ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1969

Seria: ENERGETYKA z. 31 Nr kol. 253

WITOLD OKOŁO-KUŁAK
Katedra Teorii Maszyn Cieplnych

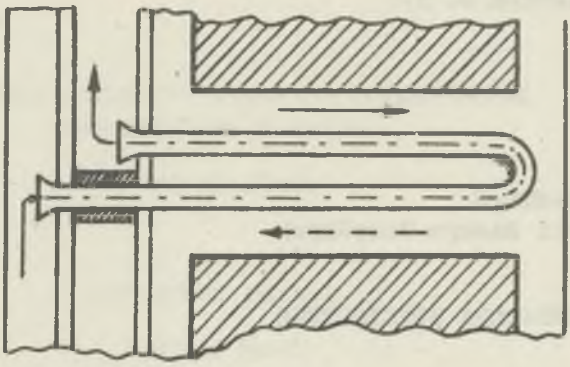
TEORIA REKUPERATORA PĘTLICOWEGO

Streszczenie. W artykule podano teorię rekuperatora pętlicowego. W szczególności rozwiązano dwa kluczowe problemy: obliczanie temperatur końcowych przy znanej powierzchni oraz obliczanie powierzchni ogrzewalnej przy znanych pozostałych parametrach. Zagadnienie ujęto przy szerokim zastosowaniu teorii podobieństwa, dzięki czemu problem może być uogólniony i rozszerzony. Przytoczone przykłady liczbowe są dowodem, że obliczenia mogą być wykonywane przy użyciu kryteriów podobieństwa lub ich zespołów. Tego rodzaju ujęcie umożliwia sformułowanie wniosków praktycznych.

1. Wprowadzenie

Rekuperator pętlicowy jest wykonany z rur wygiętych w kształcie litery "U" (rys. 1). Łatwo stwierdzić, że jest to pewna odmiana tzw. rekuperatora trójstrumieniowego, dwuczynnikowego, charakteryzująca się tym, że w tzw. pętli - przez którą rozumiemy dwa strumienie czynnika ogrzewanego - nie ma wzajemnego sprzężenia cieplnego. Zgodnie z oznaczeniami [7], przyjętymi od r. 1954, należy zatem położyć:

$$k_{2-3} = 0 \quad \text{lub} \quad (K_{2-3}) = 0; \quad (K_{3-2}) = 0 \tag{1.1}$$



Rys. 1. Schemat rekuperatora pętlicowego. Czynnik ogrzewający płynie na zewnątrz rurki "U". Dolot czynników współprądowy

gdzie oznaczają:

k_{2-3} - uogólniony współczynnik przenikania ciepła (ogólnie k_{i-j}) pomiędzy strumieniami pętli,

$(K_{2-3}),(K_{3-2})$ - kryteria podobieństwa określone za pomocą wzorów

$$(K_{i-j}) = \frac{k_{i-j} A_o}{W_i} \tag{1.2}$$

gdzie:

A_o - całkowita obliczeniowa powierzchnia ogrzewalna,

W_i - pojemność cieplna i-tego strumienia czynnika (ogólnie w_i, przy tym $w_i \lessgtr 0$).

Wychodząc z układu równań różniczkowych dla ogólnego przypadku rekuperatora trójczynnikowego [7][8]

$$- w_i \, dx_i = k_{i-j}(x_i - x_j) + k_{i-k}(x_i - x_k) \tag{1.3}$$

gdzie (poza znanymi wielkościami) oznaczają

x_i, x_j, x_k - temperatury na skali Celsjusza czynników i, j, k.

Po bardzo żmudnych przeróbkach można dojść do rozwiązania w ogólnej postaci [9]

$$t_i = \exp(As)\, C_{ni}\, sh(Ap) + t_{pi}\, ch(Ap) \tag{1.4}$$

gdzie:

t_i - nadwyżka temperatury ponad tzw. temperaturę odniesienia ϑ [8, str. 13, równ. (2.3)],

