ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

Seria: GÓRNICTWO z. 172

Nr kol. 960

Zbigniew KASINA

Akademia Górniczo-Hutnicza Kraków

WYBRANE ASPEKTY TOMOGRAFII Z ZASTOSOWANIEM KRZYWOLINIOWEGO PROMIENIA SEJSMICZNEGO

> <u>Streszczenie</u>. Przedstawiono pódstawowe założenia tomografii sejsmicznej z zastosowaniem krzywoliniowego promienia sejsmicznego. Na tym tle dokonano analizy wpływu różnych parametrów przetwarzania (krok zmiany kąta wyjścia promienia ze źródła, zadana dokładność "trafienia" w punkt odbioru) na efektywność programu tomografii w zakresie dokładności rozwiązania zadania prostego i zaangażowanego czasu komputerowego (IBM PC/XT Turbo).

Analiza oparta jest na modelowaniu numerycznym, zrealizowanym dla wybranych modeli sejsmogeologicznych ośrodka (model uskoku, model pustki, model ośrodka poziomo warstwowanego). Wyniki analizy zestawiono w formie tabel i wykresów plotterowych.

Wyniki analizy zestawiono w formie tabel i wykresów plotterowych. Stwierdzono istotny wpływ kroku zmiany kąta wyjścia promienia ze źródła na zaangażowany czas komputera oraz na kompletność rozwiązania zadania prostego tomografii.

### 1. WSTĘP

Program tomograficznej estymacji prędkości z zastosowaniem krzywoliniowego promienia sejsmicznego składa się z następujących procedur obliczeniowych:

- procedury określania trajektorii i czasów przebiegu promieni sejsmicznych fali bezpośredniej dla ustalonego położenia punktów wzbudzenia fali i punktów odbioru;
- procedury rozwiąz; wania układu równań, w których jako niewiadome występują prędkości w węzłach założonej siatki prostokątnej.

Pierwsza z rozważanych procedur pozwala więc rozwiązać zadanie proste tomografii sejsmicznej, druga - zadanie odwrotne.

Znajomość rozwiązania zadania prostego tomografii jest istotna nie tylko w związku z poszukiwaniem rozwiązania zadania odwrotnego. Niezbędna jest także przy modelowaniu przebiegu fal sejsmicznych, stanowiącym podstawę projektowania optymalnej metodyki pomiarowej prześwietlań sejsmicznych.

Określenie położenia kolejnych punktów trajektorii promienia sejsmicznego i jego czasu przebiegu pozwala na wyrażenie tego czasu poprzez liniową kombinację prędkości w węzłach siatki, położonych w pobliżu trajektorii promienia. Uwzględnienie w rozważaniach wszystkich promieni dla zadanej konfiguracji punktów wzbudzenia i odbioru pozwala na powiązanie czasów przebiegu z rozkładem prędkości w całej siatce prostokątnej. Stwarza to możliwość określenia współczynników podstawowego układu równań w tomografii sejsmicznej, którego rozwiązanie można utożsamić z rozwiązaniem zadania odwrotnego tomografii.

Rozwiązanie zadania prostego tomografii angażuje istotną część czasu komputerowego, wymaganego do rozwiązania zadania odwrotnego. Jednocześnie dokładność określania trajektorii i czasów przebiegu fali sejsmicznej decyduje o możliwości dokładnego odtworzenia rozkładu prędkości.

Należy podkreślić, że minimalizacja czasu obliczeń stanowi istotny aspekt praktyki stosowania tomografii sejsmicznej:

W przedstawionym artykule podjęto analizę wpływu dwóch istotnych parametrów przetwarzania (krok zmiany kąta wyjścia promienia sejsmicznego ze źródła, założona dokładność "trafienia" promieniem w punkt odbioru) na czas obliczeń komputera oraz na czas przebiegu fali sejsmicznej. Istotna zmiana obliczonego czasu przebiegu fali oznacza istotną zmianę trajektorii promienia sejsmicznego.

# 2. ZAKRES PRZEPROWADZÓNEJ ANALIZY I PODSTAWOWE PARAMETRY MODELOWANIA NUMERYCZNEGO

Przedstawiona poniżej analiza wykorzystuje następujący model interpretacji:

- rozważamy 2-wymiarowy model prędkościowy ośrodka w płaszczyźnie (x, z);
- model prędkościowy ośrodka określony jest poprzez zadanie wartości prędkości w węzłach siatki prostokątnej;
- punkty odbioru oraz punkty wzbudzenia fali położone są na linii równoległej do osi "z";
- promień sejsmiczny, wychodzący ze źródła, porusza się po drodze krzywoliniowej zgodnie z zasadą Fermata.

