3 - 3. Rekuperator ten jest z kolei ogólniejszym przypadkiem w sto-

sunku do wymiennika Fielda, który ma dwa czynniki, trzy strumienie lecz dwie ścianki; zatem cechą Fielda jest 2-3-2.

Rysunek schematyczny rekuperatora trójstrumieniowego wyjaśnia sposób prowadzenia obu czynników (rys. 1).



Rys. 1

a - schemat prowadzenia czynników, b - model trójstrumieniowego rekuperatora

Równania różniczkowe będące wyrazem elementarnych bilansów cieplnych w każdym dowolnym układzie mają następującą formę

$$- w_1 dx = k_{1-2}(x - y)dA + k_{1-3}(x - z)dA \quad (1.1)$$

$$- w_2 dy = k_{1-2}(y - x)dA + k_{2-3}(y - z)dA \quad (1.2)$$

$$- w_3 dz = k_{1-3}(z - x)dA + k_{2-3}(z - y)dA, \quad (1.3)$$

gdzie:

$w_1, w_2, w_3$  - pojemności cieplne czynników 1, 2, 3 ogólnie  
 $w_1, w_j, w_3$  (założono jako stałe),

- $x, y, z$  - temperatura czynników 1, 2, 3,  
 $k_{1-2}, k_{2-3}, k_{1-3}$  - zredukowane do wspólnej powierzchni porównawczej  $A_0$  współczynniki wnikania ciepła, ogólnie  $k_{i-j}$ , (założono jako stałe),  
 $A$  - powierzchnia ogrzewalna jako zmienna niezależna.

Układ równań (1.1), (1.2) i (1.3) można ująć jednym tylko równaniem, jeżeli wprowadzi się tzw. temperaturę wyrównania określoną wzorem ([7] str. 17).

$$\vartheta = \frac{w_1 x + w_2 y + w_3 z}{w_1 + w_2 + w_3} \quad (1.4)$$

oraz uogólni się temperaturę dla każdego dowolnego z trzech czynników w następujący sposób:

$$-w_1 dt_1 = k_{1-j}(t_1 - t_j)dA + k_{1-k}(t_1 - t_k)dA, \quad (1.5)$$

gdzie:  $t_1, t_j, t_k$  - nadwyżki temperatury każdego z czynników ponad temperaturą wyrównania  $\vartheta$ .

Układ równań opisany ogólnie przez równanie (1.5) można sprowadzić do wspólnego równania różniczkowego

$$t_1'' - 2s t_1' + b t_1 = 0 \quad (1.6)$$

gdzie:  $t = t(A)$

$$s = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{i=3} \frac{k_{i-j} + k_{i-k}}{w_i} \quad i \neq j \neq k \quad (1.7)$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{i=3} w_i}{\pi w_1} \quad k_c^2; \quad k_c^2 = \sum_{i=1}^{i=3} k_{i-j} k_{i-k} \quad i, j, k = 1, 2, 3. \quad (1.8)$$

Rozwiązaniem równania różniczkowego (1.6) może być wyrażenie

$$t_i = [-C_{n,i} \operatorname{sh}(Ap) + C_{p,i} \operatorname{ch}(Ap)] \exp(As), \quad (1.9)$$

gdzie:  $C_{n,i}$ ,  $C_{p,i}$  - stałe o wskaźniku nieparzystym  $)_{n,i}$  i parzystym  $)_{p,i}$  oraz

$$p = \sqrt{s^2 - b}. \quad (1.10)$$

Stałe całkowania  $C_{n,i}$  i  $C_{p,i}$  można wyznaczyć z warunków brzegowych. Kładąc  $A = 0$  oraz  $t_i = t_{pi}$  otrzymamy:

$$C_{p,i} = t_{pi}. \quad (1.11)$$

Wyznaczenie nieparzystej stałej całkowania  $C_{ni}$  jest żmudne i z braku miejsca je pominiemy podając jedynie wynik

$$C_{ni} = \frac{1}{A_0 p} \left[ A_0 s t_{pi} + \frac{k_{i-j} A_0}{w_i} (t_{pi} - t_{pj}) + \frac{k_{i-k} A_0}{w_i} (t_{pi} - t_{pk}) \right]. \quad (1.12)$$

