

Czesław DZEDZEJ

Centralny Ośrodek Informatyki Górnictwa
Ośrodek Badawczy Informatyki
i Ekonomiki Górnictwa Katowice

NIEKTÓRE PRAKTYCZNE ASPEKTY DOKŁADNOŚCI OSZACOWANIA ZASOBÓW METODAMI GEOSTATYSTYCZNYMI

Streszczenie. Geostatystyczne metody szacowania parametrów złóż pozwalają wyznaczyć również błąd oszacowania. Wielkość błędu oszacowania zależy od rozmiarów bloku złoża. Jest to bardzo istotne w problemach klasyfikacji zasobów z punktu widzenia kategorii ich rozpoznania. W referacie zilustrowano, na przykładach z praktyki, wpływ rozmiarów bloku na błąd oszacowania zasobów węgla kamiennego w bloku.

1. WPROWADZENIE

Problem szacowania parametrów złóż zasobów kopalin użytecznych w złożu jest jednym z najważniejszych w geologii górniczej. Prace teoretyczne nad tym problemem doprowadziły do powstania geostatystyki [4,2,1], której metody z powodzeniem pozwalają szacować parametry złóż, w tym również zasoby. Atrakcyjność metod geostatystyki polega na tym, że pozwalają one oszacować zarówno wartość danego parametru złoża, jak również błąd tego oszacowania (np. metoda krigingu). To z kolei otwiera drogę do klasyfikowania zasobów z punktu widzenia pewności ich rozpoznania w oparciu o błąd oszacowania. Piszą o tym Diehl, David [3] oraz Mucha, Nieć i in. [5]. Jednakże wielkość błędu oszacowania parametru złoża (w tym także ilości zasobów) zależy od wielkości bloku, w którym parametr jest szacowany. W związku z tym w zagadnieniach klasyfikacji zasobów, w oparciu o błąd oszacowania, niezbędne jest (dla poszczególnych kategorii poznania) arbitralne przyjęcie założeń [3,5]:

- odnośnie do wielkości błędu (dokładności oszacowania) oraz
- odnośnie do granicznych wielkości bloków (ilości zasobów w bloku).

Propozycje tych założeń dla węgla kamiennego w polskich warunkach podane są w [5].

W niniejszym referacie, na obliczeniowych przykładach, zilustrowano ten aspekt z klasyfikacji zasobów, który dotyczy związku między wielkością błędu oszacowania a wielkością szacowanego bloku.

2. PODSTAWY MATEMATYCZNE KRIGINGU

Przy szacowaniu parametrów złoża rozpatruje się dany blok V (z dokładną nieznaną wartością $Z(V)$ parametru) oraz zbiór prób ze znanymi wartościami $Z(x_i)$ $i = 1, \dots, n$ parametru. Należy znaleźć takie współczynniki wagowe w_i $i = 1, \dots, n$, aby wartość Z^* obliczona wg wzoru (1):

$$Z^* = \sum_{i=1}^n w_i Z(x_i). \quad (1)$$

była najlepszą oceną (oszacowaniem) nieznannej wartości $Z(V)$. Określenie "najlepsza" nie jest jednak jednoznaczne i może być wyrażone różnymi sposobami. Naturalny sposób określania jakości procedury oceniającej polega na znajdowaniu wariancji błędu $[2, 4]$. Wariancja oceny wartości $Z(V)$ parametru (błąd ekstensji) z wykorzystaniem Z^* jest równa $[1, 2, 4]$:

$$\sigma_e^2 = 2 \sum_{i=1}^n w_i \bar{f}(V, x_i) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j f(x_i, x_j) - \bar{f}(V, V) \quad (2)$$

gdzie:

- $\bar{f}(V, V)$ - oznacza średnią wartość wariogramu wewnątrz bloku V ,
- $\bar{f}(V, x_i)$ - oznacza średnią wartość wariogramu między blokiem a próbą x_i ,
- $\bar{f}(x_i, x_j)$ - oznacza wartość wariogramu między próbkami x_i oraz x_j .

