

Michał Ferenc  
 Wydziałowe Laboratorium  
 Miernictwa i Automatyki  
 Procesów Energetycznych

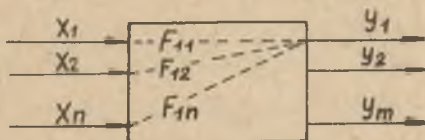
## IDENTYFIKACJA WIELOMIERNYCH OBIEKTÓW REGULACJI METODA KOLEJNYCH WYMUSZEN

**Streszczenie:** W artykule przedstawiono metodę identyfikacji wieloramiennych obiektów regulacji opartą na stosowaniu wymuszeń zdeterminowanych.

Metoda ta różni się od klasycznej metody identyfikacji tym, że nie wymaga stabilizacji nie badanych w danej chwili wejść; jest to jej główna zaleta. W czasie przeprowadzania pomiaru mogą być zmienne wszystkie mierzalne sygnały wejściowe i wyjściowe, przy czym wszystkie te sygnały muszą być rejestrowane. Ułożono równania wiążące operatorowe lub widmowe funkcje przenoszenia obiektu z funkcjami określającymi przebieg sygnałów wejściowych i wyjściowych. Do wykonania obliczeń wymagane jest stosowanie maszyn cyfrowych. Dokładność metody jest nieco mniejsza w porównaniu z klasyczną metodą identyfikacji.

### Wstęp

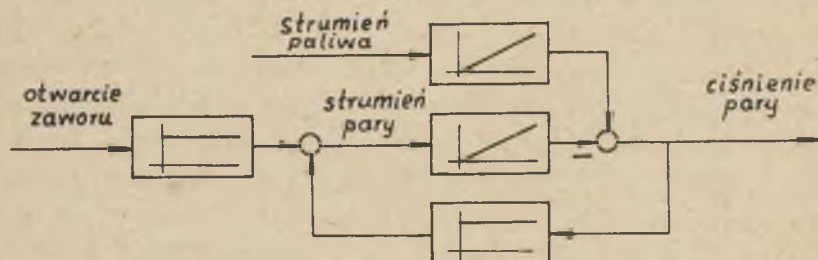
Niech wielomierne obiekt regulacji posiada  $n$  sygnałów wejściowych  $x_1, x_2, \dots, x_n$  oraz  $m$  sygnałów wyjściowych  $y_1, y_2, \dots, y_m$  (rys. 1).



Rys. 1. Sygnały wejściowe i wyjściowe w obiekcie wielomiernym

Klasyczna metoda identyfikacji obiektu wielomiernego polega na wywołaniu zdeterminowanej zmiany tylko jednego z sygnałów wejściowych i przeprowadzeniu pomiaru przebiegu w czasie wszy-

stkich sygnałów wyjściowych. Pozostałe sygnały wejściowe muszą być stabilizowane. W oparciu o zmierzone charakterystyki czasowe wyznacza się transmitancje obiektu. Istnieje wiele obiektów przemysłowych, w których nie można przeprowadzić stabilizacji niebadanych w danej chwili wejść. Takim obiektem jest np kocioł parowy. Skokowe zwiększenie ilości podawanego paliwa spowoduje wzrost ciśnienia pary w kotle. Wzrost ciśnienia pary przy zachowaniu stałego otwarcia zaworów na rurociągu odprowadzającym parę z kotła spowoduje wzrost natężenia przepływu pary. Natężenie przepływu pary jest jednym z sygnałów wejściowych oddziałujących na ciśnienie pary w kotle (rys. 2).



Rys. 2. Uproszczony schemat blokowy parownika kotła parowego

### Zasadnicze równania metody kolejnych wymuszeń

Sygnał wyjściowy  $y_k(s)$ , ( $k = 1, 2, \dots, m$ ) w obiekcie liniowym związany jest z sygnałami wejściowymi  $x_1(s)$ , ( $i = 1, 2, \dots, \dots, n$ ) następującym równaniem operatorowym:

$$y_k(s) = \sum_{i=1}^n F_{ki}(s) x_i(s) \quad (1)$$

gdzie  $F_{ki}(s)$  są operatorowymi funkcjami przenoszenia.

