ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1998
Seria: AUTOMATYKA z. 125 Nr kol. 1391

Janusz P. PAPLIŃSKI
Politechnika Szczecińska, Instytut Automatyki Przemysłowej

ZASTOSOWANIE MODELI UPROSZCZONYCH W CYFROWYCH UKŁADACH STEROWANIA ZE SPRZĘŻENIEM OD STANU

Streszczenie. Zastosowanie sprzężenia zwrotnego od stanu pozwala przesuwać bieguny układu w dowolne położenie, a tym samym poprawiać jego dynamikę. W układach, w których zmiennych stanu nie można w sposób bezpośredni pomierzyć, zastosowanie modeli uproszczonych do budowania obserwatora stanów pozwala na uproszczenie układu i ułatwia jego projektowanie.

THE APPLICATION OF SIMPLIFIED MODELS TO DIGITAL CONTROL SYSTEMS WITH STATE-VARIABLE FEEDBACK

Summary. The application of state-variable feedback permit to control the location of the closed-loop system poles and correct the system's dynamic. Using of simplified models to create the observer simplifies the system and facilitates system design.

1. Wstęp

Rozpatrując obiekt rzeczywisty i jego własności dynamiczne stwierdzamy bardzo często, że jest on zbyt wolny. Występuje w takim przypadku konieczność zastosowania układu, który skoryguje dynamikę obiektu i przyspieszy jego działanie. Jedną z często stosowanych metod jest wykorzystanie sprzężenia od stanu do przesuwania biegunów układu zamkniętego.

Zastosowanie układów ze sprzężeniem od stanu nie nastręcza żadnych trudności, jeżeli zmienne stanu można w sposób bezpośredni pomierzyć w układzie. Jeżeli mamy do czynienia z obiektem, w którym znane jest tylko wejście i wyjście, to istnieje konieczność zbudowania obserwatora stanów. Dla obiektu wysokiego rzędu wymagany obserwator musi być bardzo rozbudowany, co komplikuje układ i algorytm sterowania. Istnieje możliwość przesuwania biegunów przy zastosowaniu modeli uproszczonych obiektu ciągłego w cyfrowych układach ze sprzężeniem od stanu. Zastosowanie modelu o zredukowanym rzędzie pozwala na znaczne uproszczenie układu korygującego dynamikę. Równocześnie dzięki ograniczeniu liczby

pierwiastków estymatora ułatwione zostaje projektowanie układu, gdyż zmniejsza się liczba biegunów, które należy przesunąć.

2. Wyznaczanie modeli uproszczonych metodą rozkładu na ułamki proste

Jeżeli po przeprowadzeniu identyfikacji obiektu okaże się, że uzyskany model posiada skomplikowany opis, to można poszukiwać modelu uproszczonego o zredukowanym rzędzie. Istnieje szereg metod budowania modeli uproszczonych. W pracy zastosowano metodę redukcji liniowych modeli dynamiki, wykorzystującą rozkład zer i biegunów [3]. Szerokie zastosowanie takich narzędzi, jak MATLAB, MATHCAD pozwala w prosty sposób przekształcić dowolną transmitancję do postaci zer i biegunów :

$$K(s)=\frac{L(s)}{M(s)}=k\frac{\prod_i(1-s\Gamma_i)\prod_j\left(1+2\beta_{1j}T_{1j}s+T_{1j}^2s^2\right)}{\prod_m(1-sT_m)\prod_n\left(1+2\beta_{2n}T_{2n}s+T_{2n}^2s^2\right)} \tag{1}$$