Wynikający z zasady Fermata układ równań różniczkowych, określających trajektorię promienia sejsmicznego i czas jego przebiegu, ma postać:

$$d \alpha = \frac{1}{v} \left[ \frac{\partial v}{\partial x} \sin \alpha - \frac{\partial v}{\partial z} \cos \alpha \right] ds$$
$$dx = ds \cos \alpha$$
$$dz = ds \sin \alpha$$
$$dt = \frac{ds}{dt}$$

222

gdzie:

- dc ~ kąt zawarty między stycznymi do krzywej (trajektorii promienia) w punktach odległych o ds po łuku krzywej;
- v funkcja prędkości v = v(x, z);

W trakcie określania kolejnych punktów promienia dokonujemy rozwiązania powyższego układu równań różniczkowych, stosując metodę Rungego-Kutty czwar tego rzędu. Do określania prędkości i jej pochodnych w kolejnych punktach trajektorii promienia zastosowano interpolację liniową.

Obliczenia czasów przebiegu fali sejsmicznej zrealizowano na mikrokom**pu**terze IBM PC/XT Turbo dla trzech wybranych modeli sejsmogeologicznych ośrodka:

- modelu uskoku w ośrodku dwuwarstwowym dwuwymiarowym z prędkościami w warstwach: V = 3500 m/s, V<sub>2</sub> = 2500 m/s (rys. 1);
- modelu strefy o obniżonej prędkości (V = 1500 m/s) w ośrodku o podwyższc nej prędkości (V = 3500 m(s) zwanym modelem pustki w ośrodku 2-wymiarowym (rys. 2);
- modelu ośrodka poziomo warstwowanego, dwuwymiarowego, w którym prędkości w kolejnych warstwach rosną od 1500 m/s do 4500 m/s (rys. 3).

Jednym z najistotniejszych elementów algorytmu zadania prostego jest procedura określania kątów wyjścia promieni sejsmicznych ze źródła, zapewniających przebieg promieni do wybranych odbiorników. Wybitna niemonotoniczność rozważanych funkcji (m.in. hodografów) nie pozwala na zastosowanie rozpowszechnionych sposobów interpolacji. Zastosowano procedurę, której na istotniejsze elementy obejmują:

- określenie przebiegu i głębokości punktów odbioru (na linii odbiorników) promieni sejsmicznych dla zadanych z pewnym krokiem Δα katów wyjścia ze źródła;
  - określenie kątów wyjścia, dla których punkty odbioru wyznaczają przedziały zawierające zadane punkty odbioru;
  - w obrębie określonych powyżej przedziałów kątów wyjścia bada się charakter zmienności funkcji i na drodze kolejnych przybliżeń lub zastosowania podziału na podprzedziały (przy zbyt dużej niemonotoniczności funkcji) poszukuje się kątów wyjścia, zapewniających przebieg promieni do wybranych odbiorników z zadaną dokładnością ∆z.

W przedstawionej procedurze krok zmiany kątów wyjścia  $\Delta \alpha$  oraz założony błąd  $\Delta z$  "trafienia" promieniem w odbiornik stanowią istotne elementy, określające komputerowy czas obliczeń oraz dokładność wyznaczania trajektorii promieni.

Zwiększenie parametru  $\Delta \alpha$ skraca czas obliczeń w pierwszej fazie wydłużając obliczenia w fazie kolejnych przybliżeń i podziału na podprzedziały.

Z. Kasina



Rys. 1. Model uskoku i wybrane trajektorie promieni sejsmicznych Fig. 1. The model of fault and selected seismic rays trajekctories

224

# Wybrane aspekty tomografii....

3



Rys. 2. Model pustki i wybrane trajektorie promieni sejsmicznych Fig. 2. The model of "low velocity hole" and selected seismic rays trajectories

225





Z. Kasina

#### Wybrane aspekty tomografii....

Jednocześnie określone w pierwszym kroku punkty odbioru mogą nie obejmować zadanych odbiorników.

Zwiększenie parametru ∆ z może skrócić czas obliczeń, lecz jednocześnie istotnie zmienić trajektorię promieni, co znajdzie swój wyraz w istotnej zmianie obliczonych czasów przebiegu fali.

Przedmiotem podjętej analizy jest określenie wpływu omawianych parametrów na drodze modelowania numerycznego.

Dla wymienionych powyżej modeli sejsmogeologicznych zastosowano następujące parametry obliczeń:

- wymiary elementarnego oczka siatki 1,5 x 2,5 m;
- krok określania punktów trajektorii promienia sejsmicznego ds = 1,0 m;
- odległość linii punktów wzbudzenia od linii punktów odbioru wynosiła 81 m;
- zakres zmian głębokości punktów wzbudzenia i punktów odbioru od 3,0 m do 83,0 m z krokiem 10,0 m;
- zmiana kątów wyjścia promienia sejsmicznego ze źródła od 240° do 100° z krokiem  $\Delta \alpha = 1^{\circ}$ , 3°, 5°, 10° przy parametrze  $\Delta z = 0,2$  m;
- błąd "trafienia" promieniem w odbiornik  $\Delta z = 0,2; 0,4; 0,6; 1,0 \text{ m przy}$  parametrze  $\Delta \alpha = 1^{\circ}$ .