Wstawiając do równania (1)  $s = j\omega$ , gdzie  $j = \sqrt{-1}$  otrzymuje się dwa równania, wiążące współrzędne widmowych funkcji

przenoszenia  $F_{k1}(j\omega)$  z współrzędnymi charakterystyk częstotliwościowych odpowiadających sygnałom  $x_1(j\omega)$  i  $y_k(j\omega)$ .

$$\operatorname{Re} \hat{y}_{k1} = \sum_{i=1}^n \left[ (\operatorname{Re} \hat{x}_{i1})(\operatorname{Re} \hat{F}_{k1}) - (\operatorname{Im} \hat{x}_{i1})(\operatorname{Im} \hat{F}_{k1}) \right]$$

$$\operatorname{Im} \hat{y}_{k1} = \sum_{i=1}^n \left[ (\operatorname{Im} \hat{x}_{i1})(\operatorname{Re} \hat{F}_{k1}) + (\operatorname{Re} \hat{x}_{i1})(\operatorname{Im} \hat{F}_{k1}) \right]$$
(2)

gdzie  $l$  oznacza numer pomiaru,  $l = 1, 2, \dots, n$ .

W równaniach (1), (2), jako niewiadome występują operatorowe funkcje przenoszenia  $F_{k1}(s)$  bądź współrzędne widmowych funkcji przenoszenia  $F_{k1}(j\omega)$ . Funkcje widmowe oznaczono przez postawienie nad symbolem funkcji znaku  $\wedge$ , np.  $\operatorname{Re} \hat{y}_{k1} = \operatorname{Re} y_{k1}(j\omega)$ . W klasycznej metodzie pomiaru tylko jeden sygnał wejściowy podlega zmianie, a pozostałe sygnały wejściowe pozostają stałe, czyli ich przyrosty są równe zeru. W tym przypadku równania (1), (2) sprowadzają się do równań z jedną niewiadomą. Natomiast w przypadku równoczesnej zmiany wszystkich sygnałów wejściowych w każdym z tych równań występuje  $n$  niewiadomych, tzn. tyle, ile jest sygnałów wejściowych. W celu wyznaczenia tych niewiadomych należy ułożyć dodatkowe równania tak, żeby ilość równań była równa ilości wyznaczanych operatorowych funkcji przenoszenia.

W tym celu należy wielokrotnie powtarzać pomiary wszystkich sygnałów wejściowych i wyjściowych, zmieniając za każdym razem miejsce wprowadzania wymuszenia. Dzięki temu uzyskuje się niepowtarzalność przebiegów sygnałów wejściowych w każdym z poszczególnych doświadczeń, a więc niepowtarzalność współczynników występujących w równaniach (1), (2).

Współczynniki występujące w układzie równań (2) można wyznaczyć przez przeprowadzenie pomiarów przy wymuszeniu okresowym powtarzalnym (badania częstotliwościowe), jak również przy wymuszeniu jednorazowym (pomiar charakterystyk czasowych).

W praktyce najczęściej są stosowane pomiary charakterystyk czasowych (95% w stosunku do wszystkich badań dynamicznych)



głównie ze względu na krótki czas trwania pomiarów i prostotę aparatury używanej do badań (głównie rejestratory).

