

EDWARD KOSTOWSKI

Katedra Podstaw Techniki Ciepłej

CHARAKTERYSTYCZNE ROZKŁADY TEMPERATUR
W ELEMENTACH FIELDA

Streszczenie. W artykule przedstawiono charakterystyczne rozkłady temperatur w elemencie Fielda o równoległym przepływie czynników. Rozpatrzono przypadek, w którym czynnik ogrzewany o stałej pojemności cieplnej przepływa najpierw rurą wewnętrzną elementu. Podano w formie bezwymiarowej zależność pomiędzy podgrzaniem czynnika a długością elementu. Wykazano, że maksymalna temperatura czynnika ogrzewanego oraz charakterystyczne rozkłady temperatur zależą od dwu wielkości bezwymiarowych: stosunku pojemności cieplnych czynników oraz stosunku współczynników przewodzenia ciepła.

1. Wstęp

Elementy Fielda, z uwagi na swoje zalety, są często spotykanym rozwiązaniem konstrukcyjnym wymienników ciepła. Stanowią one szczególnie przypadek wymienników trójczynnikowych [5] i rozwiązania służące do obliczania ich powierzchni są znane [1, 2, 3, 5]. Nie zwrócono jednak dotychczas większej uwagi na to, że podobnie jak w wymiennikach dwuczynnikowych, występują tutaj również charakterystyczne rozkłady temperatur czynników. Ich znajomość oraz znajomość pewnych charakterystycznych temperatur może ułatwić projektowanie wymienników ciepła zbudowanych z elementów Fielda. Ze względu na złożoność rozwiązania, w ni-

niejszym artykule ograniczono się do analizy często spotykanego przypadku równoległego przepływu czynników o wlocie czynnika ogrzewanego do rury wewnętrznej (rys. 1).

2. Równania wymiany ciepła i rozkładu temperatur

Bilans strumieni cieplnych dla przepływu przedstawionego na rys. 1 ma postać

$$- d \dot{Q}_T = d \dot{Q}_Z + d \dot{Q}_Y \quad (1)$$

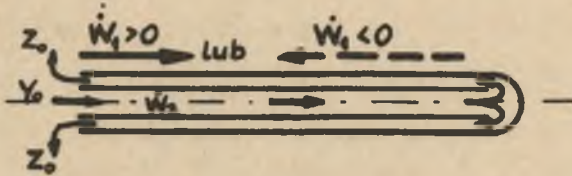
gdzie

$$\left. \begin{aligned} - d \dot{Q}_T &= - \dot{W}_1 dT = k_z (T - Z) dx & (a) \\ d \dot{Q}_Z &= - \dot{W}_2 dZ = k_z (T - Z) dx - k_w (Z - Y) dx & (b) \\ d \dot{Q}_Y &= \dot{W}_2 dY = k_w (Z - Y) dx & (c) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

W równaniach (2) przyjęto, że pojemność cieplna \dot{W}_1 jest dodatnia, jeżeli kierunek przepływu czynnika 1 jest zgodny z osią x ; przez k_w i k_z oznaczono odpowiednie współczynniki przenikania ciepła (k_w - wewnętrzny, k_z - zewnętrzny). Ponadto przyjęto, że dana jest temperatura T_0 czynnika 1 w miejscu $x = 0$. Jego temperatura końcowa T_k wynika z bilansu energii

$$\dot{W}_1 (T_0 - T_k) = \dot{W}_2 (Z_0 - Y_0) \quad (3)$$

Po przekształceniu równań (2) otrzymuje się układ równań różniczkowych (dla uproszczenia zapisu opuszczono kropki nad \dot{W}_1)



Rys. 1. Schemat przepływu czynników wzdłuż elementu

$$\left. \begin{aligned} T' &= -\frac{k_z}{W_1} (T - Z) & (a) \\ Z' &= -\frac{k_z}{W_2} (T - Z) + \frac{k_w}{W_2} (Z - Y) & (b) \\ Y' &= \frac{k_w}{W_2} (Z - Y) & (c) \end{aligned} \right\} (4)$$

Zróżniczkowanie (4) daje zależności na drugie pochodne

$$\left. \begin{aligned} T'' &= -\frac{k_z}{W_1} (T' - Z') & (a) \\ Z'' &= -\frac{k_z}{W_2} (T' - Z') + \frac{k_w}{W_2} (Z' - Y') & (b) \\ Y'' &= \frac{k_w}{W_2} (Z' - Y') & (c) \end{aligned} \right\} (5)$$

