

Andrzej Gdula  
Wydziałowe Laboratorium  
Miernictwa i Automatyki  
Procesów Energetycznych

## WŁAŚCIWOŚCI DYNAMICZNE POMPY WIROWEJ W PRZYPADKU REGULACJI WYDAJNOŚCI PRZEZ ZMIANĘ LICZBY OBROTÓW

**Streszczenie:** W pracy wyznaczono teoretycznie właściwości dynamiczne pompy wirowej w przypadku regulacji wydajności pompy przez zmianę prędkości obrotów. Zagadnienie rozwiązania dla napędu pompy silnikiem elektrycznym sterowanym od strony wirnika oraz w przypadku napędu pompy przez turbinę parową. Podano transmitancje oraz przedstawiono schematy blokowe.

### 1. Wstęp

W urządzeniach przemysłowych stosuje się dwa sposoby regulacji wydajności pomp wirowych:

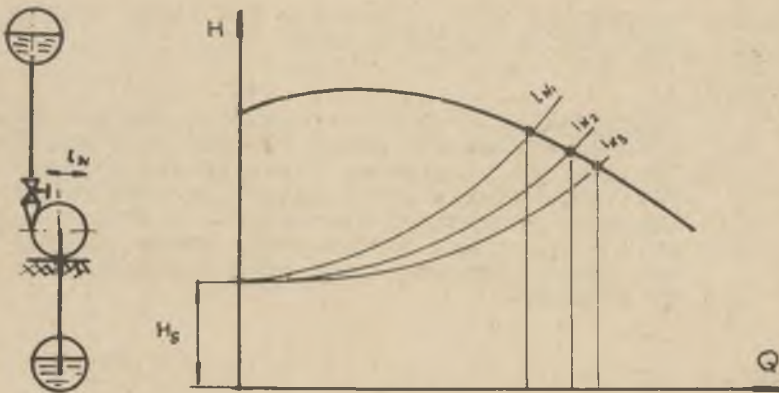
- regulacja wydajności przez dławienie na zaworze tłocznym przy stałych obrotach pompy,
- regulacja wydajności przez zmianę obrotów pompy.

Przedstawione sposoby regulacji wydajności pompy wykazują przeciwstawne wady i zalety.

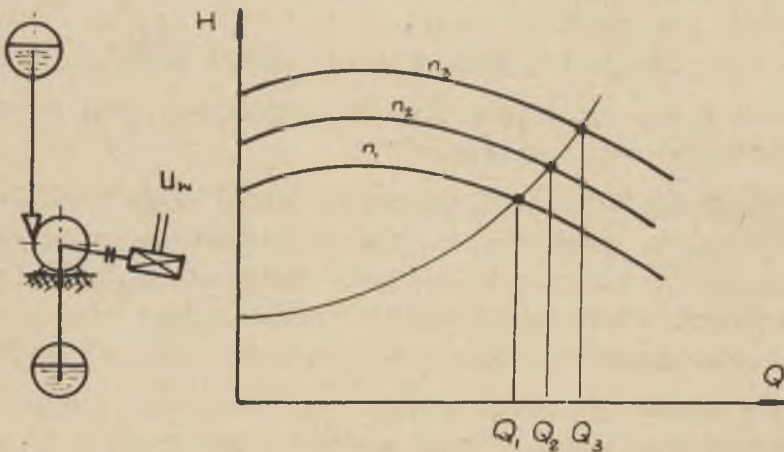
- Zaletą układu regulacji wydajności pompy przez dławienie są niskie koszty inwestycyjne silnika napędowego, wadą wysokie koszty eksploatacyjne spowodowane bezużytecznymi stratami energii przy dławieniu na zaworze regulacyjnym oraz szybkie zmiany sprawności pompy towarzyszące zmianom wydajności.
- Zaletą układu pompowego z regulacją wydajności przez zmiany prędkości obrotowej to brak zaworów regulacyjnych i związanych z tym energetycznych strat dławienia oraz znacznie wolniejsze zmiany sprawności pompy towarzyszące zmianom wydaj-

ności, wadą w/w układu pompowego jest znacznie wyższy w porównaniu ze stałobrotowym koszt inwestycyjny zmiennobrotowego silnika napędowego.