Wzór (2) stanowi podstawę do wyprowadzenia równań kriginu. Przez wariantowanie wag w_i można zmieniać wartość σ_e^2 i dobrać taki zestaw wag w_i , dla którego błąd osiągnie najmniejszą wartość; taka ocena będzie rozumiana jako najlepsza. Nie jest to jednak wystarczający warunek. Wymagane jest, aby średnie wartości parametru, które należy znaleźć, były równe rzeczywistym, tj. nie były systematycznie zaniżane lub zawyżane. Warunek ten oznacza nieobciążoność estymatora, co znaczy, że musi być spełniona równość $E(Z^*) = m$, a to z kolei wymaga, aby:

$$E(\sum w_i Z(x_i)) = m$$

i dalej

$$\sum w_i E(Z(x_i)) = m,$$

ponieważ

$$E(Z(x_i)) = m,$$

otrzymujemy ostatecznie, że suma wag w_i musi być równa 1 (wzór (3)):

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (3)$$

Oba warunki określają najlepszy, liniowy i nieobciążony estymator.

Został sformułowany następujący problem: znaleźć zestaw n wag w_i ($i = 1, \dots, n$), które minimalizują wariancję σ_e^2 (wzór (2)) przy warunku danym wzorem (3).

Z analizy matematycznej wiadomo, że warunkiem minimum funkcji Φ zależnej od zmiennych w_i jest zerowanie się wszystkich pochodnych cząstkowych względem w_i . Jeśli ponadto występuje ograniczenie w postaci $c = 0$, należy minimalizować funkcję $F = \Phi + 2\mu C$, gdzie μ mnożnik Lagrange'a.

W rozważanym przypadku

$$F = \sigma_e^2 + 2\mu(\sum w_i - 1)$$

należy znaleźć pochodne cząstkowe funkcji F względem w_i oraz μ i przyrównać je do zera. Rozwijając F zgodnie ze wzorem (2) i różniczkując, otrzymujemy:

$$\frac{\partial F}{\partial w_i} = 2f(V, x_i) - 2 \sum_j w_j f(x_i, x_j) + 2\mu = 0 \quad \text{dla } i = 1, \dots, n$$

$$\frac{\partial F}{\partial \mu} = 2 \sum w_i - 2 = 0$$

układ $n+1$ równań liniowych z $n+1$ niewiadomymi: w_i ($i = 1, \dots, n$) oraz μ .

W postaci kanonicznej układ ten przyjmuje postać:

$$\begin{aligned} \sum_j w_j f(x_i, x_j) - \mu &= f(V, x_i) \quad i = 1, \dots, n \\ \sum_i w_i &= 1 \end{aligned} \quad (4)$$

i nosi nazwę układu równań krigingu.

Znalezione wartości współczynników w_i można wstawić do wzoru (2) i obliczyć minimalną wartość wariancji błędu. Można również dokonać prostych przekształceń i uprościć wzór na wariancję błędu. W tym celu w układzie równań krigingu każde równanie o postaci $\sum w_j f(x_i, x_j) - \mu = f(V, x_i)$ należy pomnożyć przez odpowiednie w_i i dodać stronami, otrzymując w konsekwencji:

$$\sum_i \sum_j w_i w_j \bar{f}(x_i, x_j) - u \sum_i w_i = \sum_i w_i \bar{f}(V, x_i)$$

a ponieważ suma wag $\sum_i w_i = 1$, to wyrażenie to sprowadza się do postaci:

$$\sum_i \sum_j w_i w_j \bar{f}(x_i, x_j) = \sum_i w_i \bar{f}(V, x_i) + \mu$$

Wstawiając je do wzoru (2) otrzymujemy wariancję oszacowania zwaną teraz wariancją krigingu, która jest równa:

$$\sigma_k^2 = \sum_{i=1}^n w_i \bar{f}(V, x_i) - \mu - \bar{f}(V, \bar{V}) \quad (5)$$

gdzie:

$$\bar{f}(V, V) = \frac{1}{V^2} \iiint_V \bar{f}(x, y) dx dy$$

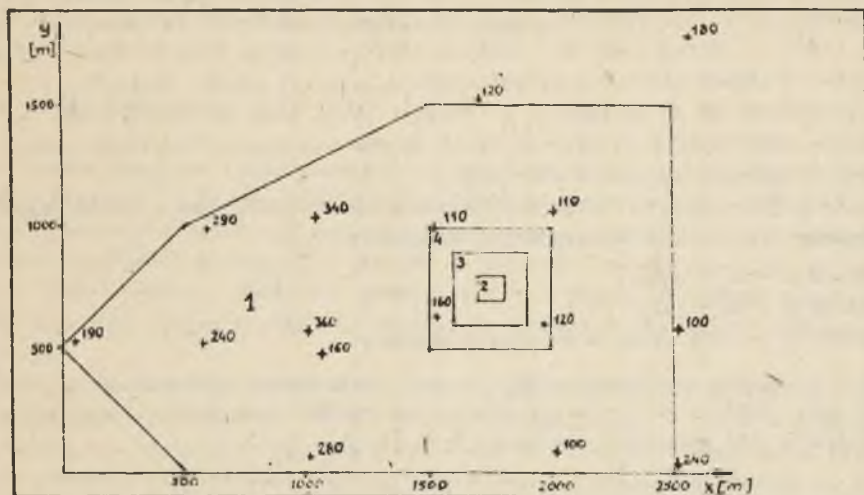
$$\bar{f}(V, x_i) = \frac{1}{V} \iint_V \bar{f}(y, x_i) dy$$

W przypadku szacowania parametru w obszarze (kriging dwuwymiarowy) V jest powierzchnią obszaru. Powyższe równanie (5) ilustruje zależność między wielkością błędu oszacowania σ_k^2 a wielkością bloku, w którym parametr jest szacowany.

3. PRZYKŁADY SZACOWANIA ZASOBÓW WĘGLA W BŁOKACH

Obiektem analizy był poziomy pokład w obszarze przedstawionym na rys. 1, opróbowany 16 otworami wiertniczymi. Lokalizację otworów oraz stwierdzone miąższości pokładu także zaznaczono na rysunku. W celu zilustrowania wpływu rozmiarów bloku na wielkość błędu dokonano szacowania ilości zasobów w blokach oznaczonych numerami 2, 3, 4 położonych jeden wewnątrz drugiego (jak na rys. 1). W praktyce górniczej taki podział na bloki nie występuje - bloki (parcele zasobowe) muszą być rozłączne. Jednakże przykład ten jest adekwatny dla ilustracji omawianego problemu, gdyż nie powoduje zmian rozkładu otworów w stosunku do każdego bloku, co ma także wpływ na błąd.

W przypadku zasobów węgla kamiennego szacowanym bezpośrednio parametrem jest miąższość pokładu w granicach danego bloku (parceli), a następnie obliczana jest ilość zasobów w bloku. Wyniki szacowania zasobów dla różnych wariantów podziału obszaru na bloki przedstawiono w tabelicy 1. Analizując bloki nr 2, 3, 4 z rys. 1, widać, że w miarę wzrostu powierzchni bloku błąd oszacowania wyraźnie maleje (z 32% dla bloku 2, do 18,8% dla bloku 4), mimo że liczba otworów oraz ich lokalizacja nie zmieniły się. Gdyby przy kla-



Rys. 1. Analizowany obszar pokładu z lokalizacją otworów i bloków:

+^m - położenie otworu i stwierdzona miąższość pokładu, 1, 2, 3, 4 - numery bloków

Fig. 1. Analysed area of seam with the localization of drill-holes and blocks:

+^m - localization of drill-holes and thickness of seam, 1, 2, 3, 4 - blocks numbers

Tablica 1

Numer bloku	Powierzchnia bloku [m ²]	Miąższość w bloku [cm]		Zasoby w bloku [tys. ton]		Względny błąd oszacowania zasobów w bloku [%]	Kategoria poznania wg błędu oceny
		oszacowana	błąd oszacowania	oszacowane	błąd oszacowania		
1	3.000.000	183	11	7.137.0	429.0	6	C ₁
2	10.000	121	39	15.73	5.07	32	C ₂
3	90.000	121	31	141.6	36.3	25.6	C ₁
4	250.000	120	24	390.0	78.0	20	B ¹
5	250.000	120	24	390.0	78.0	20	B
6	250.000	124	23	403.0	74.75	18.5	B
7	250.000	232	23	754.0	74.75	10.0	B
8	250.000	140	33	455	107.25	23.5	C ₁
9	250.000	240	29	780	94.25	12.0	B ¹
10	250.000	295	22	958.75	71.50	7.0	B
11	250.000	229	28	744.25	91.0	12.0	B
12	250.000	250	31	812.5	100.75	12.0	B
13	250.000	206	31	669.5	100.75	15.0	B
14	250.000	120	37	390.0	120.25	30.8	C ₂
15	250.000	106	30	344.5	97.5	28.0	C ₁
16	250.000	138	26	448.5	84.5	18.8	B

syfikacji zasobów kierować się tylko wielkością błędu, wówczas (zgodnie np. z propozycjami z [5]) zasoby z bloku 2 należałoby zaliczyć do kategorii C_2 (błąd < 40%), z bloku 3 do C_1 (błąd < 30%), a z bloku 4 do B (błąd < 20%). Natomiast wielkość błędu dla całego obszaru (rys. 1) wynosi tylko 6%, co kwalifikowałoby go do kategorii A (błąd < 10%). Stąd też konieczność przyjęcia arbitralnych założeń odnośnie do górnych granic rozmiarów bloku dla poszczególnych kategorii poznania.

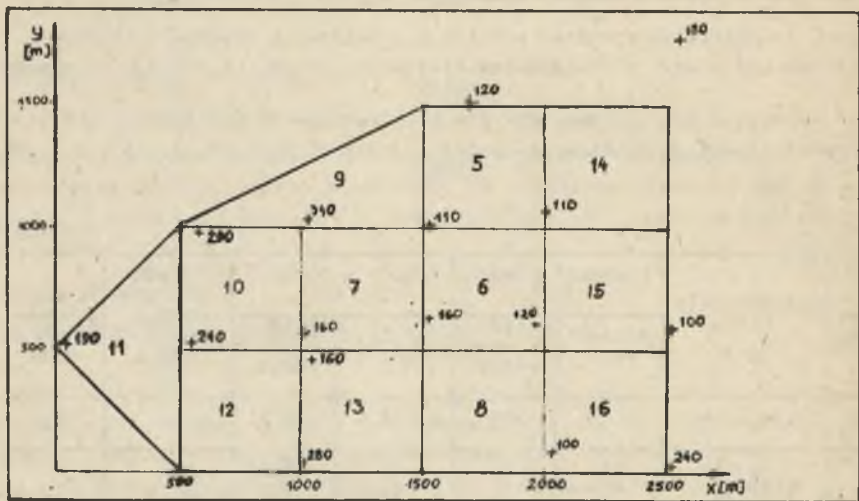
W pracy [5] podano propozycje (dla polskich warunków, aby wielkość bloku zapewniała wydobyte w następujących okresach:

kategoria A - do 1 roku,

kategoria B - do 5 lat,

kategoria C_1 - całe złożo w granicach obszaru.

Średnie wydobyte ze ściany w 1987 roku wyniosło około 1000 t/d, co daje w skali roku 300000 ton, a w skali pięciu lat 1500000 ton. Średnie wydobyte w kopalni w 1987 roku wyniosło około 2,75 miliona ton.