W celu uogólnienia wyników wprowadzamy następujące wielkości bezwymiarowe:

a) kryteria podobieństwa

$$(K_{i-j}) = \frac{k_{i-j} A_0}{w_0} \quad \begin{array}{l} i \neq j \\ i, j = 1, 2, 3 \end{array} \quad (1.13)$$

b) zespoły kryterialne

$$A_0 s = \frac{1}{2} A_0 \sum_{i=1}^{i=3} \frac{k_{i-i} + k_{i-k}}{w_i} \quad \begin{array}{l} i \neq j \neq k \\ i, j, k = 1, 2, 3 \end{array} \quad (1.14)$$

$$A_{0p} = \sqrt{(A_{0s})^2 - A^2 b} \quad (1.15)$$

$$(K_c^2) = (K_{1-2})(K_{2-3}) + (K_{2-3})(K_{1-3}) + (K_{1-3})(K_{2-1}) \quad (1.16)$$

c) sympleksy pojemnościowe

$$\frac{W_1}{W_j} = \frac{w_1}{w_j} \quad \gamma^+ = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{W_1}{W_2}\right); \quad \gamma^- = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{W_1}{W_2}\right) \quad (1.17)$$

d) sympleksy temperaturowe

$$\varepsilon_{2-3} = \frac{\Theta_m}{\Theta_{2-3}} \quad \varepsilon_{1-1} = \frac{\Theta_m}{\Theta_{1-1}}, \quad (1.18)$$

gdzie:

$\Theta_m$  - różnica temperatury czynników na dolocie,

$\Theta_{2-3}$  - całkowity przyrost temperatury czynnika 2,

$\Theta_{1-1}$  - całkowity spadek temperatury czynnika 1,

e) sympleksy i ich zespoły utworzone ze współczynników przenikania

$$\chi_a = \frac{k_{1-2}}{k_{1-3}} = \frac{\chi_c}{\chi_b}; \quad \chi_b = \frac{k_{2-3}}{k_{1-2}} = \frac{\chi_c}{\chi_a}; \quad (1.19)$$

$$\chi_c = \frac{k_{2-3}}{k_{1-3}} = \chi_b \cdot \chi_a$$

$$\chi_1 = 1 + \frac{k_{1-3}}{k_{1-2}} \equiv 1 + \frac{1}{\chi_a}; \quad \chi_2 = 1 + \frac{k_{1-2}}{k_{1-3}} = 1 + \chi_a \quad (1.20)$$

f) zespoły sympleksów

$$\xi_j = \sqrt{\left(\frac{\gamma^-}{\chi_1} + \frac{\gamma^+}{\chi_2}\right)^2 + \left(\frac{W_1}{W_2}\right)^2 \frac{\chi_a}{\chi_2^2} + \frac{\chi_b}{\chi_1^2} + \frac{\chi_c}{\chi_2^2}} \quad (1.21)$$

$$\xi_p = \sqrt{\frac{\gamma^+}{\chi_1} + \frac{\gamma^-}{\chi_2} + \frac{W_1}{W_2} \frac{\chi_a}{\chi_2^2} + \frac{\chi_b}{\chi_1^2} + \frac{\chi_c}{\chi_2^2}} \quad (1.22)$$

Indeks "j" dotyczy przypadku, gdy wlot obu czynników ma miejsce po tej samej stronie rekuperatora, natomiast indeks "p" oznacza, że chodzi tu o odmianę, w której dolut czynników odbywa się po przeciwnych stronach.

## 2. Rozwiązanie zagadnienia i równowartość

Rekuperator trójstrumieniowy cechują następujące zależności

$$w_2 = -w_3; \quad W_3 = W_2; \quad t_{k3} = t_{k2} \quad (2.1)$$

Uwzględniając powyższe związki w równaniach ujmujących przebieg temperatury czynnika ogrzewanego w strumieniach 2 i 3 można ustalić wspólny wzór dla obu odmian rekuperatora: o jednostronnym wlocie oraz o wlocie po przeciwnych stronach ([7] str. 52), ([9], równ. 2.1.4 i 2.2.4).

$$\xi_{2-3} = \frac{(A_{0p}) \operatorname{ctgh}(A_{0p})}{(K_{1-2}) + (K_{1-3})} \frac{W_2}{W_1} + \frac{1}{2} \left( \frac{W_2}{W_1} + 1 \right) \quad (2.2)$$