A - obliczeniowa powierzchnia ogrzewalna, jako zmienna niezależna,

s, p - parametry określone równaniami (1.5) i (1.6),

C_{ni} - nieparzysta stała, określona wzorem (1.9),

t_{pi} - temperatura początkowa (w przekroju p...p) czynnika "i",

$sh(Ap)$, $ch(Ap)$ - sinus i cosinus hiperboliczne argumentu (Ap)

$$s = -\frac{1}{2}\left(\frac{k_{1-2} + k_{1-3}}{w_1} + \frac{k_{1-2} + k_{2-3}}{w_2} + \frac{k_{2-3} + k_{1-3}}{w_3}\right) \tag{1.5}$$

$$p = +s^2 - b \tag{1.6}$$

$$b = \frac{k_c^2 \sum w_i}{\prod w_i} \tag{1.7}$$

$$k_c^2 = k_{1-2}\, k_{2-3} + k_{2-3}\, k_{1-3} + k_{1-3}\, k_{1-2} \tag{1.8}$$

$$C_{ui} = -\frac{1}{A_{op}}\left(A_o\, s\, t_{pi} + (K\Theta)_{i-j,k}\right) \tag{1.9}$$

W ostatnim wzorze, zespół mieszany

$$(K)_{i-j,k} = (K_{i-j})\Theta_{i-j} + (K_{i-k})\Theta_{i-k} \tag{1.10}$$

jest określony jako suma iloczynów kryteriów podobieństwa i odpowiadającym im początkowych różnic temperatur [9]

$$\Theta_{i-j} = t_{pi} - t_{pj} \quad \text{oraz} \quad \Theta_{i-k} = t_{pi} - t_{pk} \tag{1.11}$$

Wzory (1.5)...(1.8) mogą być również ujęte ogólniej, za pomocą zespołów kryterialnych:

$$A_o s = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{i=3}(K_{i-j}) \quad i \neq j \neq k \tag{1.12}$$

$$A_o p = +\sqrt{(A_o s)^2 - A_o^2 b}; \quad A_o^2 b = -\frac{k_c^2 A_o^2}{W_2^2} \tag{1.13}$$

lub:

$$-A_o^2 b = -(K_{3-1})(K_{1-2})\frac{w_1}{w_2} \tag{1.14}$$

We wzorze (1.12) mamy w ogólnym przypadku sumę sześciu kryteriów. Ponieważ jednak w rozpatrywanym rekuperatorze zachodzi zależność (1.1) zatem pod znakiem sumy wystąpią tylko cztery kryteria. Z tego samego powodu upraszcza się znacznie zależność ujmująca wyraz $A_o^2 b$: z trójwyrazowej sumy iloczynów w przypadku ogólnym, dla $k_{2-3} = 0$ redukuje się do jednego tylko wyrazu.

Należy jeszcze zwrócić uwagę, na następujące charakterystyczne szczegóły:

1) pojemności cieplne w_i traktujemy algebraicznie, tzn. gdy przepływ czynnika "i" jest zgodny z dodatnim zwrotem osi odciętych A, wówczas $w_i > 0$. W przeciwnym przypadku $w_i < 0$,

2) wprowadzamy bezwzględne wartości pojemności cieplnych:

$$W_i = |w_i|; \quad W_i > 0,$$

3) dolot czynnika ogrzewanego ustalamy zawsze w początku układu (w przekroju p...p), zatem będzie zawsze

$$w_2 = - W_2 \quad \text{oraz} \quad w_3 = + W_2 \tag{1.15}$$

4) dla dolotu obu czynników po jednej stronie (tzw. dolot współprądowy) będzie:

$$w_1 = W_1 \tag{1.16}$$

mówimy wówczas o współprądzie,

5) dla dolotu obu czynników po różnych stronach mówimy o przeciwprądzie. Wówczas będzie:

$$w_1 = - W_1$$

6) zakładamy, że średnica obu ramion "U" rurki jest jednakowa, natomiast współczynniki przenikania ciepła dla każdego z ramion są inne,

7) za powierzchnię ogrzewalną będziemy uważali zewnętrzną powierzchnię ramienia rurki "U",

8) współczynniki przenikania ciepła k_{i-j} odnosimy do zewnętrznej powierzchni ramienia rurki "U". Zgodnie z podstawami przepływu ciepła, określamy je za pomocą wzoru:

$$k_{i-j} = \frac{k_{r(i-j)}}{d_z} \quad \text{gdzie} \quad \frac{1}{k_{r(i-j)}} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{\ln \frac{d_2}{d_1}}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha_2 d_2} \qquad (1.17)$$

gdzie:

$k_{r(i-j)}$ - współczynnik przenikania ciepła dla rur,

α_1, α_2 - współczynniki wnikania (konwekcji) odpowiadające średnicom d_1, d_2,

λ - współczynnik przewodzenia ciepła,

9) wpływ promieniowania pomijamy lub częściowo uwzględniamy, przez zwiększenie α_1 oraz α_2 o pewną stałą wielkość.