Podstawowe elementy modeli sejsmogeologicznych wraz z przykładowymi trajektoriami promieni sejsmicznych przedstawiono na rysunkach 1, 2 i 3.

#### 3. WYNIKI MODELOWANIA NUMERYCZNEGO

Wyniki zrealizowanego modelowania numerycznego przedstawiono w tabelach 1, 2, 3.

W załączonych tabelach zastosowano następujące oznaczenia:

- △ 00 wyrażony w stopniach krok zmiany kąta wyjścia promienia sejsmicznego ze źródła;
- △z wyrażony w metrach błąd "trafienia" promieniem w odbiornik;
- t<sub>TEM</sub> czas realizacji obliczeń na IBM PC/XT Turbo dla 9 punktów wzbudzenia i 9 punktów odbioru; podano godz., minuty i sekundy;
- n iloczyn n<sub>PS</sub> x n<sub>G</sub>, gdzie: n<sub>PS</sub> ilość punktów wzbudzenia, n<sub>G</sub> ilość punktów odbioru;

t<sub>max</sub> - maksymalny czas przebiegu fali w milisekundach;

t<sub>min</sub> - minimalny czas przebiegu fali w milisekundach;

- n1 ilość odbiorników, dla których nie udało się określić przy zadanych parametrach przetwarzania - czasów przebiegu;
- n\_k ilość odbiorników, dla których moduł błędu  $\delta$ t określenia czasu przebiegu fali - mierzonego względem czasu obliczonego dla  $\Delta \alpha t = 1^\circ$ ,  $\Delta z = 0,2 \text{ m} - \text{mieści się w przedziałach:}$ dla k = 2 0,001 ms <  $|\delta t| \leq 0,05 \text{ ms}$ dla k = 3 0,05 ms <  $|\delta t| \leq 0,10 \text{ ms}$ dla k = 4 0,10 ms <  $|\delta t| \leq 0,20 \text{ ms}$

Z. Kasina

Tabela 1

A									
Model pustki									
			Δac	$\Delta z$					
	1°	3°	5°	10°	0,4	0,6	1,0		
t <sub>IBM</sub>	1:32:28	0:50:01	0:39:34	0:29:01	1:29:04	1:27:59	1:36:53		
n	81	. 81	81	81	81	81	81		
tmax	40,84	39,46	39,36.	40,32	40,84	40,84	40,84		
t <sub>min</sub>	22,86	22,86	22,86	22,86	22,86	22,86	22,86		
n <sub>1</sub>	10	20	31	41	10	10	7		
n <sub>2</sub>	-	15	5	13	7	11	11		
<sup>n</sup> 3			1	-	-	3	13		
n <sub>4</sub>	-	-	1	-	-		4		
<sup>n</sup> 5	-	.2	3		1	2	2		
<sup>n</sup> 6	-	3	7	5	1		-		
∆t <sub>max</sub>		12,16	39,36	• 14,17	1.0,38	0,38	0,38		
∆t <sub>wzg1</sub>	5 - F	0,53	0,65	0,65	0,47	0,02	0,02		

Zestawienie wyników obliczeń dla modelu pustki

dla k = 5 0,20 ms < |St| < 1,0 ms

dla k = 6 1,0 ms < |St|

Δt<sub>max</sub> - moduł maksymalnego błędu δt;

 $\Delta t_{wzgl}$  - wartość stosunku:  $\Delta t_{max}/t_{min}$  ( $\Delta \alpha = 1^{\circ}$ ), gdzie  $t_{min}$  ( $\Delta \alpha = 1^{\circ}$ ) oznacza minimalny czas uzyskany dla parametru  $\Delta \alpha = 1^{\circ}$ .

#### Ta Zestawienie wyników obliczeń dla modelu uskoku

Model uskoku								
			A 00	Δz				
	10	3°	5°	10°	0,4	0,6	1,0	
t <sub>IBM</sub>	1:38:36	1:04:35	0:45:40	0:28:25	1:36:23	1:34:14	1:30:50	
n	81	81	81	81	81	81	81	
tmax	36,79	38,88	36,10	35,71	37,68	37,68	37,70	
t <sub>min</sub>	22,86	22,86	22,86	22,86	22,86	22,86	22,86	
<sup>n</sup> 1	4	11	26	38	3	3	3	
<sup>n</sup> 2	-	32	27	19	8	3	9	
n <sub>3</sub>		4	1	-	7	7.	12	
n <sub>4</sub>	-	3	2	1	2	5	13	
n <sub>5</sub>	-		1	2	-	-	9	
n <sub>6</sub>		3	2	2		-	=	
∆t <sub>max</sub>		4,44	4,44	2,10	0,13	.0,19	0,29	
∆t <sub>wzgl</sub>	-	0,19	0,19	0,09	0,01	0,01 ·	0,01	