Można przeprowadzić redukcję następujących członów tej transmitancji:

$$\frac{\prod_j\left(1+2\beta_{1j}T_{1j}s+T_{1j}^2s^2\right)}{\prod_m(1-s\Gamma_{2m})}\cong\frac{1}{(1+sT_z)^{n_z}}, \tag{2}$$

$$\frac{1}{\left(1+2\beta_{2c}T_{2c}s+T_{2c}^2s^2\right)(1+sT_z)^{n_z}}\cong\frac{1}{(1+sT_{1z})^{n_{1z}}} \tag{3}$$

$$\frac{1+s\Gamma_1}{1+2\beta_{2c}T_{2c}s+T_{2c}^2s^2}\cong\frac{1}{1+2\beta_zT_zs+T_z^2s^2} \tag{4}$$

$$\frac{1}{\left(1+2\beta_{2c}T_{2c}s+T_{2c}^2s^2\right)\left(1+2\beta_{2d}T_{2d}s+T_{2d}^2s^2\right)}\cong\frac{1}{1+2\beta_zT_zs+T_z^2s^2} \tag{5}$$

Przy wyznaczaniu parametrów modelu uproszczonego (2) korzysta się z zależności:

$$K(0)=K_m(0) \tag{6}$$

$$-\frac{K^{(1)}(0)}{K(0)}=nT \tag{7}$$

$$\frac{K(0)}{K(s)}=\left(1+\frac{s}{n}\left(-\frac{K^{(1)}(0)}{K(0)}\right)\right)^n \tag{8}$$

W celu uproszczenia (3) dodatkowo musi być spełniona zależność:

$$n_z\le n_{1z}\le n_z+2. \tag{9}$$

Parametry zastępcze dla modelu (4) wyznacza się z zależności:

$$T_z^2 = T_{2c}^2 + \Gamma_1^2 - 2\beta_{2c}T_{2c}\Gamma_1 \tag{10}$$

$$\beta_z = \frac{2\beta_{2c}T_{2c} - \Gamma_1}{2\sqrt{T_{2c}^2 + \Gamma_1^2 - 2\beta_{2c}T_{2c}\Gamma_1}} \tag{11}$$

Parametry zastępcze dla modelu (5) wyznacza się z zależności:

$$2\beta_z T_z = 2\beta_{2c}T_{2c} + 2\beta_{2d}T_{2d} \tag{12}$$

$$T_z^2 = T_{2c}^2 + T_{2d}^2 + 4\beta_{2c}\beta_{2d}T_{2c}T_{2d} \tag{13}$$

Warunki zastosowania uproszczeń (2), (3), (4), (5), dające błąd modelu dla odpowiedzi skokowej mniejszy od 0.05k, podane są w literaturze [3].

3. Zastosowanie obserwatora z otwartą pętlą w układzie ze sprzężeniem od stanu

Dla modelu uproszczonego można znaleźć opis w postaci dyskretnych zmiennych stanu przyjmując, że sterowany jest on z ekstrapolatora zerowego rzędu, a jego sygnał wyjściowy podawany jest na przetwornik A/C. Zbudowany cyfrowy model obiektu jest równocześnie przybliżonym obserwatorem stanu z otwartą pętlą. Uzyskuje się tym samym pewne przybliżone zmienne stanu obiektu, które można wykorzystać do realizacji sprzężenia od stanu.

Wykorzystując cyfrowe układy sterowania do obiektów ciągłych, należy odpowiednio dobrać częstotliwość próbkowania. Można przyjąć, że okres próbkowania powinien wynosić około 0.1 czasu ustalenia się odpowiedzi skokowej [2].

3.1. Zastosowanie modelu uproszczonego do sprzężenia od stanu dla obiektu wieloinercyjnego

Dla obiektu wieloinercyjnego do wyznaczenia modelu uproszczonego można wykorzystać zależność (2). Znajdując taki model można wykorzystać go do sprzężenia od stanu. Możliwość takiego zastosowania najlepiej zilustrują przykłady.

Przykład 3.1.1

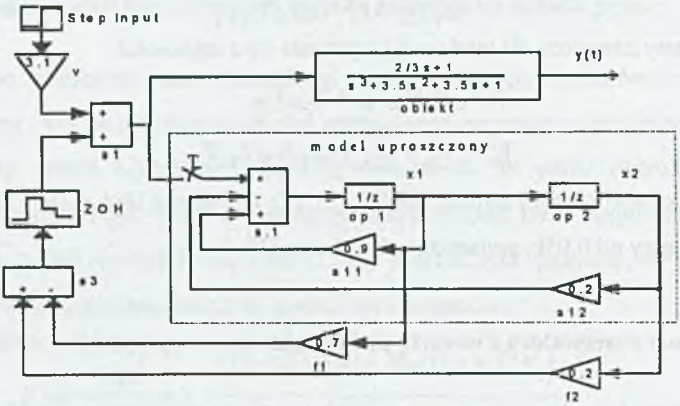
Obiektowi opisanemu transmitancją:

$$K(s) = \frac{2/3\,s + 1}{(1+s)(1+2s)(1+0.5s)}$$

można przyporządkować model uproszczony:

$$K_m(s) = \frac{1}{(1+1.4167s)^2}$$

Przyjmując okres próbkowania T=1[s], wyznaczono opis modelu uproszczonego w postaci dyskretnych zmiennych stanu i zastosowano go w układzie ze sprzężeniem od stanu (rys.1).



Rys. 1. Schemat układu dla przykładu 3.1.1
Fig. 1. The diagram for the example 3.1.1

Bieguny dyskretnego modelu uproszczonego wynoszą $z_{1,2}\cong 0.5$. Zaprojektowano tak wartości sprzężenia zwrotnego F, żeby uzyskać zastępcze bieguny układu:

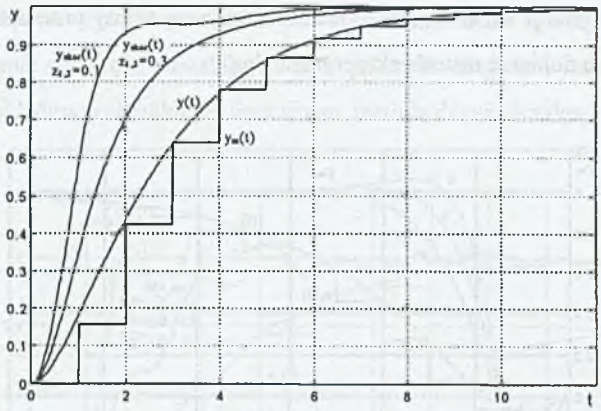
a) $z_{1,2}=0.3$ b) $z_{1,2}=0.1$

Uzyskane charakterystyki skokowe obiektu przedstawiono na rys.2. Jak widać na rysunku, przesuwając zastępcze bieguny obiektu (bieguny modelu uproszczonego) uzyskuje się przyspieszenie układu. Należy przy tym zwrócić uwagę na konieczność zmiany wzmocnienia w układzie w celu uzyskania tej samej amplitudy na wyjściu dla różnych wartości zastępczych biegunów. Korekta wzmocnienia uwzględniona została w układzie na rys.1 przez zastosowanie wzmacniacza v. Stosując metodę przesuwania biegunów obiektu przez sprzężenie od stanów można wpływać na położenie biegunów układu bez możliwości korekty położenia zer [1]. Powoduje to zmianę współczynników mianownika transmitancji, a tym samym zmianę wzmocnienia statycznego. Wartość wzmocnienia statycznego można skorygować wyznaczając wartość wzmocnienia korygującego wg zależności:

$$v = \lim_{z\to 1} \frac{M_{skor}(z)}{M(z)}, \tag{14}$$

gdzie: $M_{skor}(z)$ - mianownik dyskretnego modelu uproszczonego po skorygowaniu położenia biegunów do zadanego położenia;

$M(z)$ - mianownik dyskretnego modelu uproszczonego bez korekcji położenia biegunów.



Rys.2. Odpowiedzi skokowe obiektu dla przykładu 3.1.1 bez korekcji oraz z korekcją biegunów
Fig. 2. Step outputs for the plant for example 3.1.1

Przykład 3.1.2

Dla obiektu opisanego transmitancją:

$$K(s) = \frac{1 - s^2}{(1+2s)^2(1+0.5s)^2}$$

znaleziono, z wykorzystaniem zależności (2), model uproszczony:

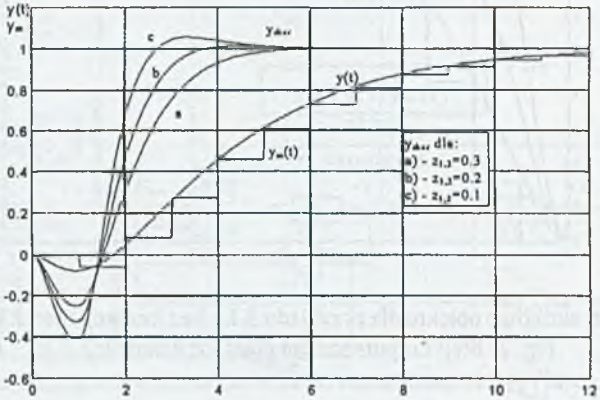
$$K_m(s) = \frac{1 - s}{(1+2s)^2}$$

Przyjmując okres próbkowania T=1[s] wyznaczono opis modelu uproszczonego w postaci dyskretnych zmiennych stanu, dla którego bieguny przyjmują wartość $z_{1,2}$=0.61. Przeprowadzono korektę dynamiki obiektu projektując układ przesuwający bieguny modelu uproszczonego do: a) $z_{1,2}$=0.3 b) $z_{1,2}$=0.2 c) $z_{1,2}$=0.1.

Uzyskane odpowiedzi na skok jednostkowy dla obiektu przed korekcją i po korekcji oraz dla dyskretnego modelu uproszczonego przedstawiono na rys.3.

Należy zwrócić uwagę, że przesunięcie biegunów układu zastępczego, powodując przyśpieszenie obiektu może równocześnie spowodować wystąpienie odpowiedzi skokowej o charakterze oscylacyjnym. Może się więc okazać, że wzrost oscylacyjności odpowiedzi spowoduje wydłużenie się czasu regulacji. W rozważanym przykładzie nie opłaca się przesuwać biegunów do $z_{1,2}$=0.1, gdyż krótszy czas regulacji i zarazem mniejsze

przeregulowanie uzyskuje się dla $z_{1,2}$=0.2. Wartość, do jakiej należy przesunąć bieguny układu zastępczego, można dobierać metodą eksperymentalną.



Rys. 3. Odpowiedzi skokowe obiektu i modelu uproszczonego dla przykładu 3.1.2
Fig. 3. Step outputs for the example 3.1.2

3.2. Zastosowanie modelu uproszczonego do sprzężenia od stanu dla obiektu zawierającego człony oscylacyjne

Jeżeli obiekt ma charakter oscylacyjny, tzn. jego opis matematyczny zawiera składową oscylacyjną, to można spróbować zredukować rząd modelu stosując uproszczenia (3), (4) lub (5). Uzyskane tą metodą modele uproszczone można stosować w układach ze sprzężeniami od stanu.

Przykład 3.2.1

Obiekt opisany transmitancją:

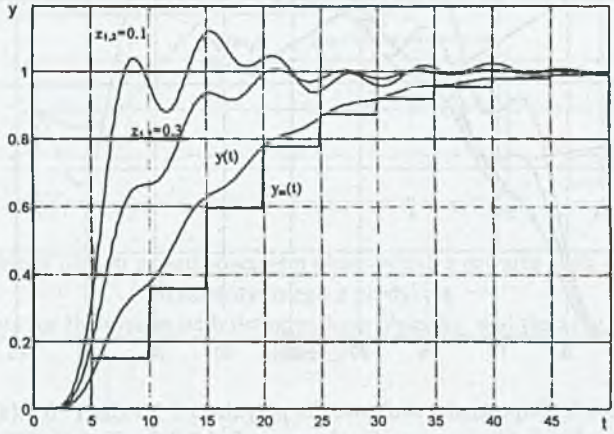
$$K(s)=\frac{1}{\left(s^2+0.4s+1\right)\left(s^2+0.2s+1\right)\left(7s+1\right)^2}$$

daje się sprowadzić do modelu uproszczonego:

$$K_m(s)=\frac{1}{\left(1+7.3s\right)^2}$$

Dla okresu próbkowania T=5[s] można znaleźć opis dyskretny w postaci zmiennych stanu. Pierwiastki równania charakterystycznego wynoszą $z_{1,2,3}$=0.44. Przesunięto bieguny zastępcze układu ze sprzężeniem zwrotnym od stanu do wartości: a) $z_{1,2,3}$=0.3, b) $z_{1,2,3}$=0.1. Odpowiedzi skokowe układu przedstawiono na rys. 4. Jak widać na wykresie, przesuwanie zastępczych biegunów powoduje zwiększenie wpływu członów o charakterze oscylacyjnym na