Wyliczenie z równania (4c) Z a następnie Z' i podstawienie tych wielkości do (4b) pozwala wyrugować Z i znaleźć zależność $T(Y, Y', Y'')$ oraz $T'(Y', Y'', Y''')$. Zależności na Z i T są następujące

$$\left. \begin{aligned} Z &= Y + \frac{W_2}{k_w} Y' & (a) \\ T &= Y + \frac{W_2}{k_w} Y' - \frac{W_2^2}{k_w k_z} Y'' & (b) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Podstawienie Z i T oraz ich pochodnych do (4a) prowadzi do równania różniczkowego

$$U'' + k_z \left(\frac{1}{W_1} - \frac{1}{W_2} \right) U' - \frac{k_w k_z}{W_2^2} U = 0 \quad (7)$$

(oznaczono $U = Y'$ itd) posiadającego pierwiastki r_1 i r_2

$$r_{1,2} = \frac{k_z}{2 W_2} \left(1 - \frac{W_2}{W_1} \pm \sqrt{\left(\frac{W_2}{W_1} - 1 \right)^2 + 4 \frac{k_w}{k_z}} \right) \quad (8)$$

Pierwiastki te można zapisać jako sumę lub różnicę wyrażeń s i p [3]

$$r_1 = s - p; \quad r_2 = s + p \quad (8a)$$

gdzie:

$$\left. \begin{aligned} s &= - \frac{k_z}{2 W_2} N_W & (a) \\ p &= \frac{k_z}{2 W_2} N_F & (b) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Przez N_W , N_F oraz N_K oznaczono następujące wielkości bezwymiarowe

$$\left. \begin{aligned} N_W &= \frac{W_2}{W_1} - 1 & (a) \\ N_K &= k_W/k_z & (b) \\ N_F &= \sqrt{N_W^2 + 4 N_K} & (c) \end{aligned} \right\} (10)$$

Jak się okaże w dalszej analizie, różne charakterystyczne temperatury i rozkłady temperatur zależą od wzajemnego związku pomiędzy tymi wielkościami. Rozwiązanie równania (7) ma postać

$$U = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x} \quad (11)$$

Uwzględniając to, że $U = Y'$, rozwiązanie $Y(x)$ jest

$$Y = \frac{C_1}{r_1} e^{r_1 x} + \frac{C_2}{r_2} e^{r_2 x} + C_3 \quad (12)$$

Stałe C_1 i C_2 wyznaczone z warunków brzegowych (dla $x = 0$) wynoszą

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{k_W (T_0 - Y_0)}{2 W_2 N_F} \left[\left(\frac{Z_0 - Y_0}{T_0 - Y_0} \right) (N_F - N_W - 2) + 2 \right] & (a) \\ C_2 &= \frac{k_W (T_0 - Y_0)}{2 W_2 N_F} \left[\left(\frac{Z_0 - Y_0}{T_0 - Y_0} \right) (N_F + N_W + 2) - 2 \right] & (b) \end{aligned} \right\} (13)$$

Stała C_3 wyznaczona z warunku $Y(0) = Y_0$, po wykorzystaniu (3) wynosi

$$C_3 = T_k \quad (13c)$$

Dla znanego rozwiązania $Y(x)$ można obliczyć $Z(x)$ oraz $T(x)$. Podstawiając (12) i odpowiednie pochodne do (6) otrzymuje się

$$Z = T_k + C_1 \left(\frac{1}{r_1} + \frac{W_2}{k_w} \right) e^{r_1 x} + C_2 \left(\frac{1}{r_2} + \frac{W_2}{k_w} \right) e^{r_2 x} \quad (14)$$

$$T = T_k + C_1 \left(\frac{1}{r_1} + \frac{W_2}{k_w} - \frac{W_2^2 r_1}{k_w k_z} \right) e^{r_1 x} + C_2 \left(\frac{1}{r_2} + \frac{W_2}{k_w} - \frac{W_2^2 r_2}{k_w k_z} \right) e^{r_2 x} \quad (15)$$

2.1. Zależność pomiędzy długością elementu a podgrzaniem czynnika 2

Z warunku $Z_L = Y_L$ ($Y_L^r = U_L = 0$) można wyznaczyć długość L elementu. Warunek ten

$$C_1 e^{r_1 L} + C_2 e^{r_2 L} = 0$$

po podstawieniu stałych i obustronnym pomnożeniu przez $e^{-r_1 L}$ można doprowadzić do zależności bezwymiarowej pomiędzy temperaturą podgrzania Z_0 i długością L

$$\frac{Z_0(L) - Y_0}{T_0 - Y_0} = \frac{2}{2 + N_W + N_F \operatorname{ctg} h(pL)} \quad (16)$$

Jeżeli czynnik 1 płynie w kierunku od końca elementu ($W_1 < 0$) dogodniej jest odnieść przyrost temperatury do różnicy $T_k - Y_0$.