Równanie (2.2) należy stosować, gdy chodzi o obliczenie temperatur końcowych obu czynników. W tym przypadku znane są wartości obu kryteriów  $(K_{1-2})$  i  $(K_{1-3})$ . Natomiast w przypadku, gdy chodzi o obliczenie powierzchni ogrzewalnej, będą dane sympleksy temperaturowe  $\xi_{2-3}$  i  $\xi_{1-1}$  a obliczyć należy kryte-

ria  $(K_{1-2})$  i  $(K_{1-3})$ . W tym ostatnim przypadku wzór (2.2) może być przekształcony w następujący sposób

$$(K_{1-2}) + (K_{1-3}) = \frac{1}{2\zeta} \ln \left| \frac{\varepsilon_{2-3} - \gamma^* + \zeta}{\varepsilon_{2-3} - \gamma^* - \zeta} \right| \quad (2.3)$$

Dla wlotu jednostronnego należy położyć  $\zeta = \zeta_j$  i zastosować wzór (1.21), natomiast gdy wlot czynników jest po przeciwnych stronach, należy wykorzystać do obliczenia  $\zeta = \zeta_p$  równanie (1.22).

Należy teraz określić warunki, przy których obie odmiany są równowarte, tzn. przy założonych identycznych temperaturach końcowych powierzchnie ogrzewalne będą jednakowe. W tym celu wykorzystamy wzór (2.3). Zajdzie to, gdy

$$\zeta_j = \zeta_p \quad (2.4)$$

Jak to wynika z równań (1.21) i (1.22) równanie (2.4) będzie spełnione wówczas, gdy

$$\begin{aligned} (\alpha_2)_j &= (\alpha_1)_p; & (\alpha_1)_j &= (\alpha_2)_p; \\ (\alpha_b)_j &= (\alpha_c)_p; & (\alpha_c)_j &= (\alpha_b)_p; \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\left(\frac{W_1}{W_2}\right)_j = \left(\frac{W_1}{W_2}\right)_p \quad (2.6)$$

Łatwo jest się przekonać, że warunek określony grupą równań (2.5) będzie spełniony wówczas, gdy

$$(k_{1-2})_j = (k_{1-3})_p; \quad (k_{1-3})_j = (k_{1-2})_p; \quad (k_{2-3})_j = (k_{2-3})_p \quad (2.7)$$

Jeżeli zagadnienie równowartości odwrócimy, tzn. przy z góry określonej wielkości powierzchni ogrzewalnej, będziemy poszu-

kiwać takich warunków, przy których wartości kluczowych sympleksów temperaturowych  $\varepsilon_{2-3}$  i  $\varepsilon_{1-1}$  będą takie same dla obu odmian rekuperatora "j" i "p", to warunki określone równaniem (2.7) można ująć za pomocą zależności pomiędzy kryteriami

$$(K_{1-2})_j = - (K_{1-3})_p; \quad (K_{1-3})_j = - (K_{1-2})_p; \quad (K_{2-3})_j = (K_{2-3})_p \quad (2.8)$$

Gdy już równowartość będzie spełniona, to okaże się, że przebiegi temperatur czynników dla obu odmian rekuperatora są zupełnie różne. Oznacza to, że podstawowy warunek podobieństwa dotyczący pól temperaturowych nie jest spełniony. Tak więc odmiany równowarte nie są jednak w żadnym wypadku podobne.

### 3. Przykłady

Niezbędną rzeczą jest przeprowadzić kontrolę na konkretnych przykładach liczbowych. Ponieważ temperatury  $t_i$  poszczególnych czynników są liczone jako nadwyżki ponad temperaturą wyrównania, wyliczymy wstępnie wartość  $\psi$  kładąc

$$w_2 = -w_3, \quad x = x_k, \quad y = y_k, \quad z = z_k, \quad y_k = z_k$$

Po wykorzystaniu wzoru (1.4) otrzymamy  $\psi = x_k$ , tzn. temperaturą wyrównania jest w obu odmianach temperatura końcowa czynnika 1.