2. Określenie temperatur wylotowych obu czynników

Wychodząc z zależności ustalonych dla ogólnego przypadku (tzn. rekuperatora trójstrumieniowego) [9] oraz biorąc pod uwagę równania (1.1) i (1.15) można łatwo określić przyrost temperatury czynnika Θ_{2-3} ogrzewanego w obu strumieniach łącznie, znając maksymalną różnicę temperatur $\Theta_{max} = t_{d1} - t_{d2}$ równą różnicy temperatur dolotowych obu czynników

$$\Theta_{2-3} = \frac{\Theta_{max}}{\frac{A_o p \operatorname{ctgh}(A_o p)}{(K_{3-1}) - (K_{2-1})} + \frac{1}{2}\frac{W_2}{W^+}} \qquad (2.1)$$

gdzie:

$$\frac{1}{W^+} = \frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2} \qquad (2.2)$$

Równanie (2.1) jest słuszne zarówno dla dolotu współprądowego obu czynników, jak i dla przeciwprądowego.

Dla określenia spadku temperatury Θ_{1-1} czynnika ogrzewanego należy wykorzystać równanie bilansu energetycznego

$$W_1 \Theta_{1-1} = W_2 \Theta_{2-3} \quad \text{lub} \quad \Theta_{1-1} = \frac{W_2}{W_1} \Theta_{2-3} \tag{2.3}$$

W dalszym ciągu będziemy poszukiwali zależności, umożliwiających kontrolę wzoru (2.1). Ponieważ w pewnych przypadkach może zajść potrzeba obliczenia temperatury t_{k2} w "pętli" rekuperatora, wykorzystamy równanie (1.4). Dla przekroju końcowego k...k równanie to dostarcza dwu zależności

$$t_{k2} = \exp(A_o s) \left[C_{n2} \operatorname{sh}(A_o p) + t_{p2} \operatorname{ch}(A_o p)\right] \tag{2.4}$$

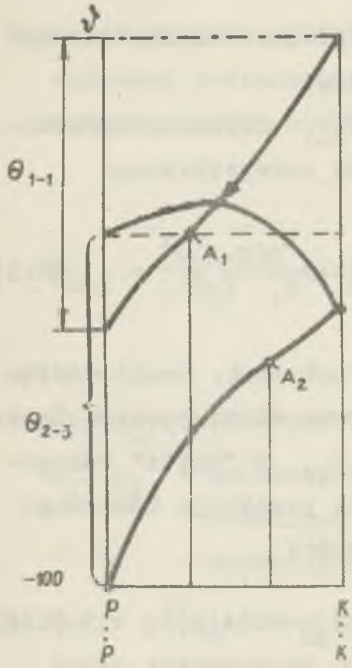
$$t_{k3} = \exp(A_o s) \left[C_{n3} \operatorname{sh}(A_o p) + t_{p3} \operatorname{ch}(A_o p)\right] \tag{2.5}$$

Kontrolą otrzymanych zależności może być to, że w pętli zachodzi równość

$$t_{k2} = t_{k3} \tag{2.6}$$

a zatem z równań (2.4) i (2.5) musimy otrzymać te same wartości liczbowe. We wspomnianych równaniach należy jeszcze określić sposób obliczania t_{p2} i t_{p3}. Ponieważ wszystkie temperatury w równaniach tych [7] są liczone od poziomu ϑ określonego wzorem

$$\vartheta = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i} \tag{2.7}$$



Rys. 2. Przebieg temperatur wzdłuż powierzchni ogrzewalnej w rekuperatorze pętlicowym o przeciwprądowym dolocie czynników. A_1, A_2 - punkty przegięcia

Zatem dla dolotu współprądowego, należy położyć $w_1 = W_1$, dla przeciwprądowego $w_1 = - W_1$ a jednocześnie w obu przypadkach $w_2 = - W_2$, $w_3 = W_2$. Uwzględniając te związki oraz (2.6) w równaniu (2.7) otrzymamy dla przekroju końcowego

$$\vartheta = x_{k1} \tag{2.8}$$

zarówno dla dolotu współ- jak też przeciwprądowego obu czynników. Zatem temperatury wszystkich czynników w równaniach (2.4), (2.5) i (2.6) należy liczyć od poziomu odniesienia określonego równaniem (2.8).