W tym przypadku równanie (16), po wykorzystaniu (3), przyjmuje postać

$$\frac{Z_o(L) - Y_o}{T_k - Y_o} = \frac{2}{-N_W + N_F \operatorname{ctg} h(pL)} \quad (16a)$$

Z równania (16) wynika, że najwyższa możliwa temperatura $Z_o \max$ dla $L \rightarrow \infty$ jest ograniczona i określona zależnościami

$$\frac{Z_o \max - Y_o}{T_o - Y_o} = \frac{2}{2 + N_W + N_F} \quad (17)$$

lub

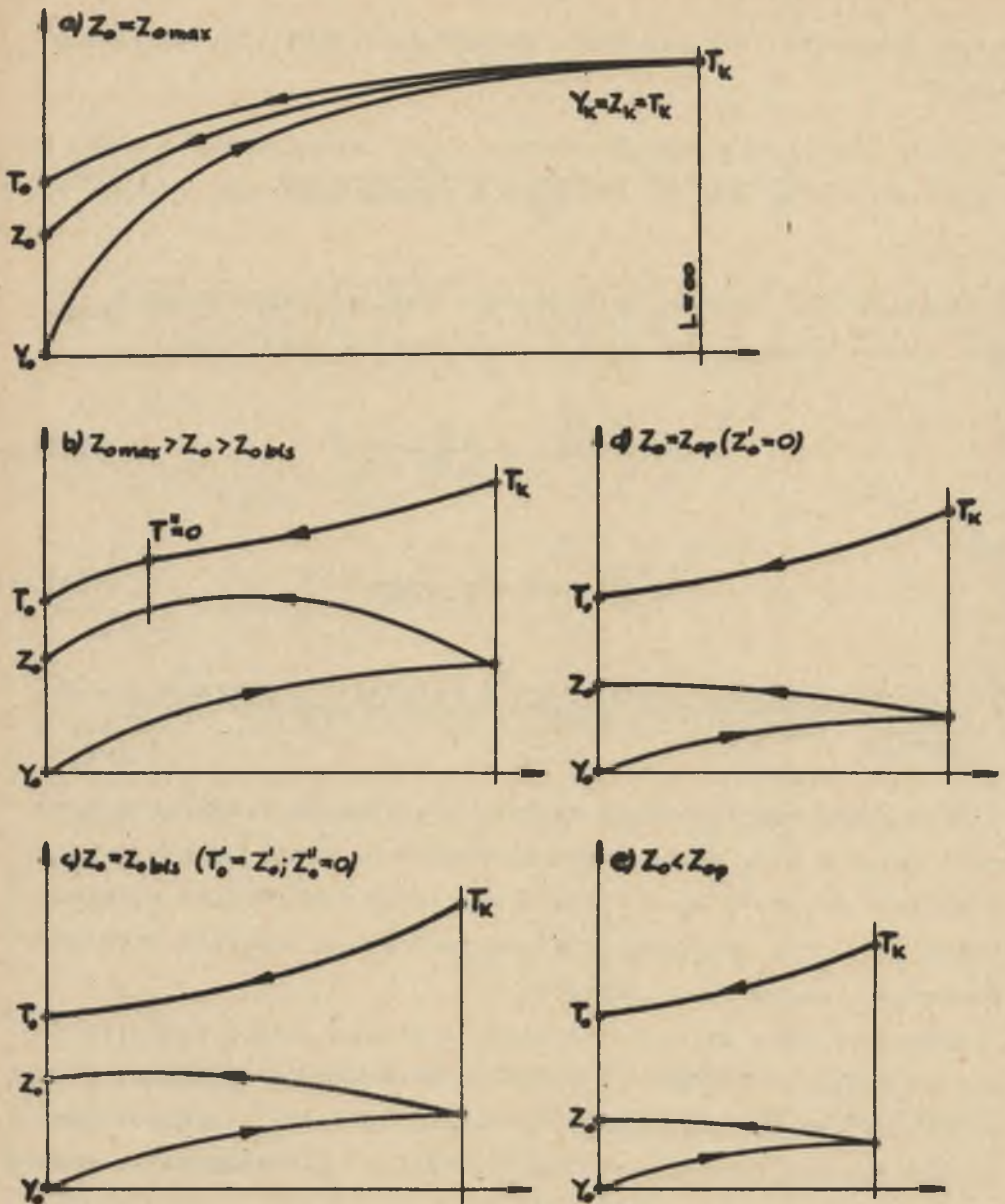
$$\frac{Z_o \max - Y_o}{T_k - Y_o} = \frac{2}{N_F - N_W} \quad (17a)$$