Przejdźcie z charakterystyki czasowej na współrzędne charakterystyki częstotliwościowej

Zgodnie z definicją przekształcenia Laplace a-Carsona możemy napisać:

$$y(s) - y(\infty) = s \int_0^{\infty} [y(t) - y(\infty)] e^{-st} dt$$

Wstawiając  $s = j\omega$  otrzymamy:

$$y(j\omega) = y(\infty) + j\omega \int_0^{\infty} [y(t) - y(\infty)] e^{-j\omega t} dt$$

Zgodnie z wzorem Eulera funkcję  $e^{-j\omega t}$  można wyrazić przy pomocy funkcji trygonometrycznych

$$e^{-j\omega t} = \cos \omega t - j \sin \omega t$$

W wyniku dalszych przekształceń otrzymuje się następujące wzory na obliczenia współrzędnych  $\text{Re } \hat{y}$ ,  $\text{Im } \hat{y}$  odpowiadających charakterystyce czasowej  $y(t)$ .

$$\text{Re } \hat{y} = y(\infty) + \omega \int_0^{\infty} [y(t) - y(\infty)] \sin \omega t dt \quad (3)$$

$$\text{Im } \hat{y} = \omega \int_0^{\infty} [y(t) - y(\infty)] \cos \omega t dt \quad (4)$$

Całki występujące w wzorach (3), (4) można z wystarczającą dla praktyki dokładnością obliczać numeryczną metodą Gaussa opartą na 16 węzłach. Wzór kwadratur Gaussa dla funkcji  $f(t)$  ma postać:

$$I = \int_0^T f(t) dt = \frac{1}{2} T \sum_{i=1}^N v_i f(t_i) \quad (5)$$

gdzie:

$T$  - oznacza górną granicę całkowania

$N$  - ilość węzłów

$$t_i = \frac{1}{2} T (1 + g_i)$$

$g_i, v_i$  - współczynniki podawane w tablicach.

Dla  $N = 16$  węzłów współczynniki  $g_i, v_i$  przyjmują wartości podane w tabelicy 1.

Tablica 1

1	$g_i$	$v_i$
1 16	$\bar{+}$ 0.09501 25098	0.18945 06105
2 15	$\bar{+}$ 0.28160 35508	0.18260 34150
3 14	$\bar{+}$ 0.45801 67777	0.16915 65194
4 13	$\bar{+}$ 0.62787 62444	0.14959 59888
5 12	$\bar{+}$ 0.75540 44084	0.12462 89713
6 11	$\bar{+}$ 0.86563 12024	0.09515 85117
7 10	$\bar{+}$ 0.94457 50231	0.06225 35239
8 9	$\bar{+}$ 0.98940 09350	0.02715 24594

Dostosowując wzór kwadratur Gaussa do obliczania całek (3) i (4) otrzymamy:

$$\operatorname{Re} \hat{y} = y(\infty) + \frac{1}{2} \omega T \sum_{i=1}^N v_i [y(t_i) - y(\infty) \sin \omega t_i] \quad (5)$$

$$\operatorname{Im} y = \frac{1}{2} \omega T \sum_{i=1}^N v_i [y(t_i) - y(\infty)] \cos \omega t_i \quad (6)$$

Metoda numeryczna Gaussa zastosowana do obliczania całek (3) i (4) daje dokładne wyniki dla częstotliwości  $\omega < \frac{\pi N}{T}$ . Zakres częstotliwości można rozszerzyć dzieląc przedział całkowania  $[0, T]$  na pewną ilość mniejszych przedziałów z zachowaniem tej samej liczby węzłów w każdym mniejszym przedziale. Wymaga to określenia dodatkowej liczby rzędnych charakterystyki czasowej. Te dodatkowe rzędne można obliczyć z wielomianu interpolacyjnego Lagrange'a, opartego na pierwotnie wyznaczonych rzędnych. Wszystkie obliczenia będą wykonywane na maszynie cyfrowej. Kosztem nieznacznego wydłużenia czasu liczenia można znacznie skrócić czas przygotowania danych.