W niektórych obiektach przemysłowych przy znacznych i częstych wahaniami ciśnień w zbiornikach zasilanym lub zasilającym



Rys. 1. Schemat oraz charakterystyki układu regulacji pompy przez dławienie na tłoczeniu



Rys. 2. Schemat oraz charakterystyka układu regulacji pompy przez zmianę liczby obrotów

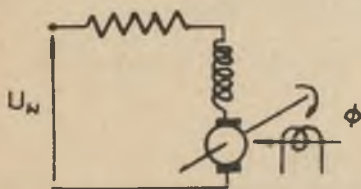
oym układu pompowego zapewnienie wymaganej jakości regulacji wydajności pompy jest możliwe tylko przez zastosowanie automatycznej regulacji.

Zaprojektowanie układu automatycznej regulacji wymaga dokładnej znajomości dynamiki regulowanego obiektu. W przypadku regulacji wydajności pompy przez dławienie na tłoczeniu, układ pompowy stanowi łatwy w regulacji obiekt inercyjny pierwszego rzędu o stałej czasowej wzrastającej z długością rurociągu oraz malejącej ze wzrostem nachylenia charakterystyki pompy i rurociągu.

W przypadku regulacji wydajności przez zmianę liczby obrotów, z uwagi na wpływ inercji silnika napędowego, układ pompowy będzie stanowił znacznie trudniejszy w regulacji obiekt z inercją wyższego rzędu.

## 2. Właściwości dynamiczne układu pompowego napędzanego silnikiem elektrycznym prądu stałego sterowanym od strony wirnika

Rysunek 3 przedstawia schemat silnika elektrycznego sterowanego od strony wirnika.



Rys. 3. Schemat silnika elektrycznego

Równanie napięć w obwodzie wirnika silnika przedstawia się:

$$\Delta U_w = \Delta iR + L \frac{d \Delta i}{dt} + k_e \varnothing \Delta \omega \quad (1)$$

gdzie:

$U_w$  - napięcie sterujące [V]

$i$  - napięcie prądu w obwodzie wirnika [A]

$L$  - indukcyjność wirnika [H]

$k_e$  - współczynnik stały

$\varnothing$  - strumień wbudzenia [Mx]

$R$  - oporność czynna obwodu wirnika [ $\Omega$ ]

$\omega$  - prędkość kątowa wirnika [1/sek]

po transformacji Laplace'a

$$\Delta U_w = \Delta i R + L \Delta i s + k_e \vartheta \Delta \omega \quad (2)$$

Przy założeniu stałej wartości strumienia wzbudzenia  $\vartheta$  moment elektromagnetyczny silnika jest proporcjonalny do natężenia prądu w obwodzie wzbudzenia.

Równanie momentów działających na wirnik ma postać:

$$K_m \vartheta \Delta i = J \frac{d\Delta \omega}{dt} + B \Delta \omega + \Delta M_{ob} \quad (3)$$

gdzie:

$J$  - moment bezwładności wirnika silnika elektrycznego sprzęgła oraz wirnika pompy wraz z zawartą w nim cieczą [kg m<sup>2</sup>]

$B$  - współczynnik tarcia silnika [KG m sek]

$K_m$  - współczynnik straty

po transformacji Laplace'a

$$K_m \vartheta \Delta i = J s \Delta \omega + B \Delta \omega + \Delta M_{ob} \quad (4)$$

wstawiając (4) do (2) otrzymuje się:

$$\Delta \omega = \frac{K_1}{T_1 s^2 + T_2 s + 1} \Delta U_w - \frac{K_2 (T_3 s + 1)}{T_1 s^2 + T_2 s + 1} \Delta M_{ob} \quad (5)$$

gdzie:

$$K_1 = \frac{K_m \vartheta}{RB + K_m K_e \vartheta} \left[ \frac{V}{sek} \right];$$