3. Charakterystyczne temperatury i rozkłady temperatur w elemencie

Na występowanie pewnych charakterystycznych temperatur zwrócono uwagę w [1], gdzie przeanalizowano rozkłady temperatur dla $T = \text{idem}$ ($\dot{W}_1 \rightarrow \infty$; $N_W = -1$). Rozpatrzono tam również rozkłady temperatur przy uwzględnieniu promieniowania pomiędzy rurą zewnętrzną i wewnętrzną elementu.

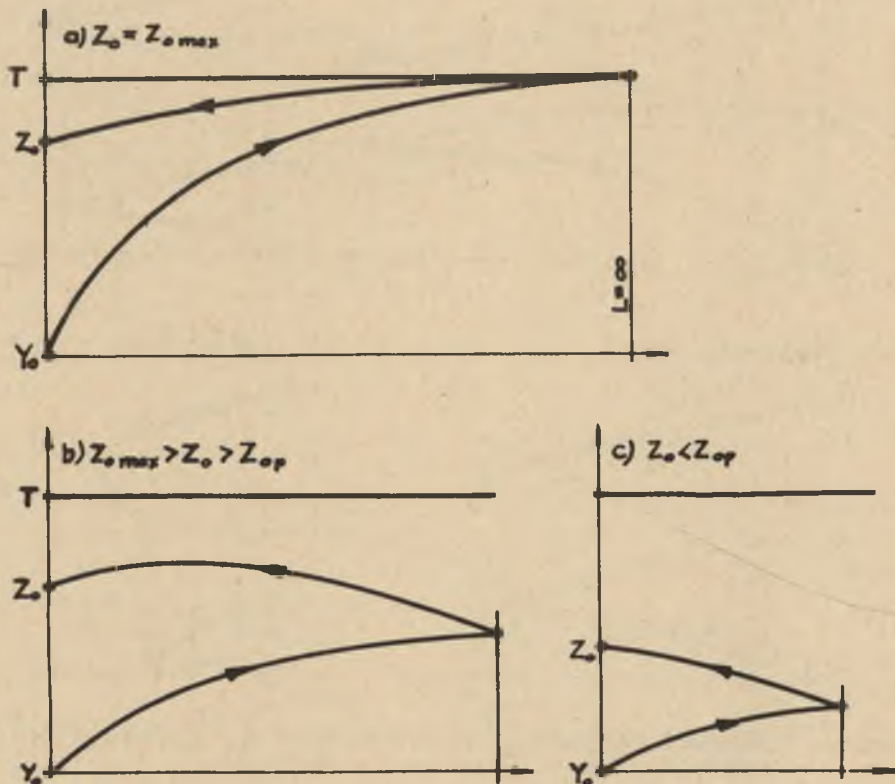
Uwzględnienie zmian temperatury czynnika grzejącego (przyjęcie skończonej wartości \dot{W}_1) znacznie rozszerza wachlarz charakterystycznych rozkładów temperatur. Ogólna ich analiza jest bardzo złożona, interesujące będzie jednak prześledzenie niektórych szczególnych przypadków, mających zresztą ogólniejszy charakter.

W przypadku $\dot{W}_1 < 0$ temperatura T stale rośnie. Okazuje się jednak, że dla podgrzania Z_o zawartego pomiędzy $Z_o \max$ i