Etapem pośrednim kontroli może być jeszcze zależność otrzymana po uwzględnieniu równań (2.4), (2.5) i (2.6):

$$C_{n3} - C_{n2} = \Theta_{2-3} \operatorname{ctgh} (A_o p) \tag{2.9}$$

3. <u>Przypadek szczególny:</u> $W_1 \longrightarrow \infty$

Gdy pojemność cieplna czynnika grzejącego dąży do nieskończoności, równanie (1.14) nie nadaje się do zastosowania ze względu na nieoznaczoną postać wyrażenia $A_o^2 b$, w tym bowiem przypadku zachodzi:

$$(K_{1-2}) = 0 \quad \text{i} \quad (K_{1-3}) = 0 \tag{2.10}$$

Wychodząc z równań (1.13) i (1.8) otrzymamy:

$$- A_o^2 \, b = (K_{3-1})(K_{2-1}) \tag{2.11}$$

Biorąc jeszcze pod uwagę równanie (1.12) dochodzimy do uproszczenia:

$$A_o \, s = - \frac{1}{2} ((K_{3-1}) + (K_{2-1})) \tag{2.13}$$

Przypadek ten szczególnie nadaje się do przeprowadzenia ogólnej kontroli, bowiem można wówczas zastosować wzory Hudlera

$$\Theta_{2-2} = \Theta'_{max} \left(1 - \exp\left(- \frac{A_o \, k_{1-2}}{W_2}\right)\right) \tag{2.14}$$

$$\Theta_{3-3} = \Theta''_{max} \left(1 - \exp\left(- \frac{A_o \, k_{1-3}}{W_2}\right)\right) \tag{2.15}$$

rozbijając rekuperator na dwie części o maksymalnych różnicach temperatur Θ'_{max} dla strumienia drugiego i Θ''_{max} - dla trzeciego.

Gdy ponadto założy się $k_{1-2} = k_{1-3} = k$ to wzór kontrolny dalej się uprościć

$$\Theta_{2-3} = \Theta_{max} \left(1 - \exp\left(- \frac{2 \, A_o \, k}{W_2}\right)\right) \tag{2.16}$$

ponieważ powierzchnia ogrzewalna wynosi w tym przypadku $2 \, A_o$.

4. Przebieg temperatur

W rekuperatorach trójstrumieniowych przebieg temperatur może wykazywać cechy niespotykane w przypadku zwykłego (dwuczynnikowego) współ- lub przeciwprądu. To samo zjawisko dotyczy również i rekuperatora pętlicowego. Do najbardziej charakterystycznych cech należy zaliczyć następujące:

1) możliwość występowania ekstremów i punktów przegięcia krzywych temperatur (rys. 2),
2) możliwość przecinania się krzywych temperatur dla dwóch czynników,
3) przebieg temperatur może mieć jednocześnie cechy współprądu i przeciwprądu.

Ponieważ w literaturze nie wszystkie błędy, dotyczące przebiegu temperatury czynników zostały usunięte nawet w przypadku najprostszych typów rekuperatorów, jest rzeczą wskazaną przeanalizować omówione powyżej cechy.

Ogólne rozwiązanie dotyczące przebiegu temperatur w rekuperatorach trójczynnikowych [7] może być przedstawione w postaci

$$t_i = C_{1,i} \exp (s + p)A + C_{2,i} \exp (s - p)A \qquad (3.1)$$

Równanie to posiada dogodną do różniczkowania formę. Niestety wyznaczanie stałych $C_{1,i}$ oraz $C_{2,i}$ jest żmudne. Jeżeli jednak przyrównamy wzajemnie równania (1.4) i (3.1), to można łatwo określić stałe $C_{1,i}$ oraz $C_{2,i}$:

$$C_{1,i} = \frac{1}{2} (t_{p,i} + C_{n,i}) \qquad (3.2)$$

$$C_{2,i} = \frac{1}{2} (t_{p,i} - C_{n,i}) \qquad (3.3)$$

Po wykorzystaniu równań (3.1), (3.2) i (3.3) można łatwo określić warunek konieczny do wystąpienia ekstremum:

$$\exp(2A_p) = (C_{ni} - t_{pi})(s - p) : ((C_{ni} + t_{pi})(s + p)) \quad (3.4)$$