Tabela 3

Wyniki	obliczeń	dla	przypadku	modelu	ośrodka	warstwowanego
--------	----------	-----	-----------	--------	---------	---------------

Model ośrodka warstwowanego								
		Δœ		Δz				
	1°	3°	5°	10°	0,4	0,6	1,0	
t <sub>IBM</sub>	1:17:03	0:55:01	0:58:38	0:50:56	1:15:24	1:14:47	1:14:07	
n	81	81	81	81	81	81 ·	81	
tmax	53,33	44,06	43,74	41,55	53,33	53,33	53,33	
tmin	18,81	18,70	18,70	18,70	18,81	18,81	• 18,77	
n <sub>1</sub>	5	9	12	20	5	4	4	
<sup>n</sup> 2	-	31	32	22	11	17	17	
<sup>n</sup> 3	-	4	3	3	6	· 9	10	
n <sub>4</sub>	-	3	4	5	-	3	5	
<sup>n</sup> 5	10	4	13	14	-	5	8	
n <sub>6</sub>	-		-	-	-	-	-	
Δt <sub>max</sub>		0,42	0,45	.0,48	0,08	0,28	0,50	
∆t <sub>wzgl</sub>	-	0,02	0,02	0,03	0,00 ·	0,01	0,03	

229

Tabela.2

#### 4. WNIOSKI

Analiza wyników obliczeń zawartych w przedstawionych tabelach skłania do sformułowania następujących wniosków:

- spośród rozważanych dwóch parametrów obliczeń (△∞i△z) tylko krok zmiany kątów wyjścia ze źródła wywiera istotny wpływ na czas obliczeń komputera (IBM PC/XT Turbo);
- dokładność "trafienia" promieniem sejsmicznym w punkt odbioru określona parametrem ∆ z wywiera niewielki wpływ - w zakresie rozważanych wartości
  na czas obliczeń i dokładność określania czasów przebiegu fali;
- wraz ze wzrostem kroku zmiany kąta wyjścia ze źródła obserwujemy istotny wzrost ilości odbiorników, dla których nie udaje się określić czasów przyjścia fali; jednocześnie ilość odbiorników, dla których względny błąd określenia czasów przebiegu przekracza 5%, jest niewielka;
- w przypadku ośrodków charakteryzujących się niezbyt dużymi kontrastami prędkości można stosować nieco większy krok zmiany kąta wyjścia; należy jednak pamiętać o odsunięciu brzegu siatki prostokątnej (w której węzłach zadajemy prędkości) od skrajnych położeń punktów odbioru.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Wacław Zuberek

Wpłynęło do redakcji w kwietniu 1988 r.

ИЗБРАННЫЕ АСПЕКТЫ ТОМОГРАФИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КРИВОЛИНЕЙНОГО СЕЙСМИЧЕСКОГО ЛУЧА

#### Резюме

Представлено основные принципы сейсмической томографии с использованием криволинейного сейсмическго луча. На этом фоне сделано анализ влияния избранных параметров обработки (шаг изменения угла выхода луча из источника, установлена точность "попадения" в точку приема) на эффективность программы томографии, включая точность решения прямой задачи, а также необходимое время вычислительной малины (IBM PC/XT Turbo).

Анализ основано на математическом моделировании, которое осуществлено для избранных сейсмогеологических моделей среды (модель сброса, модель "пустоты", модель горизонтально-слоистой среды).

Результаты анализа представлено в форме таблиц и графиков. Установлено существенное влияние шага изменения угла выхода луча из источника на необходимое время вычислительной машины, а также на плотность решения прямой задачи томографии.

#### Wybrane aspekty tomografii....

SELECTED ASPECTS OF TOMOGRAPHY WITH APPLICATION OF CURVILINEAR SEISMIC RAY

## Summary

The basic principles of tomography with application of curvilinear seismic ray have been presented. Against a background of these principles the analysis of the influence of selected processing parameters (the step of the change of the exit angle from the source, presumed accuracy of hitting receiver point) upon tomography program effectiveness has been performed, including the accuracy of direct task solution as well as computer time engaged (IBM PC/XT Turbo).

The analysis has been based on numerical modelling, realised for selected seismogeological medium models (the model of the fault, the model of "low velocity hole", the model of horizontal layered medium).

The results of the analysis have been presented in the form of tables and plotter graphs. It has been established that the step of the change of exit angle from the source substantially effect the computer time engaged as well as completeness of solution of direct tomography task.