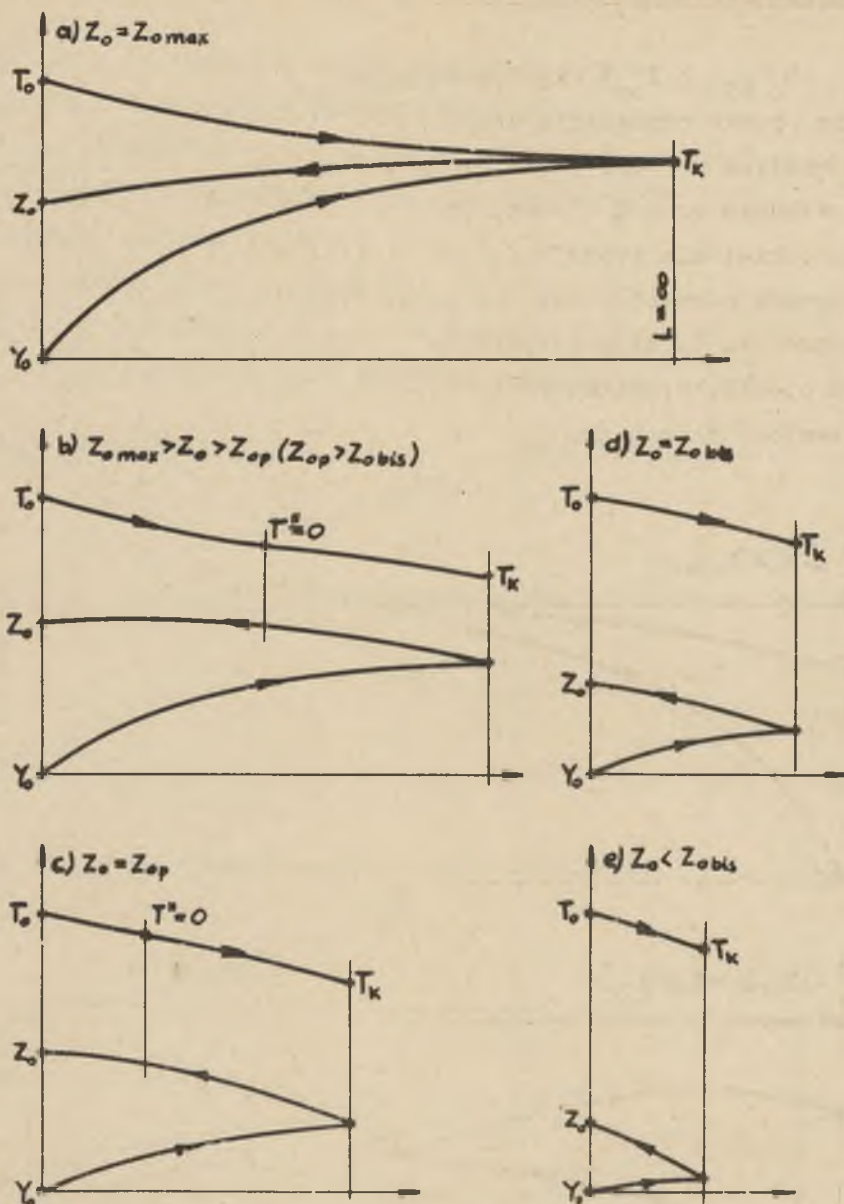


Rys. 2. Rozkłady temperatur dla przepływu zewnętrznego "od końca" ($N_W < -1$)

$Z_{0 \text{ bis}}$ ($Z_{0 \text{ bis}} > Z_{op}$) występuje punkt przegięcia (przy $Z_0 = Z_{0 \text{ bis}}$ punkt przegięcia znajduje się na początku elementu (tj. w miejscu $x = 0$). Punkt przegięcia ma współrzędne wynikające z warunku $T' = Z''$ (równ. 5a). Przekroczenie temperatury Z_{op} (tj. takiej dla której $Z'_0 = 0$) powoduje znaczne zwiększenie długości elementu. Jest to spowodowane zmniejszaniem się na pewnym odcinku różnicy temperatur $T - Z$ decydującej o przekazywaniu ciepła. Przykładowe rozkłady temperatur dla $N_W = -2$ przedstawiono na rys. 2.