Innymi słowy zawsze będzie spełniona zależność

$$t_{k1} = 0 \quad (3.1)$$

W pierwszym przykładzie obliczymy sympleks temperaturowy  $\varepsilon_{2-3}$ , po czym dobierając odmianę równowartą znajdziemy wielkość temperatury końcowej wszystkich czynników. Równanie (3.1) będzie kontrolą poprawności wzorów. Dla większej jasności przyjmiemy we wszystkich przykładach  $\theta_m = 1000$  deg. Należy jeszcze



podkreślić, że wspólna dla trzech przebiegów temperatur powierzchni porównawcza  $A_0$  [oraz  $dA$  w równaniach (1.1), (1.2) (1.3) i (1.5)] oraz zredukowane do tej powierzchni współczynniki przenikania ciepła  $k_{i-j}$  przy obliczaniu kryteriów i sympleksów mogą być zastąpione przez rzeczywistą powierzchnię  $(A_{i-j})_{rzecz}$  i rzeczywiste współczynniki przenikania  $(k_{i-j})_{rzecz}$ . Istotnie redukcja współczynnika przenikania ciepła zachodzi zgodnie z równaniem [7]

$$k_{i-j} = (k_{i-j})_{rzecz} \frac{(A_{i-j})_{rzecz}}{A_0}$$

wobec tego kryterium podobieństwa

$$(K_{i-j}) = \frac{k_{i-j} A_0}{w_i} = \frac{(k_{i-j})_{rzecz}}{w_i} \frac{(A_{i-j})_{rzecz}}{A_0} A_0 = \frac{(k_{i-j})_{rzecz} (A_{i-j})_{rzecz}}{w_i}$$

Oczywiście podobnie będzie z sympleksami

$$\frac{k_{i-j}}{k_{i-k}} = \frac{(k_{i-j})_{rzecz}}{(k_{i-k})_{rzecz}} \frac{(A_{i-j})_{rzecz} A_0}{(A_{i-k})_{rzecz} A_0} = \frac{(k_{i-j})_{rzecz}}{(k_{i-k})_{rzecz}} \frac{(A_{i-j})_{rzecz}}{(A_{i-k})_{rzecz}}$$

Natomiast związek pomiędzy rzeczywistymi współczynnikami wnikania  $(k_{i-j})_{rzecz}$  odniesionymi do powierzchni  $(A_{i-j})_{rzecz}$  a współczynnikami wnikania  $k_r$  odniesionymi do rur o długości 1 wynika z elementarnego prawa Pécleta

$$1 k_r \theta = A_{i-j} k_{i-j} \quad \ominus \quad \text{stad} \quad A_{i-j} k_{i-j} = 1 k_r$$

Przykład 1

W trójstrumieniowym rekuperatorze zasilanym jednostronnie znane są następujące kryteria podobieństwa  $(K_{1-2}) = 0,6$ ;  
 $(K_{1-3}) = 0,4$ ;  $(K_{3-2}) = 0,1$ ;  $(K_{2-1}) = 0,6$ ;  $(K_{3-1}) = 0,4$ ;  
 $(K_{2-3}) = -0,1$ . Znanajest również wartość sympleksu pojemnościowego  $W_2/W_1 = 1$ . Należy obliczyć zmiany temperatura obu czynników  $\theta_{2-3}$ ,  $\theta_{1-1}$  oraz dobrać rekuperator równowarty lecz zasilany obustronnie. Przeprowadzić kontrolę przy użyciu zależności (3.1) oraz wykazać, że temperatury w punktach węzłowych są różne dla obu wspomnianych odmian.

Rozwiązanie

Początkowo obliczamy następujące wielkości pomocnicze

$$A_{0s} = -\frac{1}{2} (0,6 + 0,4 + 0,1 - 0,6 + 0,4 - 0,1) = -0,4 \quad \text{z (1.14)}$$

$$K_c^2 = 0,6 (-0,1) + (-0,1) \cdot 0,4 \cdot (-0,6) = -0,34 \quad \text{z (1.16)}$$

$$A_{0b}^2 = (1 - 1 + 1) (-0,34) = -0,34 \quad \text{z (1.8)}$$

$$A_{0p} = (-0,4)^2 + 0,34 = 0,707; \quad \frac{1}{A_{0p}} = 1,414 \quad \text{z (1.10)}$$

$$\left. \begin{array}{ll} \text{sh } 0,707 = 0,7674; & \text{ch } 0,707 = 1,26; \\ \text{ctgh } 0,707 = 1,64; & \text{exp } (-0,4) = 0,67; \end{array} \right\} \quad \text{z tablic}$$