#### Przykład obliczeń

Dla zorientowania się, jaka jest dokładność proponowanej metody identyfikacji, przeprowadzono obliczenia dla obiektu posiadającego dwa sygnały wejściowe (rys. 3). Obiekt ten posiada zewnętrzne sprzężenia wrotne. Identyfikacji podlegają operatorowe funkcje przenoszenia  $F_{11}$ ,  $F_{12}$ ,  $F_{21}$ ,  $F_{22}$ . Dla założonych funkcji przenoszenia

$$F_{11}(s) = \frac{1.5}{0.5s + 1}$$

$$F_{12}(s) = 0$$

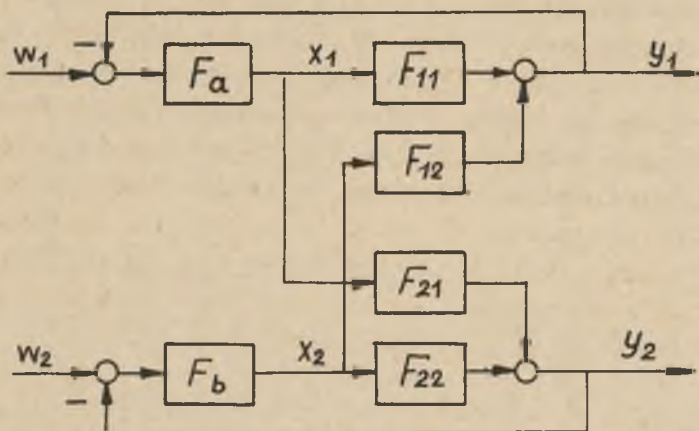
$$F_{21} = \frac{-1}{0.5s + 1}$$

$$F_{22} = \frac{1}{s}$$

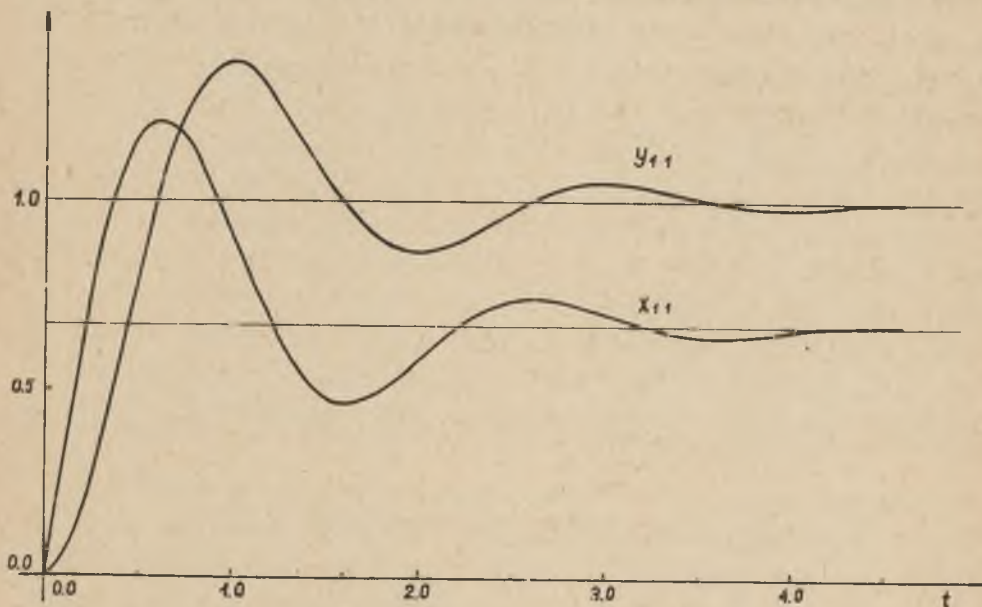
$$F_a = \frac{s^2 + 1}{s} \frac{1}{s}$$

$$F_b = 4$$

obliczono przebiegi sygnałów  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $y_1$ ,  $y_2$ .