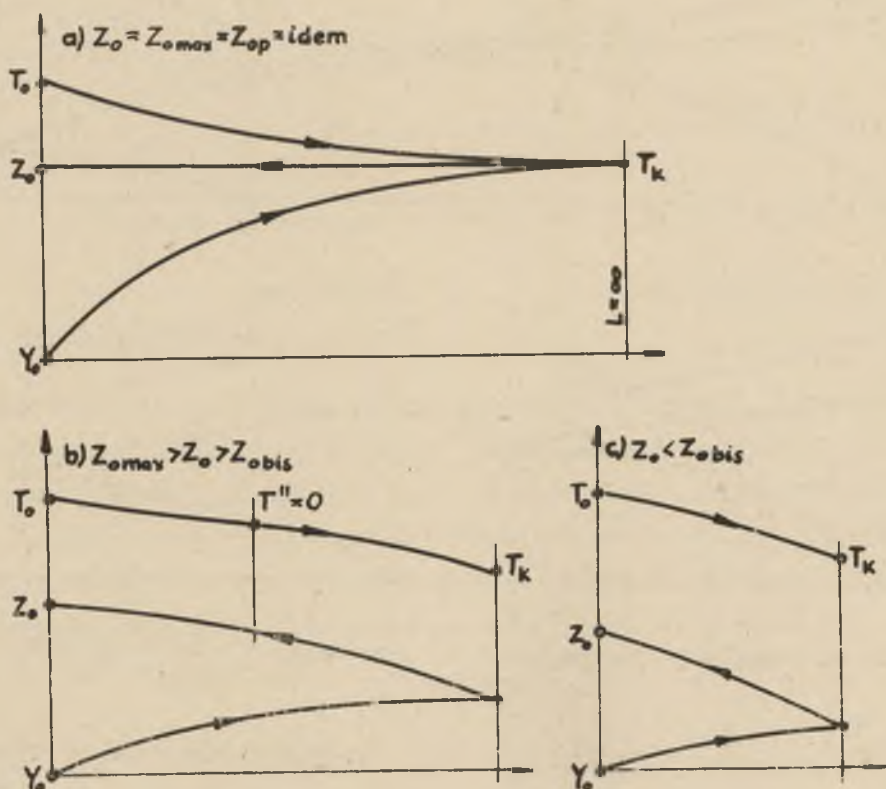
Rys. 3. Rozkłady temperatur przy stałej temperaturze zewnętrznej ($N_W = -1$; $W_1 \rightarrow \infty$)



Rys. 4. Rozkłady temperatur w przypadku $-1 < N_w \leq 0$ i $\dot{W}_2 / \dot{W}_1 < N_K$

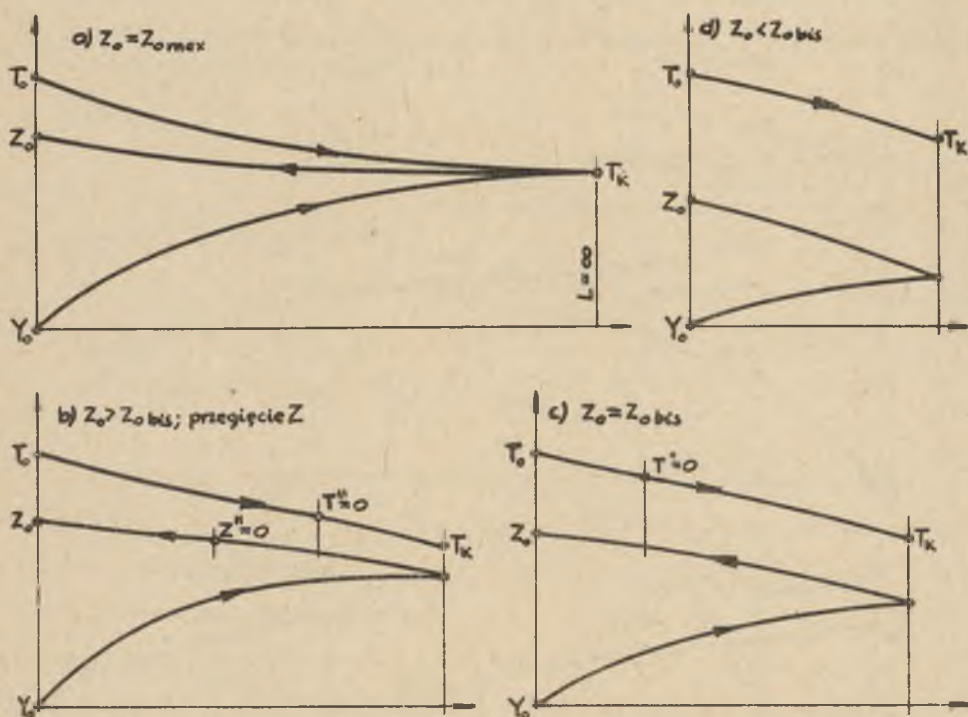
Granicznym przypadkiem jest wspomniany już przepływ przy $\dot{W}_1 \rightarrow \infty$ ($N_W = -1$) co daje $T = \text{idem}$. Charakterystyczne rozkłady temperatur przypominano na rys. 3 [1].