$$\text{exp } (0,4) = 1,492$$

$$\gamma^+ = \frac{1}{2} (1 + 1) = 1; \quad \gamma^- = \frac{1}{2} (1 - 1) = 0 \quad \text{z (1.17)}$$

$$\varepsilon_{2-3} = \frac{0,707 \cdot 1,64}{0,6 + 0,4} \cdot 1 + \frac{1}{2} (1 + 1) = 2,16 \quad \text{z (2.2)}$$

$$\theta_{2-3} = \frac{1000}{2,16} = 463 \text{ deg} \quad \text{z (1.18)}$$

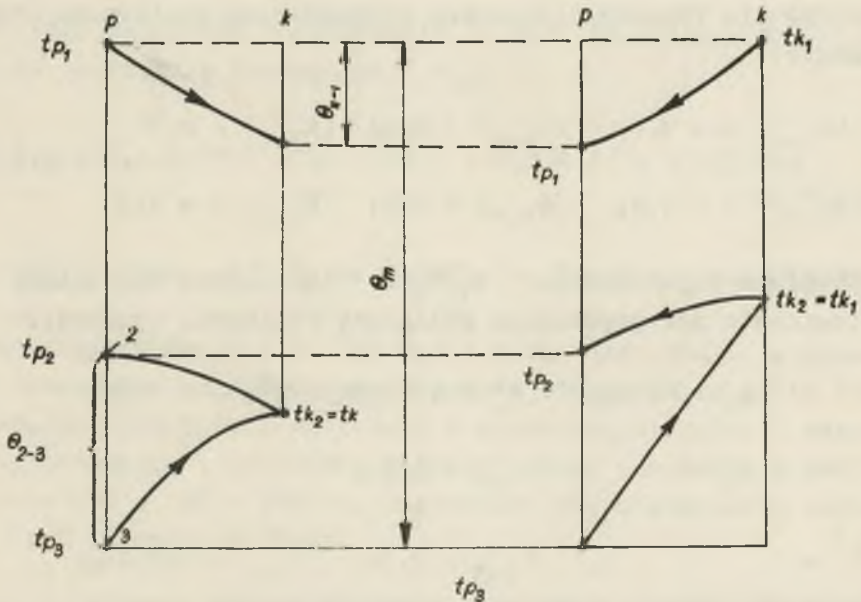
$$\theta_{1-1} = \frac{W_2}{W_1} \cdot \theta_{2-3} = 463 \text{ deg} \quad \text{z bilansu}$$

Przyjmując  $\theta_m = 1000 \text{ deg}$  oraz  $t_{k1} = 0 \text{ deg}$  ustalone temperatury w przekroju początkowym p..p i końcowym k..k jak na rysunku 2.

$$t_{p1} = t_{k1} + \theta_{1-1} = 463 \text{ deg};$$

$$t_{p3} = t_{p1} - \theta_m = 463 - 1000 = - 573 \text{ deg};$$

$$t_{p2} = t_{p3} + \theta_{2-3} = - 573 + 463 = - 74 \text{ deg}.$$



Rys. 2. Wykresy temperatur oraz oznaczenia przekrojów początkowego p..p oraz końcowego k..k w trójstrumienionym rekuperatorze

W celu przeprowadzenia kontroli obliczamy stałą  $C_{1,1}$  oraz  $t_{k1}$

$$C_{1,1} = 1,414(-0,4 \cdot 463 + 0,4 \cdot 1000 + 0,6 \cdot 573) = 759,3 \text{ deg} \quad z \text{ (1.12)}$$

$$t_{k1} = -759,3 \cdot 0,7674 = 463,1,26 \cdot 0,67 \approx 0 \text{ deg} \quad z \text{ (1.9)}$$

Zatem zależność (3.1) jest spełniona. W dalszym ciągu obliczamy temperaturę  $t_{k2}$ . Rozpoczynamy od stałej  $C_{3,2}$

$$C_{3,2} = 1,414 [-0,4(-74) + (-537)(-0,6) + 463(-0,1)] = +432 \text{ deg} \quad z \text{ (1.12)}$$

$$t_{k2} = [-432 \cdot 0,7674 + (-74) \cdot 1,26] \cdot 0,67 = -291,65 \text{ deg} \quad z \text{ (1.9)}$$