$$K_2 = \frac{R}{RB + K_m K_e \vartheta^2} \left[ \frac{1}{KG m sek} \right]$$

$$T_1 = \frac{LJ}{RB + K_m K_e \varrho^2} [\text{sek}^2]; \quad T_2 = \frac{RJ + LB}{RB + K_e K_m \varrho^2} [\text{sek}]$$

$$T_3 = \frac{I}{R} [\text{sek}]$$

Ponieważ moment obciążenia

$$M_{ob} = K_N \frac{N_{ef}}{\omega} \quad (6)$$

$$N_{ef} = \frac{Q \cdot H \cdot \gamma}{\eta \cdot 102} \quad (7)$$

gdzie:

$N_{ef}$  - moc efektywna podawana na wał pompy [KW]

$K_N$  - współczynnik stały

$Q$  - wydajność pompy [m<sup>3</sup>/sek]

$H$  - wysokość podnoszenia pompy [m]

$\gamma$  - ciężar właściwy transportowanej cieczy [KG/m<sup>3</sup>]

$\eta$  - sprawność ogólna pompy

wstawiając (7) do (6) otrzymuje się:

$$\Delta M_{ob} = K_N \frac{Q \cdot H \cdot \gamma}{\eta \cdot 102} = f_1(Q, H, \omega) \quad (8)$$

w zakresie małych odchyleń

$$\Delta M_{ob} = \frac{\partial f_1}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial f_1}{\partial Q} \Delta Q + \frac{\partial f_1}{\partial H} \Delta H \quad (9)$$

lub

$$\Delta M_{ob} = K_{11} \Delta \omega + K_{21} \Delta Q + K_{31} \Delta H \quad (10)$$

gdzie:

$$K_{11} = - \frac{Q H j}{\gamma_0 \omega^2} \text{ [KG} \cdot \text{sek]}$$

$$K_{21} = \frac{H j}{\gamma_0 \omega} \text{ [} \frac{\text{KG} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2} \text{]}$$

$$K_{31} = \frac{Q j}{\gamma_0 \omega} \text{ [KG]}$$

Wysokość podnoszenia pompy H

$$H = f_2 (\omega, Q) \quad (11)$$

Stąd w zakresie małych odchyleń

$$\Delta H = \frac{\partial f_2}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial f_2}{\partial Q} \Delta Q \quad (12)$$

lub

$$\Delta H = k_4 \Delta \omega + k_5 \Delta Q \quad (13)$$

gdzie:

$$k_4 = \left( \frac{\partial H}{\partial \omega} \right)_Q = \text{const} \text{ [m} \cdot \text{sek]}$$

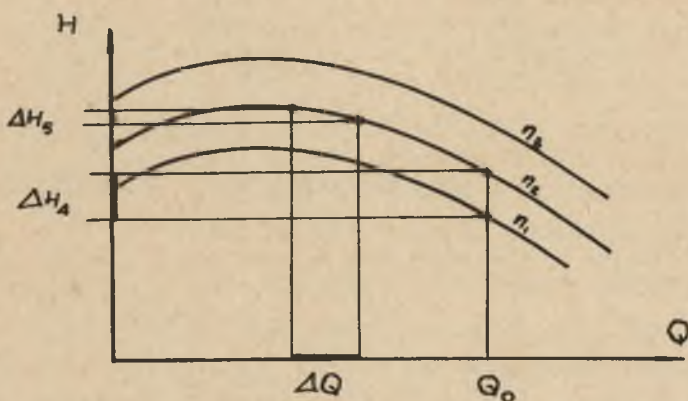
$$k_5 = \left( \frac{\partial H}{\partial Q} \right)_\omega = \text{const} \text{ [} \frac{\text{sek}}{\text{m}^2} \text{]}$$

$$n = 2\pi\omega$$

Wartości pochodnych cząstkowych można wyznaczyć na podstawie doświadczalnie wyznaczonej kompletnej charakterystyki pompy gdzie:

$$K_4 = \left( \frac{2 \pi \Delta H_4}{n_2 - n_1} \right) Q_0 = \text{const}$$

$$K_5 = \left( -\frac{\Delta H_2}{\Delta Q} \right)_{n_2} = \text{const}$$



Rys. 4. Graficzne wyznaczenie współczynników  $K_4$ ,  $K_5$

Równanie równowagi sił działających na przepływającą przez pompę i rurociąg, olecz przedstawia się w następującej postaci:

$$H = H_s + H_r + \frac{L}{Fg} \frac{dQ}{d\tau} \quad (14)$$

Ponieważ równanie oporów przepływu przez rurociąg jest w przybliżeniu równaniem paraboli

$$H_r = CQ^2 \quad (15)$$

wstawiając (15) - (14) otrzymuje się:

$$H = H_s + CQ^2 + \frac{L}{Fg} \frac{dQ}{dt} \quad (16)$$

po linearyzacji oraz transformacji Laplace'a

$$\Delta H = \Delta H_s + (2CQ) \Delta Q + \frac{L}{Fg} s \Delta Q \quad (17)$$

stąd:

$$\Delta Q = \frac{\frac{1}{2CQ}}{\frac{L}{2CQFg} s + 1} \Delta H - \frac{\frac{1}{2CQ}}{\frac{L}{2CQFg} s + 1} \Delta H_s \quad (18)$$

gdzie:

$g$  - przyspieszenie ziemskie [m/sek<sup>2</sup>]

$H_r$  - opory przepływu przez rurociąg [m]

$H_s$  - statyczna wysokość podnoszenia [m]

$F$  - powierzchnia przekroju rurociągu [m<sup>2</sup>]

$L$  - długość rurociągu [m]

$C$  - współczynnik równania oporów przepływu  $\frac{\text{sek}^2}{\text{m}^5}$  przez rurociąg.

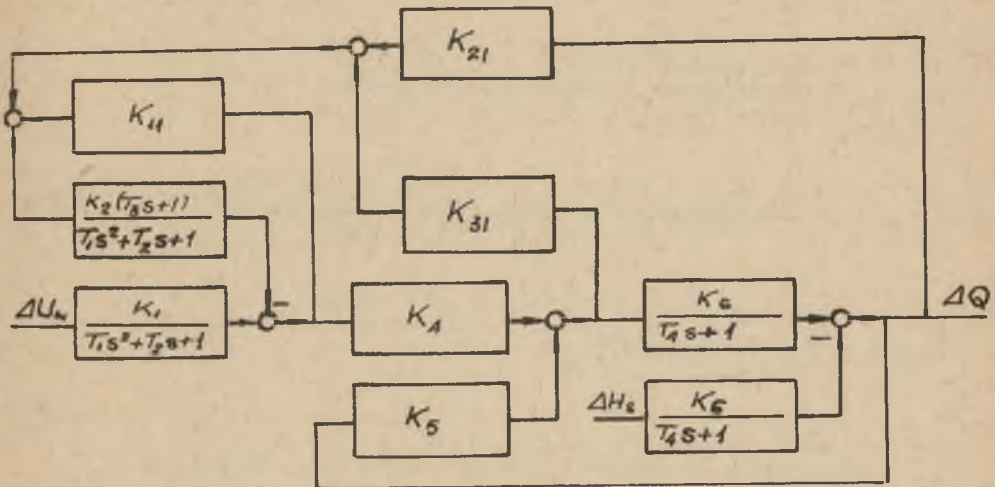
Podstawiając:

$$K_6 = \frac{1}{2CQ} \left[ \frac{\text{m}^2}{\text{sek}} \right] \quad T_4 = \frac{L}{2CQFg} \quad [\text{sek}]$$

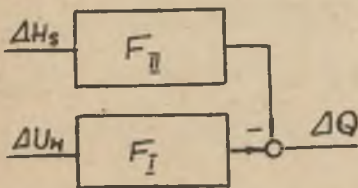
$$\Delta Q = \frac{K_6}{T_4 s + 1} \Delta H + \frac{K_6}{T_4 s + 1} \Delta H_s \quad (19)$$

Na podstawie równań (5) (10) (13) (18) otrzymuje się przedstawiony na rys. 5 schemat blokowy układu pompowego.