Oczywiście powierzchnia A wyznaczona z równania (3.4) nie może być ujemna, ani nie może leżeć poza obrębem rysunku, czyli

$$0 < A < A_o,$$

W celu określenia ewentualnego punktu przegięcia, różniczkujemy dwukrotnie równ. (3.1)

$$t_i'' = C_{1,i}(s + p)^2 \exp(s + p)A + C_{2,i}(s - p)^2 \cdot$$
$$\cdot \exp(s - p)A \quad (3.5)$$

Przyrównując do zera równanie (3.5) otrzymamy warunek określający punkt przegięcia

$$\exp(2A_p) = (C_{n,i} - t_{p,i})(s - p)^2 : ((C_{n,i} + t_{p,i})(s + p)^2) \quad (3.6)$$

Możliwość wystąpienia punktu przecięcia się krzywych przebiegu temperatur można określić po dwukrotnym wykorzystaniu równania (1.4) oraz warunku $t_i = t_j$. Prowadzi to do wzoru

$$\mathrm{tgh}(A_p) = (t_{p,j} - t_{p,i}) : (C_{n,i} - C_{n,j}) \quad (3.7)$$

Należy tu zwrócić uwagę na to, że ekstremum krzywej temperatury czynnika powinno zbiegać się z punktem przecięcia wówczas, gdy czynnik, którego temperatura osiąga ekstremum jest sprężony cieplnie tylko i wyłącznie z tym czynnikiem, dla któ-

rego zachodzi równość $t_i = t_j$. Wynika to z faktu, że w przypadku gdy różnica temperatur pomiędzy czynnikami zdąża do zera, przebieg temperatury czynnika pojedynczo sprzężonego jest bezgradientowy względem powierzchni.

5. Obliczanie powierzchni ogrzewalnej

W celu obliczenia powierzchni ogrzewalnej A_o, można wykorzystać wzór [9]:

$$A_o\, p = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\tau_{2-3} - \frac{1}{2}\frac{W_2}{W^+} + \mathcal{H}}{\tau_{2-3} - \frac{1}{2}\frac{W_2}{W^+} - \mathcal{H}} \right| \tag{4.1}$$

w którym oznaczają:

$$\mathcal{H} = \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{W_2}{W^+}\frac{k_{1-2}}{k_{1-2}+k_{1-3}} + \frac{W_2}{W^+}\frac{k_{1-3}}{k_{1-2}+k_{1-3}}\right)^2 + \frac{k_{1-2}\,k_{1-3}}{(k_{1-2}+k_{1-3})^2}} \tag{4.2}$$

$$\tau_{2-3} = \frac{\Theta_{max}}{\Theta_{2-3}} \tag{4.3}$$

$$\frac{1}{W} = \frac{1}{W_1} - \frac{1}{W_2} \tag{4.3}$$

We wzorze (4.2) indeksy górne w wyrażeniach W^+ oraz $W^{\pm}$ dotyczą dolotu współprądowego, natomiast dolne - przeciwprądowego.

W celu sprawdzenia wzorów (4.1) i (4.2) połóżmy np. $k_{1-2} = 0$. Wówczas wzór (4.2) upraszcza się do formy:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2}\frac{W_2}{W^{\pm}} \tag{4.4}$$

Równanie (4.1) także znacznie się upraszcza. Dla dolotu współprądowego będzie:

$$A_o\, p = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\tau_{2-3}}{\tau_{2-3} - \frac{W_2}{W^+}} \right| \tag{4.5}$$

natomiast dla dolotu przeciwprądowego po wykorzystaniu równania (4.3) otrzymamy:

$$A_o\, p = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\tau_{2-3} - 1}{\tau_{2-3} - \frac{W_2}{W_1}} \right| \tag{4.6}$$

Wzór (4.5) powinien obowiązywać dla zwykłego, dwuczynnikowego współprądu, bowiem strumień drugi ($k_{1-2} = 0$) jest cieplnie odizolowany. Z tego samego powodu wzór (4.6) dotyczy zwykłego przeciwprądu. Aby skonfrontować wzory (4.5) i (4.6) ze znanymi wzorami Hudlera, weźmy pod uwagę wzory (1.5)...(1.8). Kładąc $k_{2,3} = 0$ oraz $k_{1-2} = 0$ otrzymamy:

$$s = -\frac{1}{2} k_{1-3}\left(\frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_3}\right) = \mp \frac{1}{2} \frac{k_{1-3}}{W^{\pm}} \tag{4.7}$$

Przy tym znak minus i górny indeks przy W dotyczy dolotu współprądowego (i współprądu), zaś znak plus i dolny indeks - przeciwprądowego (i przeciwprądu).