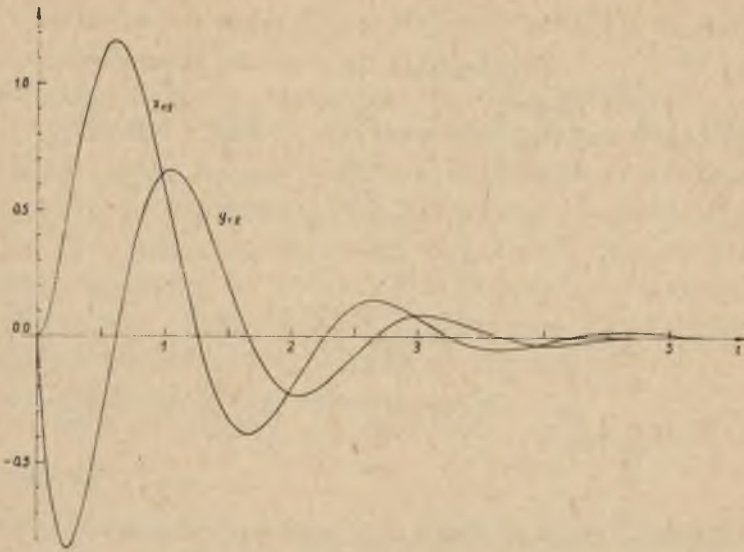


Rys. 3. Schemat blokowy dwuramiennego obiektu wraz z dwoma obwodami regulacji

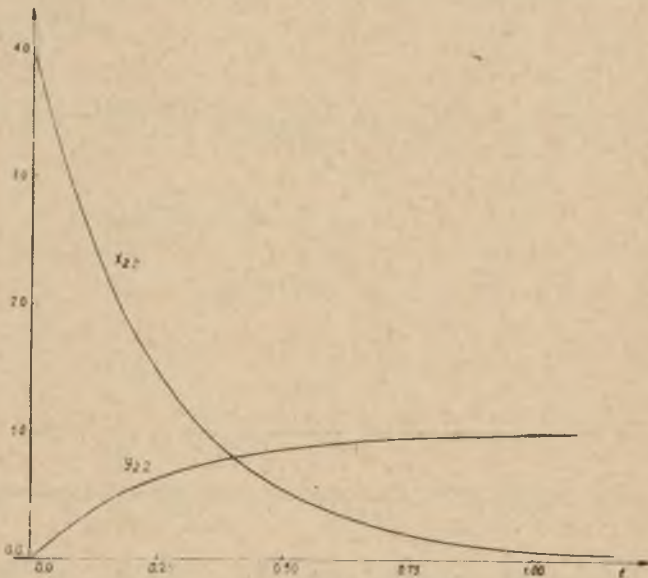


Rys. 4. Przebiegi czasowe sygnałów  $x_{11}$  i  $y_{11}$  w pierwszym doświadczeniu





Rys. 5a. Przebiegi czasowe sygnałów  $x_{12}$ ,  $x_{22}$ ,  $y_{12}$ ,  $y_{22}$  w drugim doświadczeniu



Rys. 5b. Przebiegi czasowe sygnałów  $x_{12}$ ,  $x_{22}$ ,  $y_{12}$ ,  $y_{22}$  w drugim doświadczeniu



W pierwszym doświadczeniu wprowadzono wymuszenia przez zmianę sygnału  $w_1 = 1(t)$ , a uzyskane przebiegi czasowe sygnałów przedstawiono na rys. 4. W drugim pomiarze wprowadzono wymuszenie przez zmianę sygnału  $w_2 = 1(t)$ , a uzyskane przebiegi czasowe przedstawiono na rys. 5.

Z wykresów przedstawionych na rys. 4 i rys. 5 odczytano rzędne, zestawione w tabelicy 2. Do obliczeń wzięto rzędne z dokładnością dwóch miejsc po przecinku (minimalny błąd względny około 1%).