Rys. 5. Schemat blokowy układu pompowego w przypadku regulacji wydajności przez zmianę liczby obrotów napędzanego silnikiem elektrycznym



Po uproszczeniu schematu otrzymuje się:

gdzie:

$$F_I = \frac{K_I}{T_I s^3 + T_{II} s^2 + T_{III} s + 1}$$

Rys. 6. Uproszczony schemat blokowy pompy

$$F_{II} = \frac{K_{II}(T_{IV} s^2 + T_V s + 1)}{T_I s^3 + T_{II} s^2 + T_{III} s + 1}$$

$$K_I = \frac{K_1 K_6 K_4}{(1 + K_6 K_5)(K_2 K_{11} + 1) + K_2 K_4 (K_6 K_{21} + K_{31})}$$

$$K_{II} = \frac{K_6 [1 + K_2 (K_{11} + K_4 K_{31})]}{(1 + K_6 K_5)(K_2 K_{11} + 1) + K_2 K_4 (K_6 K_{21} + K_{31})}$$

$$T_I = \frac{T_4 T_1}{(1+K_6 K_5)(K_2 K_{11}+1)+K_2 K_4 (K_6 K_{21}+K_{31})}$$

$$T_{II} = \frac{T_1+T_4 T_2 - K_6 K_5 T_1 + K_2 (K_4 K_{31} + K_{11}) T_3 T_4}{(1+K_6 K_5)(K_2 K_{11}+1)+K_2 K_4 (K_6 K_{21}+K_{31})}$$

$$T_{III} = \frac{T_4+T_2 - K_6 K_5 T_2 + K_2 (K_4 K_{31} + K_{11}) (T_3+T_4) + K_6 K_2 T_3 (K_4 K_{21} - K_5 K_{11})}{(1+K_6 K_5)(K_2 K_{11}+1)+K_2 K_4 (K_6 K_{21}+K_{31})}$$

$$T_{IV} = \frac{T_1}{1 + K_2 (K_{11} + K_4 K_{31})}$$

$$T_V = \frac{T_2 + K_6 K_2 T_5 [1 + K_2 (K_{11} + K_4 K_{31})]}{1 + K_2 (K_{11} + K_4 K_{31})}$$

### 3. Właściwości dynamiczne pompy napędzanej turbiną parową

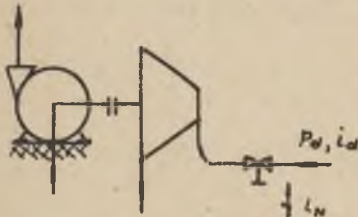
Na rys. 7 przedstawiono schemat turbopompy.

Z równania momentów działających na wirnik turbiny

$$\Delta M_{nop} = J \frac{d\Delta\omega}{dt} + B_t \Delta\omega + \Delta M_{ob} \quad (20)$$

gdzie:

- $M_{nop}$  - moment napędowy [KG m]
- $J$  - moment bezwładności wirnika turbiny i pompy wraz z zawartą w nim cieczą [kg m<sup>2</sup>]
- $R_t$  - opory tarcia w turbince [KG m sek]



Rys. 7. Schemat turbopompy

Moment napędowy turbiny równy jest

$$M_{nop} = K_N \frac{N}{\omega} \quad (21)$$

ponieważ

$$N_w = \dot{G}_p (i_d - i_w) 4,18 \quad (22)$$

oraz

$$G_p = K_v l_n \quad (23)$$

$$M_{nop} = \frac{K_N K_v l_n (i_d - i_w) 4,18}{\omega} = f_s (l_n, \omega) \quad (24)$$

gdzie:

$G_p$  - natężenie przepływu pary [kg/sek]

$N_w$  - moc wewnętrzna turbiny [KW]