W dalszym ciągu przystępujemy do dobrania kryteriów podobieństwa dla równowartościowego rekuperatora zasilanego obustronnie:

$$(K_{1-2}) = -0,4; \quad (K_{1-3}) = 0,6; \quad (K_{3-2}) = 0,1 \quad z \text{ (2.8)}$$

$$(K_{2-1}) = -0,4; \quad (K_{3-1}) = 0,6; \quad (K_{2-3}) = 0,1$$

Sympleks pojemnościowy  $W_1/W_2 = 1$  pozostaje bez zmiany. Analogicznie jak poprzednio obliczamy wielkości pomocnicze

$$A_{0s} = +0,4; \quad K_0^2 = +0,34; \quad A_0^2b = -0,34;$$

$$A_{0p} = 0,707$$

$$\gamma^+ = 1, \quad \gamma^- = 0, \quad \varepsilon_{2-3} = 2,16; \quad \theta_{2-3} = 463 \text{ deg};$$

$$\theta_{1-1} = 463 \text{ deg}.$$

Jak widzimy zmiany temperatur  $\theta_{2-3}$  i  $\theta_{1-1}$  są takie same jak w poprzednim przypadku, odmiana ta jest zatem istotnie równowar-  
ta w stosunku do zasilanej jednostronnie. Przechodzimy do kon-  
trolli. Początkowo ustalamy wykres temperatur dla  $\theta_m = 1000$  deg,  
 $t_{k1} = 0$ :

$$t_{p1} = t_{k1} - \theta_{1-1} = - 463 \text{ deg};$$

$$t_{p3} = t_{k1} - \theta_m = - 1000 \text{ deg};$$

$$t_{p2} = t_{p3} = \theta_{2-3} = - 573 \text{ deg}.$$

Dalej obliczamy stałą  $C_{1,1}$  i  $t_{k1}$

$$C_{1,1} = 1,414 [0,4(-463) - 0,4 \cdot 74 - 0,6 \cdot 573] = - 579,3 \text{ deg z (1.12)}$$

$$t_{k1} = (759,3 \cdot 0,7674 - 463 \cdot 1,26 \cdot 1,492) \approx 0 \text{ deg z (1.9)}$$

Ponieważ zależność kontrolna (3.1) jest spełniona, przecho-  
dzimy do obliczenia temperatury  $t_{k2}$ .

$$C_{3,2} = 1,414 [0,4 \cdot (-573) - 0,4 \cdot (-74) - 0,1 \cdot 463] = - 327 \text{ deg z (1.12)}$$

$$t_{k2} = (327 \cdot 0,7674 - 537 \cdot 1,26) \cdot 1,492 = - 634 \text{ deg z (1.19)}$$

Zarówno z rysunków 1 i 2 jak też i z obliczeń widać, że prze-  
biegi temperatur są w obu rozpatrzonych odmianach zupełnie nie-  
podobne. Np. przyrost temperatury w pierwszym strumieniu czyn-  
nika ogrzewanego, w przypadku jednostronnego zasilania wynosi  
 $\theta_{3-3} = - 291 + 537 = 246$  deg, natomiast dla obustronnego zasi-  
lania jest znacznie większy:

$$\theta_{3-3} = - 634 + 1000 = 366 \text{ deg}.$$

W przykładzie drugim będziemy poszukiwać sumy kryteriów podobieństwa  $(K_{1-2}) + (K_{1-3})$  znając wartość sympleksów pojemnościowych  $(W_1/W_2)$ , przenikania  $\alpha_{1-j}$  i temperaturowych  $\varepsilon_{2-3}$ .

### Przykład 2

W jednostronnie zasilanym rekuperatorze trójstrumieniowym znane są wartości następujących sympleksów:  $\varepsilon_{2-3} = 2,16$ ;

$\frac{W_1}{W_2} = 1$ ;  $\alpha_a = 1,5$ ;  $\alpha_b = 0,25$ . Należy obliczyć sumę kryteriów  $(K_{1-2}) + (K_{1-3})$  oraz dobrać równowarty rekuperator zasilany obustronnie, dla którego powtórzyć analogiczne obliczenie w celu kontroli.