Tabelica 2

1	t	$x_{11}$	$y_{11}$	$y_{12}$	t	$x_{12}$	t	$x_{22}$	$y_{22}$
1	0,030	0.11	0.00	0.22	0.032	0.01	0.010	3.85	0.04
2	0.155	0.54	0.12	-0.74	0.166	0.28	0.050	3.28	0.18
3	0.376	1.09	0.54	-0.65	0.403	0.93	0.121	2.47	0.38
4	0.685	1.25	1.14	0.19	0.734	1.10	0.220	1.66	0.59
5	1.070	0.82	1.36	0.56	1.146	0.25	0.344	1.01	0.75
6	1.518	0.45	1.06	0.19	1.626	-0.38	0.488	0.57	0.86
7	2.012	0.58	0.86	-0.23	2.155	-0.08	0.647	0.30	0.92
8	2.534	0.75	0.98	-0.06	2.715	0.14	0.814	0.15	0.96
9	3.066	0.69	1.05	0.09	3.285	-0.01	0.986	0.08	0.98
10	3.588	0.64	1.00	0.01	3.845	-0.04	1.153	0.04	0.99
11	4.082	0.66	0.98	-0.03	4.374	0.01	1.312	0.02	0.99
12	4.530	0.68	1.00	-0.01	4.854	0.02	1.456	0.01	1.00
13	4.945	0.57	1.01	0.01	5.266	-0.03	1.580	0.01	1.00
14	5.224	0.67	1.01	0.01	5.597	-0.01	1.679	0.00	1.00
15	5.445	0.66	1.00	0.01	5.834	-0.01	1.750	0.00	1.00
16	5.570	0.66	1.00	0.00	5.968	-0.00	1.790	0.00	1.00

Następnie w oparciu o podane wzory (5) i (6) obliczono na maszynie cyfrowej ODRA 1013 współrzędne charakterystyk częstotliwościowych odpowiadających danym przebiegom czasowym. Niektóre wyniki obliczeń zestawiono w tabelicy 3.

Błąd współrzędnych charakterystyki częstotliwościowej obliczono jako różnicę między wartością dokładną a wartością przybliżoną otrzymaną z wzorów (5) i (6).

Tablica 3

$\omega$	$\text{Re } \hat{x}_{11}$	$\text{Re } \hat{x}_{11}$	$\text{Im } \hat{x}_{11}$	$\text{Im } \hat{x}_{11}$
0.01	0.6667	+0.0000	0.0021	+0.0000
0.1	0.6678	-0.0001	0.0212	-0.0001
1.0	0.7778	-0.0008	0.2094	+0.0003
3.0	1.9767	+0.0237	-0.5880	+0.0017
10.0	0.0054	+0.0034	-0.3995	-0.0049
50.0	-0.0002	+0.0002	-0.0723	-0.0005

Tablica 4

$\omega$	$F_{11}$		$F_{12}$	
	Re	Im	Re	Im
0.01	1.4999	-0.0075	0.0000	0.0000
0.1	1.4966	-0.0750	0.0000	0.0000
1.0	1.1959	-0.5912	0.0000	0.0000
3.0	0.4683	-0.7019	0.0000	0.0000
10.0	0.0968	-0.2562	0.0000	0.0000
50.0	-0.0529	-0.1017	0.0000	0.0000

Tablica 5

$\omega$	$F_{21}$		$F_{22}$	
	Re	Im	Re	Im
0.01	-0.9943	0.0049	-0.0025	-100.1101
0.1	-0.9924	0.0488	-0.0026	- 10.0101
1.0	-0.7925	0.3900	-0.0020	- 0.9994
3.0	-0.2982	0.4730	0.0015	- 0.3317
10.0	-0.0383	0.1880	-0.0042	- 0.1049
50.0	-0.0028	0.0407	0.0021	- 0.0203

Końcowe punkty charakterystyki częstotliwościowej dla  $\omega \geq 6.5$  obliczono stosując interpolację wielomianem Lagrange'a. Następnie, przez rozwiązanie układów równań (2) obliczono współrzędne charakterystyk częstotliwościowych obiektu. Wyniki zestawiono w tabelicy 4 i 5.