$l_n$  - stopień otwarcia zaworu regulacyjnego dla pary

$i_d$  - entalpia pary dolotowej [kcal/kg]

$i_w$  - entalpia pary wylotowej [kcal/kg]

$K_v$  - stała zaworu [kg/sek]

W zakresie małych odchyżeń

$$\Delta M_{nop} = \frac{\partial f_s}{\partial l_n} \Delta l_n - \frac{\partial f_s}{\partial \omega} \Delta \omega \quad (25)$$

przedstawiając

$$\frac{\partial f_s}{\partial l_n} = \frac{K_N (i_d - i_w) 4,18}{\omega} = K_{14} \quad [\text{KGm}]$$

$$\frac{\partial f_s}{\partial \omega} = - \frac{K_N l_n (i_d - i_w) 4,18}{\omega^2} = K_{24} \quad [\text{KG m sek}]$$

$$\Delta M_{nop} = K_{14} \Delta l_n - K_{24} \Delta \omega \quad (26)$$

wstawiając (26) do (20) otrzymuje się:

$$K_{14} \Delta l_n - K_{24} \Delta \omega = J \frac{d\Delta \omega}{dt} + B_t \Delta \omega + \Delta M_{ob} \quad (27)$$

Po transformacji Laplace'a

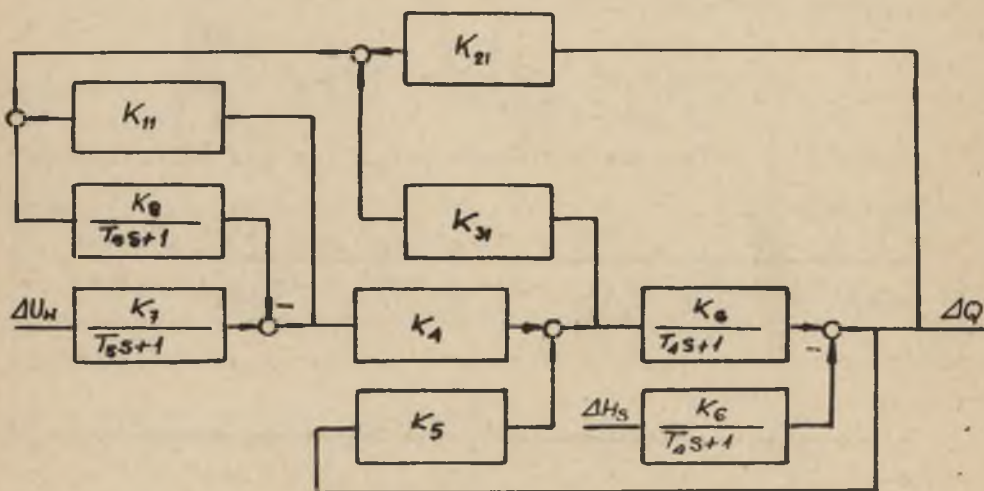
$$K_{14} \Delta l_n - M_{ob} = Js \Delta \omega + K_{24} \Delta \omega + B_t \Delta \omega \quad (28)$$

$$\Delta \omega = \frac{K_7}{T_4 s + 1} \Delta l_n - \frac{K_8}{T_4 s + 1} \Delta M_{ob} \quad (29)$$

gdzie:

$$K_7 = \frac{K_{14}}{K_{24} + B_t} \left[ \frac{1}{\text{sek}} \right] \quad K_8 = \frac{1}{K_{24} + B_t} \left[ \frac{\text{KG} \cdot \text{m}}{\text{sek}} \right] \quad T_4 = \frac{J}{K_{24} + B_t} \left[ \text{sek} \right]$$

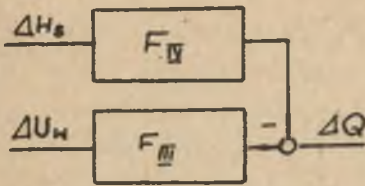
Na podstawie równań (10) (13) (18) (29) otrzymuje się przedstawiony na rys. 8 schemat blokowy pompy o napędzie turbiną parową.