Po wykorzystaniu równań (1.6)...(1.8) otrzymamy:

$$p = |s| = \frac{1}{2} \frac{k_{1-3}}{W^{\pm}} \tag{4.8}$$

ostatnia zależność łącznie z (4.7), (4.5) i (4.6) prowadzi do otrzymania wzorów Hudlera dla współ- i przeciwprądu.

6. Rekuperator pętlicowy uproszczony

Rurka "U" stanowiąca podstawowy element rozpatrywanego rekuperatora, posiada oczywiście oba ramiona o jednakowych średnicach. Jeżeli jeszcze ponadto współczynniki przenikania ciepła w obu ramionach osiągną równe wartości, otrzymamy rekuperator uproszczony, dla którego zachodzi równość:

$$k_{1-2} = k_{1-3} = k \tag{5.1}$$

Uwzględniając powyższe uproszczenie w równaniu (4.2) otrzymamy:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2}\sqrt{1 + \left(\frac{W_2}{W_1}\right)^2} \tag{5.2}$$

Wzór (5.2) obowiązuje zarówno dla dolotu współ- jak też i przeciwprądowego. Oznacza to, że rekuperator uproszczony już w założeniu spełnia warunki równowartości [7, str. 72-77].

7. Przykłady liczbowe

Przykład 1. W rekuperatorze pętlicowym znane są następujące wielkości: $t_{d1} = 100\ ^oC$, $t_{d2} = 0\ ^oC$ ($\Theta_{max} = 100$ deg),

$W_1 = 1000$ W/deg $\qquad k_{1-2} = 40$ W/m^2 s

$W_2 = 500$ " $\qquad k_{1-3} = 30$ " "

Powierzchnia ogrzewalna dla pojedynczej strugi $A_o = 30\ m^2$. Dolot obu czynników przeciwprądowy. Należy obliczyć:

1) temperatury końcowe t_{w1}, t_{w2},

2) punkt przecięcia krzywych przebiegu temperatur t_1 i t_2,

3) ekstremum krzywej przebiegu temperatury t_2,

4) ponadto należy dobrać rekuperator równowarty względem podanego w temacie oraz wykazać, że mimo zmiany kierunku i przestawienia wartości współczynników przenikania ciepła różnice temperatur Θ_{2-3} i Θ_{1-1} nie ulegną zmianie.

Rozwiązanie

1. Obliczenia rozpoczynamy od określenia kryteriów podobieństwa

$$(K_{1-2}) = \frac{40 \cdot 30}{-1000} = -1,2$$

$$(K_{1-3}) = \frac{20 \cdot 30}{-1000} = -0,6 \qquad z\ (1.2)$$

$$(K_{2-1}) = \frac{40 \cdot 30}{-500} = -2,4$$

$$(K_{3-1}) = \frac{20 \cdot 30}{500} = 1,2$$

Suma kryteriów wynosi:

$$\sum_{i=1,2,3} (K_{i-j}) = -1,2 - 0,6 - 2,4 + 1,2 = -3$$

Zespół kryterialny $A_o s$ ma wartość:

$$A_o s = -\frac{1}{2}(-3) = 1,5 \qquad z\ (1.12)$$

Dalszy zespół kryterialny wynosi:

$$-A_o^2\, b = -1,2(1,2) \cdot 2 = 2,88 \qquad z\ (1.14)$$

Zespół $A_o p$ ma wartość:

$$A_o p = \sqrt{2,25 + 2,88} = 2,265 \qquad z\ (1.13)$$

Z tablic odczytuje się:

$$\text{tgh } 2,265 = 0,97867$$

$$\text{ctgh } 2,265 = 1,022$$

$$\text{sh } 2,265 = 4,7636$$

$$\text{ch } 2,265 = 4,8675$$

Dalej należy obliczyć wielkość pomocniczą

$$\frac{1}{W^+} = \frac{1}{1000} + \frac{1}{500} = 0,003 \qquad z\ (2.2)$$

Tak więc znane są wszystkie wartości we wzorze (2.1)

$$\Theta_{2-3} = \frac{100}{\frac{2,265 \cdot 1,022}{1,2 + 2,4} + 0,5 \cdot 500 \cdot 0,003} = 71,8 \text{ deg}$$