Dla przepływu czynnika zewnętrznego w kierunku osi x ($\dot{W}_1 > 0$) można wyróżnić więcej charakterystycznych przypadków. W zakresie $-1 < N_W \leq 0$ ($\dot{W}_1 < \dot{W}_2$) otrzymuje się rozkłady temperatur przedstawiono na rys. 4, 5 i 6. Okazuje się, że w rozpatrywanym zakresie liczby N_W charakter rozkładu temperatur zależy dodatkowo od wzajemnej relacji pomiędzy stosunkami \dot{W}_2/\dot{W}_1



Rys. 5. Rozkłady temperatur w przypadku $-1 < N_W \leq 0$ i $\dot{W}_2/\dot{W}_1 = N_K$

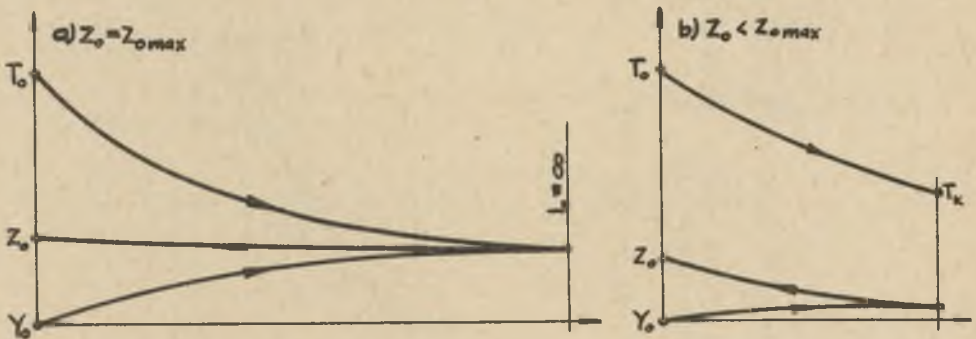
i k_w/k_z (czyli $N_w + 1$ i N_k). Dla $\dot{W}_2/\dot{W}_1 < N_k$ obserwuje się rozkłady temperatur podobne do opisanych poprzednio. W przypadku równości tych wielkości zachodzi tożsamościowa równość $Z_{o \max} = Z_{op}$, a temperatura Z w szczelinie jest dla nieskończonego elementu stała i równa $Z_{o \max}$. Dla $\dot{W}_2/\dot{W}_1 > N_k$ pojawia się również punkt przegięcia na temperaturze Z . Dla $N_w = 0$ ($\dot{W}_1 = \dot{W}_2$) otrzymuje się podobne rozkłady temperatur.



Rys. 6. Rozkłady temperatur w przypadku $-1 < N_w \leq 0$ i $\dot{W}_2/\dot{W}_1 > N_k$

W przypadku $N_w > 0$ ($\dot{W}_2 > \dot{W}_1$) otrzymuje się również interesujące rozkłady temperatur. Dalej np. zachowany jest izoter-

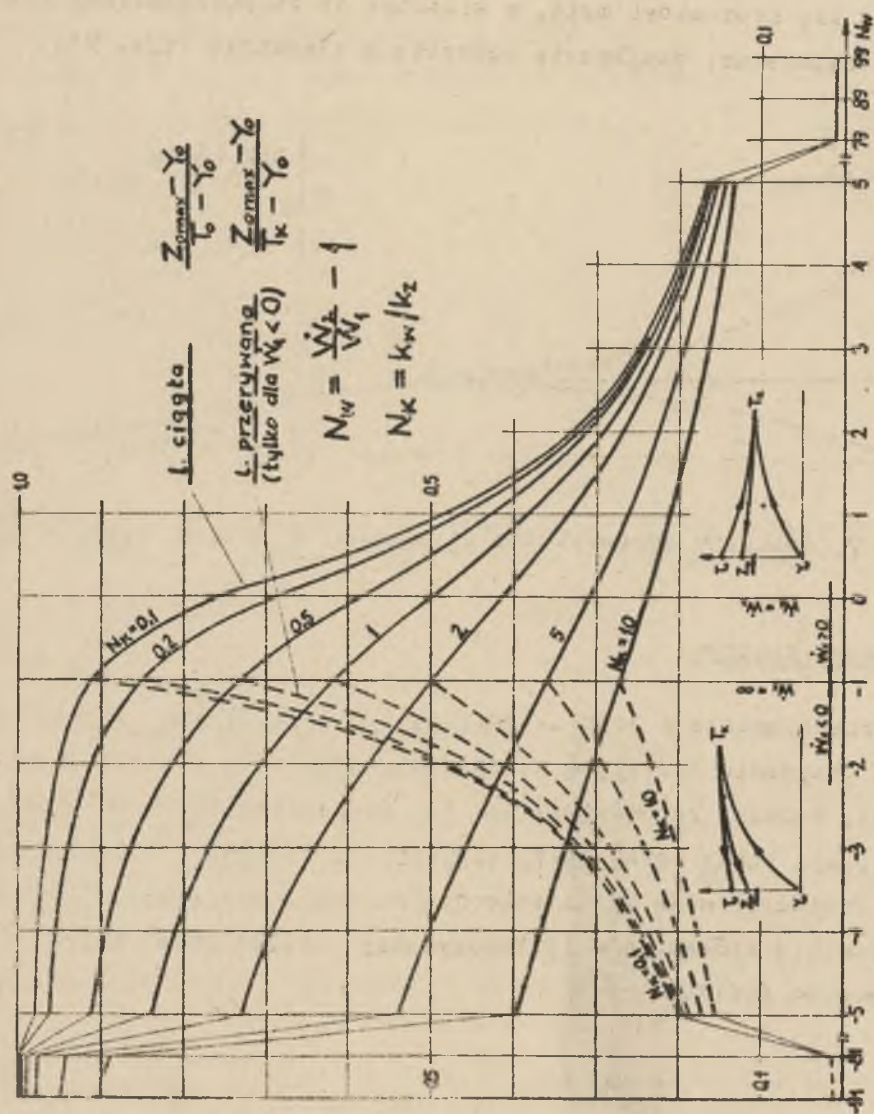
miczny w nieskończenie długim elemencie przebieg Z dla $\dot{W}_2/\dot{W}_1 = N_K$, ale w przypadku $\dot{W}_2/\dot{W}_1 > N_K$ profil temperatury Z jest stale wklęsły (rys. 7). Zakres $N_W > 0$, podobnie zresztą jak $N_W < -2$ wydaje się mieć mniejsze znaczenie praktyczne, gdyż osiąga się stosunkowo małe, w stosunku do rozporządzalnej różnicy temperatur, podgrzanie czynnika w elemencie (rys. 8).