Rys. 8. Schemat blokowy turbopompy

Po uproszczeniu schematu otrzymuje się:

gdzie:



$$F_{III} = \frac{K_{III}}{T_I s^2 + T_{II} s + 1}$$

$$F_{IV} = \frac{K_{IV}(T_{III} s + 1)}{T_I s^2 + T_{II} s + 1}$$

Rys. 9. Uproszczony schemat blokowy turbopompy

$$K_{III} = \frac{K_4 K_6 K_7}{(1+K_8 K_{11})(1-K_6 K_5) + K_8 K_4 (K_6 K_{21} + K_{31})}$$

$$T_I = \frac{T_4 T_5}{(1+K_8 K_{11})(1-K_6 K_5) + K_8 K_4 (K_6 K_{21} + K_{31})}$$

$$T_{II} = \frac{T_4 + T_5 + K_8 (K_4 K_{31} + K_{11}) T_4 - K_6 K_5 T_5}{(1+K_8 K_{11})(1-K_6 K_5) + K_8 K_4 (K_6 K_{21} + K_{31})}$$

$$K_{IV} = \frac{K_6 [1 + K_8 (K_{11} + K_4 K_{31})]}{(1+K_8 K_{11})(1-K_6 K_5) + K_8 K_4 (K_6 K_{21} + K_{31})}$$

$$T_{III} = \frac{T_5}{1 + K_8 (K_{11} + K_4 K_{31})}$$

#### 4. Wnioski

Pompa wirowa w przypadku regulacji wydajności przez zmianę prędkości obrotowej stanowi obiekt inercyjny wyższego rzędu. W przypadku napędu silnikiem elektrycznym prądu stałego sterowanym od strony wirnika układ pompowy cechuje inercja trzeciego rzędu, natomiast w przypadku napędu turbiną parową układ pompowy cechuje inercję drugiego rzędu.

Stałe czasowe układu wykazują wyraźną zależność od indukcyjności obwodu wirnika, momentu bezwładności silnika oraz wirnika pompy, długości rurociągu układu pompowego, nachylenia cha-

характеристик помпы и рurociąga oraz oporności czynnej obwodu wirnika silnika napędowego.

I tak ze wzrostem oporności czynnej wirnika oraz wzrostem nachylenia charakterystyk pompy i rurociąga, wartość stałych czasowych ulega zmniejszeniu. Natomiast wzrost pozostałych w/w parametrów powoduje wzrost stałych czasowych układu pompowego.

#### LITERATURA

- [1] ŁAZARKIEWICZ, TROSKALIŃSKI - Pompy wirowe, PWT 1959.
- [2] OCHEŃDUSZKO S. - Teoria maszyn cieplnych część II-PWT 1961.
- [3] POSPIEŁOW, KRASOWKI - Podstawy automatyki i cybernetyki technicznej WNT 1965.
- [4] PROFOS - Die Regelung Von Dampfanlagen - Springer - Verlag 1962.

#### ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЦЕНТРОБЕЖНОГО НАСОСА В СЛУЧАЕ РЕГУЛИРОВАНИЯ РАСХОДА КОЛИЧЕСТВОМ ОБОРОТОВ

#### С о д е р ж а н и е

В работе теоретически определены динамические свойства центробежного насоса в случае регулирования расхода количеством оборотов. Проблема решена для насоса с электроприводом а также для насоса с приводом паротурбинной установкой. Представлено передаточные функции а также блок схемы.

DYNAMICAL PROPERTIES OF ROTARY PUMPS IN THE CASE OF PUMP  
DELIVERY CONTROL BY CHANGE OF RATATION NUMBERS

S u m m a r y

In this paper was theoretically appointed the dynamioal pro  
perties of rotary pump in the case of pump delivery control by  
change of rotation number. This problem was resolved for pump  
driven by means of electric motor controlled from side of ro-  
tor and for pump driven by steam turbine. The transmittancoes  
were given and block diagrams were shown.