Spadek temperatury czynnika cieplejszego wynika z bilansu

$$\Theta_{1-1} = 0,5 \cdot 71,8 = 35,9 \text{ deg} \qquad z\ (2.3)$$

Temperatury końcowe wynoszą

$$t_{w1} = 100 - 35,9 = 64,1\ ^oC$$

$$t_{w2} = 0 + 71,8 = 71,8\ ^oC$$

Ponieważ $t_{w2} > t_{w1}$, należy obliczyć punkt przecięcia krzywych t_1 z t_2. Poprzednio jednak muszą być obliczone stałe całkowania C_{n1} i C_{n2}

$$C_{n1} = -0{,}4415(1{,}5(-35{,}9) - 1{,}2(-7{,}7) - 0{,}6 \cdot 64{,}1) =$$

$$= 36{,}67 \text{ deg} \qquad \text{z (1.9)}$$

$$C_{n2} = -0{,}4415(1{,}5(-28{,}2) + 7{,}7(-2{,}4)) = 26{,}83 \text{ deg}$$

2. Punkt przecięcia można określić z warunku $t_1 = t_2$, po wykorzystaniu równania (1.4), przedtem jednak należy określić temperaturę doniesienia ϑ oraz t_{p1} i t_{p2}

$$\vartheta = \frac{w_1 t_{p1} + w_2 t_{p2} + w_3 t_{p3}}{w_1 + w_2 + w_3} = \frac{-1000 \cdot 64{,}1 - 500 \cdot 71{,}8}{-1000} = 100^{\circ}\text{C}$$

z (2.7)

$$t_{p1} = t_{w1} - \vartheta = 64{,}1 - 100 = -35{,}9 \text{ deg}$$

$$t_{p2} = t_{w2} - \vartheta = 71{,}8 - 100 = -28{,}2 \text{ deg}$$

Po wykorzystaniu równania (1.4) można określić punkt przecięcia krzywych t_1 i t_2

$$\text{tgh}(Ap) = \frac{t_{p2} - t_{p1}}{C_{n1} - C_{n2}} = \frac{-28{,}2 + 35{,}1}{36{,}67 - 26{,}83} = 0{,}78 \qquad \text{z (1.4)}$$

oraz

$$A_p = 1{,}05 \quad \text{i} \quad \frac{A}{A_o} = \frac{1{,}045}{2{,}265} = 0{,}462$$

3. W celu określenia ekstremum krzywej t_2 należy wykorzystać równanie (3.4)

$$\exp(2\ Ap) = \frac{(26,83 + 28,2)(1,5 - 2,265)}{(26,83 - 28,2)(1,5 + 2,265)} = 8,17 \quad z\ (3.4)$$

oraz

$$\frac{A}{A_o} = \frac{\ln 8,17}{2\ .\ 2,65} = 0,462$$

Zgodność otrzymanego wyniku z poprzednim jest dowodem poprawności wzorów (1.4) i (3.4). Istotnie, jak to wynika z prawa Pécleta, gradient temperatury jest równy zeru, gdy różnica temperatur wynosi zero.

Przebieg temperatur przedstawia rys. 2.

Przykład 2. W celu dobrania rekuperatora równowartego względem podanego w poprzednim temacie, wychodzimy z warunków równowartości [7, str. 72-77]

$$w_1 = +\ 1000 \qquad w_2 = -\ 500\ W/deg$$

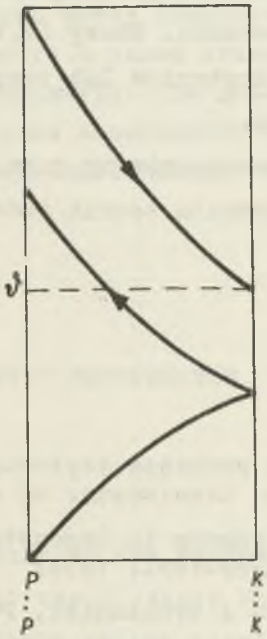
$$k_{1-2} = 20 \qquad k_{1-3} = 50\ W/deg\ m^2$$

Wlot czynników jest tu współprądowy. Kryteria podobieństwa mają wartości:

$$(K_{1-1}) = 0,6;\ (K_{2-1}) = -\ 1,2$$
$$(K_{1-3}) = 1,2;\ (K_{3-1}) = \ \ 2,4 \qquad z\ (1.2)$$

$$A_o s = -\frac{1}{2}(0,6 + 1,2 - 1,2 + 2,4) = -\ 1,5 \quad z\ (1.12)$$

Natomiast dalsze zespoły: $A_o b$, $A_o p$ oraz $1/W^+$ pozostają bez zmiany. W związku z tym wielkości Θ_{2-3} i Θ_{1-1} są identyczne jak w poprzednim przypadku dla dolotu przeciwprądowego (rys. 3).