### Rozwiązanie

Obliczamy początkowo pomocnicze wielkości:

$$\gamma^+ = \frac{1}{2} (1 + 1) = 1 \quad \gamma^- = \frac{1}{2} (1 - 1) = 0 \quad \text{z (1.17)}$$

$$\alpha_1 = 1 + \frac{1}{1,5} = \frac{5}{3}; \quad \alpha_2 = 1 + 1,5 = 2,5 \quad \text{z (1.20)}$$

$$\alpha_b = \frac{0,25}{1,5} = \frac{1}{6} \quad \text{z (1.19)}$$

$$\zeta_j = \sqrt{\left(\frac{1}{2,5}\right)^2 + 1 \cdot \left(\frac{1,5}{2,5^2} + \frac{1,3^2}{6,5^2} + \frac{0,25}{2,5^2}\right)} = 0,707 \quad \text{z (1.21)}$$

Obliczamy  $(K_{1-2}) + (K_{1-3})$ :

$$(K_{1-2}) + (K_{1-3}) = \frac{1}{2 \cdot 0,707} \ln \left| \frac{2,16 - 1 + 0,707}{2,16 - 1 - 0,707} \right| = \frac{1,414}{1,414} = 1 \quad \text{z (2.3)}$$

Dla równowartego rekuperatora o wlocie obustronnym, sympleksy przenikania wybieramy zgodnie z (2.5):

$$\alpha_1 = 2,5; \quad \alpha_2 = \frac{5}{3}; \quad \alpha_b = 0,25; \quad \alpha_3 = \frac{1}{6} \quad \text{z (2.5)}$$

$\varepsilon_{2-3} = 2,16$  oraz  $W_1/W_2 = 1$  pozostają bez zmiany. Liczymy wielkości pomocnicze

$$\gamma^+ = \frac{1}{2} (1 + 1) = 1 \quad \gamma^- = \frac{1}{2} (1 - 1) = 0 \quad \text{z (1.17)}$$

$$K_a = \frac{1}{0,25} = \frac{2}{3} \quad \text{z (1.19)}$$

$$\xi_p = \sqrt{\frac{1}{2,5^2} + 1 \frac{2}{25} \cdot 9 + \frac{0,25}{2,5^2} + \frac{1}{6} \cdot 9} = \sqrt{0,2+0,3} = 0,5 = 0,707 \quad \text{z (1.22)}$$

Ponieważ wartości  $\varepsilon_{2-3}$ ,  $\gamma^+$ ,  $\xi$  są identyczne jak dla jednostronnego zasilania, zatem i wynik jest identyczny

$$(K_{1-2}) + (K_{1-3}) = 1 \quad \text{z (2.3)}$$

#### 4. Zakończenie i wnioski

Teoria rekuperatorów trójczynnikowych stanowi dziedzinę stosunkowo mało jeszcze znaną. W zachodniej literaturze poza niewielkimi opracowaniami Hausena [2] w Niemczech oraz Hurda [4] w USA nie ma nic. W Związku Radzieckim znane są prace N.I. Gelperina [1]. W całej zagranicznej literaturze nie spotyka się nigdzie teorii podobieństwa w zastosowaniu do rekuperatorów trójczynnikowych. W krajowej literaturze mamy już do zanotowania co najmniej 7 prac (w tym 2 doktorskie). W pięciu z nich jest obszernie rozbudowana teoria podobieństwa w trzech zjawisko równowartości.

Rekuperatory trójstrumieniowe należą do takiej grupy, którą nie można określić jako odmiany współ- czy przeciwprądowe. Z tego powodu powstaje problem, które z nich są lepsze czy ekonomiczniejsze: o jednostronnym doprowadzaniu czynników, czy o obustronnym. Zjawisko równowartości omówione w tym artykule naświetla w pewnej mierze ten problem.

Innym problemem zasługującym niewątpliwie na obszerne opracowanie jest zastosowanie teorii podobieństwa w stosunku do re-

kuperatorów. Takie ujęcie stanowi pożądane uogólnienie i umożliwia nie tylko wzajemne porównanie podobnych odmian, ale również i ocenę termodynamiczną poprawności ich działania.