Przejścia z charakterystyki częstotliwościowej na operatorową funkcję przenoszenia dokonano metodą najmniejszych kwadratów [3]. Do obliczeń wzięto 4 punkty charakterystyki częstotliwościowej (dla  $w = 0.01, 0.1, 1.0, 3.0$ ). W wyniku otrzymano następujące wzory na operatorowe funkcje przenoszenia obiektu:

$$(F_{11})_{obl} = \frac{1.5022}{0.4988 s + 1}$$

$$(F_{12})_{obl} = 0$$

$$(F_{21})_{obl} = - \frac{0.9931}{0.5013 s + 1}$$

$$(F_{22})_{obl} = \frac{0.9991}{s}$$

Obliczone operatorowe funkcje przenoszenia mało różnią się od funkcji założonych. Przykład ten świadczy o tym, że dokładność omówionej metody identyfikacji jest wystarczająca dla praktyki.

#### LITERATURA

- [1] DEMIDOWICZ B.P., MORON L.A. - Metody numeryczne część I PWN Warszawa 1965.
- [2] GRACZYK Cz., FERENC M. - Wyznaczanie dynamicznych własności złożonych obiektów regulacji metodą kolejnych wymuszeń PAK nr 9/1968.
- [3] KARDASZOW A.A., KARNIUSZIN Ł.W. - Opredielenije parametrov sistemy po eksperimentalnym (zadannym) osastocznym charakteristikom. Awtomatika i Telemekhanika t. XIX 1958 nr 4
- [4] NIELSEN K.L. - Methods in numerical analysis, The Macmillan Company. New York 1965.
- [5] Nowoczesne metody numeryczne opracowane przez National Physical Laboratory Teddington, Middlesex. PWN Warszawa 1965.
- [6] SENF B, STROBEL - Ver fahren zur Bestimmung von Übertragungsfunktionen linearer Systeme aus gemessenen Werten des Frequenzgangs. Messen, Steuern, Regeln 1961 nr 10.



- [7] SZYPER M., KRZYWORZEKA P. - Deterministyczne (klasyczne) metody identyfikacji. PAK 1967 nr 10.
- [8] WĘGRZYN S. - Podstawy automatyki. PWN Warszawa 1963.
- [9] WĘGRZYN S. - Rachunek operatorowy. PWN Warszawa 1960.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ МНОГОМЕРНЫХ ОБЪЕКТОВ РЕГУЛЯЦИИ  
МЕТОДОМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

С о д е р ж а н и е

В статье представлена метода идентификации многомерных объектов регуляции основанная на применении сдeterminированных возмущений. Этот метод отличается от классического метода идентификации тем, что не требует стабилизации не испытываемых в данном моменте входов; это является главным достоинством метода. Во время совершения эксперимента могут сменяться все измеряемые входные и выходные сигналы, которые должны быть зарегистрированы. Составлено уравнения, связывающие операторные или видимые передаточные функции исследуемого объекта с функциями описывающими входные и выходные сигналы. Для выполнения вычислений нужно применять электронические цифровые машины. Точность метода несколько меньше в сравнении с классическим методом.



THE ARTICLE PRESENTS A METHOD OF IDENTIFICATION OF OBJECTS OF MULTIPLE REGULATED LABILITIES, BASED ON THE EMPLOYMENT OF DETERMINED FORCING

S u m m a r y

The method differs from the classical method of identification in not requiring a stabilization of the inputs which are not being examined; it is the chief advantage of the method.

While the measurement is being carried out, all measurable input and output signals may be labile; all these signals must however, be registred. Equations have been set to link operative or spectral transmittance with the functions stating the progress of the input and output signals. Computers are necessary to do the calculation. The method is slightly less accurate than the classical one.