Rys. 2. Lokalizacja 12 bloków w analizowanym obszarze
5, 6, ..., 16 - numery bloków

Fig. 2. Localization of twelve blocks in analysed area
5, 6, ..., 16 - blocks numbers

Na rys. 2 przedstawiono podział analizowanego obszaru na 12 bloków. Wyniki ich oszacowania także są zawarte w tabelicy 1. Przyjmując górny limit dla kategorii A równy 300000 ton, a dla kategorii B 1500000 ton, niektóre bloki z rys. 2 (blok 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 16) można zakwalifikować do kategorii B (wielkość zasobów mniejsza niż 1500000 i błąd mniejszy niż

20%), pozostałe do kategorii C_1 i C_2 . Zadnego bloku nie można zaliczyć do kategorii A na podstawie tego opróbowania.

4. PODSUMOWANIE

Postęp prac nad rozpoznawaniem i wdrażaniem metod geostatystyki do praktyki górniczej z jednej strony wnosi jakościowo nowe metody do rozwiązywania problemów z dziedziny geologii górniczej, a z drugiej strony wymaga podejmowania pewnych decyzji i ustaleń na szczeblu zainteresowanych instytucji. zilustrowany w referacie problem być może przybliży istotę zagadnienia i ułatwi podjęcie wiążącej decyzji przynajmniej dla badań eksperymentalnych.

W COIG prowadzone są prace nad komputerowymi systemami informatycznymi umożliwiającymi szacowanie zasobów węgla w kopalniach, w oparciu o geostatystykę, na szeroką skalę. Tym samym staje się możliwa klasyfikacja kategorii poznania zasobów węgla według jednolitego, ilościowego wskaźnika. Wykorzystanie w praktyce tych możliwości wymaga określenia górnych granic rozmiarów bloków oraz wielkości błędów dla poszczególnych kategorii poznania, jak to postulują autorzy w pracy [5].

LITERATURA

- [1] Clark I.: Practical Geostatistics. Applied Science Publishing, London 1979.
- [2] David M.: Geostatistical Ore Reserve Estimation. Elsevier Scientific Publishing Company 1977. Amsterdam, Oxford, New York.
- [3] Diehl P., David M.: Classification of ore reserve/source based on geostatistical methods. CIM Bulletin 1985. February, vol. 73 no 838.
- [4] Journel A.G., Huijbregts Ch.J.: Mining Geostatistics. Academic Press, London, New York, San Francisco 1978.
- [5] Mucha J., Nieć M., Górecki J., Blajda R.: Geostatystyczna ocena zmienności pokładu węgla kamiennego. Maszynopis Arch. GIG, Katowice 1984.
- [6] Royle A.G.: Using geostatistics to estimate coal reserve. World Coal 1982, vol. 8, no 5.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Józef Bendkowski

Wpłynęło do redakcji w kwietniu 1988 r.

НЕКОТОРЫЕ ПРАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ТОЧНОСТИ
ОЦЕНКИ ЗАПАСОВ ГЕОСТАТИСТИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

Р е з ю м е

Геостатистические методы оценки параметров месторождения позволяют определить погрешность этой оценки. Значение погрешности оценки зависит от размеров блока месторождения. Это весьма существенно в проблеме классификации запасов с точки зрения категории их опознания. В докладе проиллюстрировано на примере из практики влияние размеров блока на погрешность оценки запасов каменного угля в блоке.

SOME PRACTICAL ASPECTS OF PRECISION OF RESERVES
ESTIMATION BY GEOSTATISTICAL METHODS

S u m m a r y

Geostatistical methods of estimating the deposit parameters allow to calculate the estimation error. This error depends on the size of a block. It is very important in problems of reserve classification from the point of view category geologic assurance. The effect of block size on the error of estimating the hard coal reserves in a block have been discussed in this paper basing on the examples taken from life.