Celem pracy było wykazanie pewnych szczególnych cech obu odmian omawianych rekuperatorów. Przede wszystkim chodziło o wykazanie czy pod względem ekonomicznym jedna z odmian rekuperatora nie jest czasem lepsza od pozostałej. W pracy wykazano, że do każdej odmiany o zasilaniu jednostronnym można dobrać w pełni równoważycielską pod względem termodynamicznym tzn. dającą identyczny efekt cieplny odmianę o zasilaniu obustronnym.

Również wykazano, że z punktu widzenia ekonomii obie odmiany są jednakowo dobre. Przybliżoną miarą zużycia materiału a tym samym kosztów wykonania są kryteria podobieństwa ( $K_{1-j}$ ). Przy jednakowym efekcie cieplnym w obu odmianach suma dwóch głównych kryteriów podobieństwa wypadła jednakowa, podczas gdy trzecie kryterium pozostało bez zmiany. Aby tego rodzaju obliczenia wykonać należało w możliwie dużej mierze opracować teorię podobieństwa w zastosowaniu do tego rodzaju rekuperatorów.

Podobieństwo rekuperatorów trójstrumieniowych określają trzy główne kryteria podobieństwa ( $K_{1-j}$ ) oraz jeden sympleks pojemnościowy  $W_1/W_2$ . W przypadku, gdy celem obliczeń jest znalezienie kryteriów głównych, co ma miejsce przy projektowaniu wstępnym rekuperatora, należy wprowadzić w miejsce kryteriów głównych dwa sympleksy przenikania ciepła, jeden temperaturowy i jeden pojemnościowy.

Przykłady przeliczone przy użyciu wyłącznie liczb bezwymiarowych wyjaśniają tok postępowania.

## LITERATURA

- [1] GELPERIN N.J.: Teoria processa teploobmena w sistiemach s trubkami Fielda, *Chim. Mashinostz.* Nr 4/1939.



- [2] HAUSEN H.: Wärmeübertragung in Gegenstrom, Gleichstrom und Kreuzstrom, Springer-Verl. 1959.
- [3] HOBLER T.: Ruch ciepła i wymienniki, PWT W-wa 1959.
- [4] HURD N.L. Ind. Eng. str. 1266/1946.
- [5] КЛУЖЕВ G.M., ЧЫРКІН W.S.: Kratkij kurs tepłoperedaczi, Mos. 1941.
- [6] OCHĘDUSZKO S.: Teoria Maszyn Ciepłych cz. III, PWT, W-wa 1955.
- [7] OKOŁO-KUŁAK W.: Trójczynnikowe wymienniki ciepła, ZNPS, Mechanika nr 1 (1954).
- [8] OKOŁO-KUŁAK W.: Podobieństwo termodynamiczne Trójczynnikowych nagrzewnic powietrza. ZNPS Energetyka z.25.
- [9] OKOŁO-KUŁAK W.: Trójczynnikowy rekuperator o zrównoważonych pojemnościach ciepłych strumieni czynnika, ZNPS, Energetyka 28.
- [10] TRAUPEL W.: Aehnlichkeitstheorie der Wärmeaustauschapparate, Schweizer Archiv für angewandte Wissenschaft und Technik, Heft 2, 10 Jahrgang 1944.

## ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ ТРЕХАГЕНТНЫХ РЕКУПЕРАТОРОВ

## Резюме

В некоторых типах рекуператоров более холодный агент нагревается вторично, после изменения направления течения. В таких рекуператорах происходит явление эквивалентности: если изменить направление движения горячего агента и переменить критерия подобия получается новый тип рекуператора вполне эквивалентный, но имеющий совсем другой температурный график. В работе составлены условия эквивалентности и дан метод исчисления тепловых эффектов и поверхности нагрева исключительно при помощи критериев подобия и безразмерных симилексов. Конкретный пример, приведенный в работе, хорошо иллюстрирует полученные результаты.

## THE EQUIVALENCE OF THE THREE FLUIDS HEAT RECUPERATORS

### S u m m a r y

In some alterations of the recuperators the colder medium is heated second time after the changing the flow direction. In this type of the recuperators after changing the flow direction of the warmer fluid and when the similarity criterions to be presented in a characteristic way, there appears a new alteration quite equivalent but with different temperature distribution. In this paper the equivalent conditions are determined and the method of counting of the heated surface only by means of the similarity criterions and dimensionless numbers is given. At the end the numerical example is given.