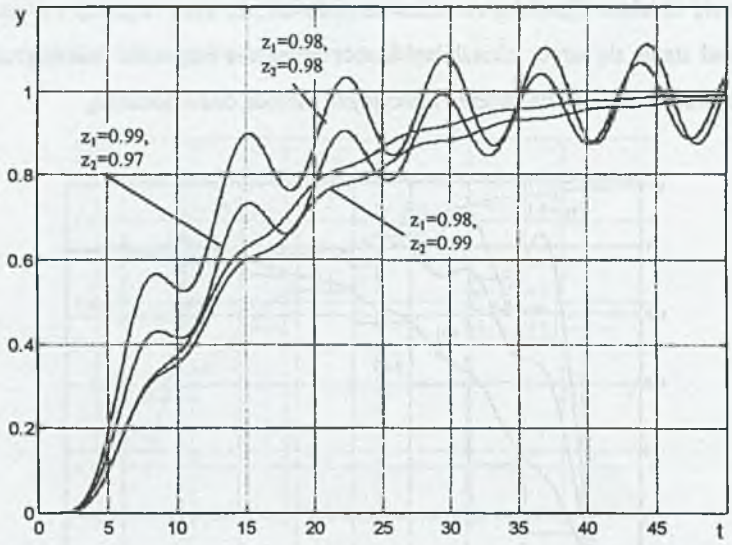
zachowanie się obiektu. Zjawisko to może powodować, że czas regulacji nie zmniejszy się bądź, że układ stanie się wręcz niestabilny. Dobór położenia biegunów należy przeprowadzić tak samo jak dla układów o charakterze inercyjnym metodą doświadczalną.



Rys. 4. Odpowiedzi skokowe dla przykładu 3.2.1
Fig. 4. Step outputs for the example 3.2.1

4. Wpływ doboru częstotliwości próbkowania na zachowanie się układu

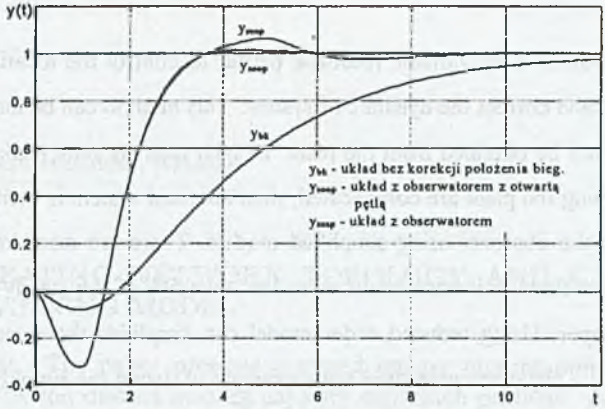
Zmniejszenie okresu próbkowania znacznie poniżej przyjętego T≈0.1*czas regulacji, powoduje przesunięcie się biegunów układu w okolice punktu z=1. W takim przypadku istnieje trudność w doborze odpowiednich wartości skorygowanych biegunów, dających układ stabilny o odpowiedniej szybkości. Przykładem tego może być obiekt i model uproszczony taki sam jak w przykładzie 3.2.1, ale dla okresu próbkowania T=0.1[s]. Okazuje się, że położenie biegunów można korygować tylko w nieznacznym zakresie, gdyż dla większych zmian położenia układ staje się niestabilny. Na rys. 5 przedstawiono odpowiedzi skokowe takiego układu dla różnych wartości skorygowanych biegunów. Jak widać, dla tego układu nawet niewielkie zmiany położenia biegunów powodują bardzo duży wzrost oscylacji i tym samym wydłużenie a nie skrócenie czasu regulacji. Dobierając częstotliwość próbkowania należy uwzględnić również ten aspekt.