Rys. 3. Przebieg temperatur w równowartym rekuperatorze pętlicowym o współprądowym dolocie czynników

8. Wnioski końcowe

Rekuperator pętlicowy jest szczególnym przypadkiem trójstrumieniowego, w którym sprzężenie cieplne pomiędzy dwoma gałęziami czynnika ogrzewanego jest przerwane. Jak to wynika z podanych w tekście wzorów oraz rozwiązanych przykładów, obliczenia mogą być przeprowadzane przy użyciu kryteriów podobieństwa oraz ich zespołów. Umożliwia to szersze ujęcie zagadnienia, polegające na możliwości pewnych uogólnień i wykorzystaniu danych z rozwiązań już istniejących.

Dodatkowe korzyści wnosi stosowanie metody równowartości, dzięki której można odpowiedzieć na pytanie, które z możliwych odmian (ze względu na dolot czynników) są lepsze, równowarte czy gorsze od innych. Ponieważ kryteria podobieństwa (K_{i-j}) są miarą zużycia materiału (poprzez powierzchnię ogrzewalną A_o) mają one duży wpływ na sprawność. Wzory (2.1) i (2.3) umożliwiają wzajemne powiązanie kryteriów lub zespołów kryterialnych ze sprawnością rekuperatora.

Dla obliczeń projektowych przydatny jest wzór (4.1) oparty również na szerokim zastosowaniu teorii podobieństwa.

LITERATURA

[1] GELPERIN N.J.: Teoria processa tepłoobmena w sistemach s trubkami Fielda, Chim. Maszinostr. Nr 4/1939.

[2] HAUSEN H.: Wärmeübertragung in Gegenstrom, Gleichstrom und Kreuzstrom, Springer-Verl. 1959.

[3] HOBLER T.: Ruch ciepła i wymienniki, PWT W-wa, 1959.

[4] HURD N.L.: Ind. Eng. str. 1266/1946.

[5] KLUJEW G.M., CZYRKIN W.S.: Kratkij kurs tepłoperedaczi, Mos. 1941.

[6] OCHĘDUSZKO S.: Teoria Maszyn Cieplnych cz. III, PWT, W-wa 1955.

[7] OKOŁO-KUŁAK W.: Trójczynnikowe wymienniki ciepła, ZNPS, Mechanika nr 1 (1954).

[8] OKOŁO-KUŁAK W.: Podobieństwo termodynamiczne trójczynnikowych nagrzewnic powietrza. ZNPS Energetyka z. 25.

[9] OKOŁO-KUŁAK W.: Trójstrumieniowy rekuperator konwekcyjny, Problemy Projektowe Biur Projektowych i Zakł. Prod. Nr 4/1968.

[10] TRAUPEL W.: Aehnlichkeitstheorie der Wärmeaustauschapparate, Schweizer Archiv für angewandte Wiessenschaft und Technik, Heft 2, 10 Jahrgang 1944.

ТЕОРИЯ U-ТРУБЧАТОГО РЕКУПЕРАТОРА

Р е з ю м е

В работе приведено теорию рекуператора сделанного из U-трубок. Особенно приведено метод исчисления конечных температур при заданной поверхности а также исчисление поверхности, когда известны другие параметры. При решении задачи использовано теорию подобия, что дало возможность обобщить и расширить проблемы. Числовые примеры иллюстрируют приведенные в работе методы.

THE THEORY OF THE U-PIPE RECUPERATOR

S u m m a r y

In this paper the theory of the recuperator in which the main element is the pipe of the U letter shape, is given. Particularly the way of counting of the final temperatures at the known surface area and the counting of the surface area with known other parameters, is shown. The theory of the similarity is used in the solution that provide the generalization and enlargement of the problem. The numerical example illustrates the way of proceeding.