Rys. 7. Rozkłady temperatur w przypadku $N_W > 0$ i $\dot{W}_2/\dot{W}_1 > N_K$

4. Uwagi końcowe

Przedstawione w pracy rozwiązanie dotyczy tylko szczególnego przypadku przepływu czynników w elemencie Fielda. Okazuje się jednak, że podobnie jak dla wymiennika dwuczynnikowego występują tutaj różne charakterystyczne rozkłady temperatur. Ich znajomość może przyczynić się do racjonalniejszego projektowania wymienników (przekazywaczy) ciepła zbudowanych z elementów Fielda.



rys. 8. Względne graniczne podgrzanie czynnika 2 w nieskończenie długim elemencie

LITERATURA

- [1] GELPERIN N.I.: Georja processa tepłooobmena w sistemach s trubkami Fielda, Chemiczeskoje maszynostrojenije, nr 4, 1939.
- [2] HOBLER T. Ruch ciepła i wymienniki, WNT Warszawa 1968.
- [3] HURD N.I.: Ind. Eng. 1946 str. 1266.
- [4] KOSTOWSKI E.: Rozkład temperatur w opromienionym elemencie Fielda. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Energetyka nr 28, 1968.
- [5] OKOŁO-KUŁAK W.: Prórczynnikowe wymienniki ciepła. ZN Pol. Śl., Mechanika nr 1, 1954.
- [6] OKOŁO-KUŁAK W.: Ciepłna problematyka konstrukcji konwekcyjnych rekuperatorów Fielda. Problemy projektowe w hutnictwie nr 3 i 4, 1969.

ХАРАКТЕРНЫЕ РАСПОЛОЖЕНИЯ ТЕМПЕРАТУР
В ЭЛЕМЕНТЕ ФИЛЬДА

Р е з ю м е

В статье представлены характерные расположения температур в элементе Фильда, в котором совершается параллельное течение теплоносителей. Рассмотрен случай, в котором нагреваемый теплоноситель (с постоянной теплоемкостью) сперва протекает внутренней трубой элемента. Дана в безразмерном виде зависимость подогрева теплоносителя от длины элемента. Доказано, что максимальная температура подогрева и характерные расположения температур зависят от двух безразмерных величин: отношения теплоемкостей и отношения коэффициентов теплопередачи - внутреннего и наружного.

THE CHARACTERISTIC TEMPERATURE DISTRIBUTIONS
IN THE FIELD ELEMENT

S u m m a r y

In this paper the characteristic temperature distributions in the Field element with parallel flow of the heat exchanging fluids are presented. There is discussed a case when the heated fluid with constant rate of heat capacity flows first through the inner pipe of element (Fig. 1). Relations between the temperature increment of the fluid and the length of the element in dimensionless form are given. The paper indicates, that the maximal temperature of the heated fluid and the characteristic temperature distributions are determined by two dimensionless proportions: heat capacity of fluids and the over-all coefficients of heat transfer.