Rys.5. Odpowiedzi skokowe dla przykładu 3.2.1 dla T=0.1.[s]
Fig.5. Step outputs for the example 3.2.1 for T=0.1[s]

5. Zastosowanie obserwatora asymptotycznego z predykcją dla modelu uproszczonego w układzie ze sprzężeniem od stanu

Rozważany dotychczas obserwator z otwartą pętlą posiada tę wadę, że nie istnieje w nim pętla sprzężenia zwrotnego, pozwalająca zweryfikować czy wyznaczone estymaty zmiennych stanu są poprawne. Wady takiej nie posiada obserwator asymptotyczny z predykcją, w którym występuje weryfikacja poprawności wyznaczenia estymat zmiennych stanu na podstawie porównania wyjścia obiektu z estymatą wyjścia. Zastosowanie takiego układu pozwala na zwiększenie dokładności estymowania zmiennych stanu. Wydaje się więc celowe w układach ze sprzężeniami od stanu stosowanie właśnie takiego estymatora. Na rys.6 przedstawiono odpowiedzi układu z przykładu 3.1.2 dla skorygowanych biegunów równych $z_{1,2}$=0.2, dla obserwatora z otwartą pętlą i dla obserwatora asymptotycznego z predykcją. Okazuje się, że zastosowanie obserwatora asymptotycznego z predykcją komplikuje układ i może wręcz pogorszyć zachowanie się układu.



Rys.6. Odpowiedź układu z zastosowaniem obserwatora z otwartą pętlą i obserwatora asymptotycznego z predykcją

Fig.6. Step outputs for the system with the open-loop observer and the asymptotic prediction observer

6. Wnioski końcowe

Przedstawione w pracy przykłady pokazują, że można poprawić dynamikę obiektu przez zastosowanie modelu uproszczonego w układzie ze sprzężeniem zwrotnym od stanu. Stosując prosty układ można zmniejszyć czas regulacji, rozumiany jako czas ustalania się odpowiedzi skokowej. W takich układach z powodzeniem można stosować modele zaproponowane w pracy, o błędzie chwilowym mniejszym od 5% wartości ustalonej dla skoku. Dalszych badań wymaga sprawdzenie możliwości stosowania modeli uproszczonych wyznaczanych według innych kryteriów oraz poszukiwanie analitycznego kryterium doboru położenia skorygowanych biegunów układu.

LITERATURA

1. Kaczorek T.: Teoria sterowania i systemów. PWN, Warszawa 1993.
2. Söderström T., Stoica P.: Identyfikacja systemów. PWN, Warszawa 1997.
3. Żuchowski A., Papliński J. P.: The simplification of linear models of dynamic by decomposition zeros and poles. Materiały 5th International Symposium Methods and Models in Automation and Robotics. 25-29.08.1998r Międzyzdroje, Poland, Szczecin 1998.

Recenzent: Prof.dr hab.inż. Jerzy Klamka

Abstract

The application of state-variable feedback permit to control the location of the closed-loop system poles, and correct the dynamic of system. This method can be more complicated if state variable can not be obtained from the plant. In such case we must make the observer. If the relation describing the plant are complicated, then obtained system is complicated too. It is possible to create the observer using simplified models. There are many methods to obtain simplify model. Models with instantaneous error less then 5% of the steady-state step output are used in the paper. Using reduced order model can simplifies the system and facilitates system design. In the paper are presented same example of using the simplify models in state-variable feedback. The multi-time-lag plant and the oscillatory plant are considered. The location of system poles can be stated by experimental way. It is necessary because we control the location of the poles of simplified models, instead of real poles of the plant. The best sampling interval T is 0.1 of setting time. If the sampling interval is to small, all poles lie near the point (1 0). In that case it is difficult to state the location of poles and system can be unstable. The example of using the asymptotic prediction observer is presented in the paper. This observer make system more complicated then open-loop observer and can make worse dynamic of system. The paper shows that the open-loop observer is better in state variable feedback if simplified model is using.