ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1997
Seria: ELEKTRYKA z. 159 Nr kol. 1369

Andrzej CIOSKA
Katedra Maszyn i Urządzeń Elektrycznych

METODA WERYFIKACJI WIELKOŚCI WEWNĘTRZNYCH NIESYMETRYCZNYCH MASZYN INDUKCYJNYCH

Streszczenie. W artykule przedstawiono, jak wielkości wewnętrzne niesymetrycznych maszyn indukcyjnych umożliwiają (poprzez pomiarową weryfikację rozkładów przestrzenno-czasowych indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej) wyznaczanie wpływu różnych asymetrii technologicznych na podstawowe parametry znamionowe maszyn, prowadząc w konsekwencji do weryfikacji stosowanych w analizie modeli matematyczno-fizycznych tych maszyn, uściślając ich metodykę obliczeń.

VERIFICATION METHODS OF INTERNAL QUANTITIES OF NON SYMMETRICAL INDUCTION MACHINES

Summary. The paper shows how the knowledge of the spatial-time waveforms of the induction machine enables to determine the influence of various technological asymmetries existing in the serially produced machines (particularly of the small and medium power) and to verify the mathematical-physical models during analysis of these machines, making more strict the methodology of their calculations.

1. WPROWADZENIE

Asymetrie technologiczne w jednofazowych maszynach indukcyjnych powstałe podczas ich produkcji powodują, że zachodzi konieczność wyznaczania wpływu tych asymetrii na podstawowe parametry elektromagnetyczne i elektromechaniczne maszyn. Przekroczenie w procesie produkcyjnym dopuszczalnych odchyłek podstawowych parametrów konstrukcyjno-wykonawczych maszyn elektrycznych małej i średniej mocy powoduje występowanie znacznych rozrzutów znamionowych parametrów elektromagnetycznych i elektromechanicznych. Wpływ poszczególnych asymetrii technologicznych na ww. parametry jest możliwy do określenia, jeżeli znane będą zależności wewnętrzne niesymetrycznych maszyn indukcyjnych, które wynikają z rozkładów przestrzenno-czasowych indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej $b_\delta(x,t)$, indukcji w wirniku $b(x,t)$ oraz z rozkładów przestrzenno-czasowych gęstości prądowej powierzchniowej stojana $j_s(x,t)$ i wirnika $j_w(x,t)$. Rozkłady przestrzenno-czasowe: $b_\delta(x,t)$, $b(x,t)$, $j_s(x,t)$ oraz $j_w(x,t)$ dla maszyn indukcyjnych wyznacza się z zależności przedstawionych w pracach [1]÷[4].

Rozkłady przestrzenno-czasowe indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej $b_\delta(x,t)$ niesymetrycznych maszyn indukcyjnych są szczególnie ważne oraz interesujące, ponieważ nie tylko umożliwiają weryfikację pomiarową przyjętego do analizy modelu matematyczno-fizycznego maszyny, lecz również umożliwiają na drodze pomiarowej wychwycenie wad maszyny powstałych np. w procesie produkcji, które w konsekwencji powodują powstawanie znacznych rozrzutów parametrów znamionowych seryjnie produkowanych maszyn. Metodę pomiaru rozkładów przestrzenno-czasowych indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej $b_\delta(x,t)$ przedstawiono w dalszej części artykułu.

2. POMIARY INDUKCJI MAGNETYCZNEJ

Wyznaczanie rozkładów przestrzenno-czasowych indukcji magnetycznej $b_\delta(x,t)$ w szczelinie powietrznej między stojanem a wirnikiem niesymetrycznych maszyn prądu przemiennego wymaga przeprowadzania szeregu pomiarów przebiegów czasowych lokalnej indukcji magnetycznej wzdłuż obwodu maszyny $b_\delta(x_i,t)$ dla $x_i = x_1,\ldots,x_n$, w jednoznacznie określonych powtarzalnych warunkach elektromagnetycznych [7], [8].

Przebiegi czasowe lokalnej indukcji magnetycznej $b_\delta(x_i,t)$ maszyny umieszczonej w specjalnym mechanicznym układzie badawczym dokonywane są przez numeryczne całkowanie napięć $e(x_i,t)$ indukowanych w mikrocewkach [6] pomiarowych (o wymiarach możliwie jak najmniejszych, aby strumień przenikający przez zwoje mikrocewki pomiarowej był proporcjonalny do lokalnej indukcji magnetycznej) umieszczonych symetrycznie na powierzchni zewnętrznej cylindrycznie uformowanej folii polietylenotereftalowej przylegającej do wewnętrznej powierzchni stojana badanej niesymetrycznej maszyny indukcyjnej z możliwością odpowiedniego skręcania (o żądany kąt względem stojana) celem zapełnienia całej strefy pomiarowej wzdłuż obwodu maszyny. Przy małych wymiarach mikrocewek pomiarowych (np. 1,5-2,0 mm^2) indukowane w nich napięcia o amplitudach rzędu 1÷3 mV są zakłócane przez własne pole badanej maszyny. Układ pomiarowy wymaga zatem zastosowania specjalnych metod odkłócających przez tzw. aktywne sterowanie potencjałami ekranów kabli [9] sygnałów mierzonych.

Elektroniczny system pomiarowy, przedstawiony w [7] i [8], składa się z nadrzędnego komputera klasy IBM/PC oraz z trzech autonomicznych bloków (podsystemów):

- generatora napięcia zasilającego o programowalnej amplitudzie, częstotliwości i zawartości harmonicznych,
- 3-fazowego przekształtnika sterowanego DC/AC do zasilania 3-fazowego silnika synchronicznego, wymuszającego prędkość obrotową n wirnika badanej maszyny indukcyjnej,
- wielokanałowego systemu pomiarowego do jednoczesnych pomiarów małych sygnałów napięciowych o amplitudzie rzędu 1÷3 mV, indukowanych w 12 mikrocewkach pomiarowych w obecności zakłóceń elektromagnetycznych od pola własnego badanej maszyny.

Komputer nadrzędny klasy IBM/PC steruje całym systemem pomiarowym oraz umożliwia zapamiętanie i wizualizację dokonywanych pomiarów, a opracowane odpowiednie programy umożliwiają żądane przeliczenia i obliczenia.

W zbudowanym układzie pomiarowym dokonuje się pomiarów przebiegów czasowych $b_\delta(x_i, t)$ w ściśle określonych powtarzalnych warunkach elektromagnetycznych [7], [8], gdzie zachowany jest kształt fali napięcia zasilającego badanego silnika oraz zachowany jest stosunek prędkości obrotowej n wirnika badanej maszyny do częstotliwości f napięcia zasilającego.

Na podstawie przebiegów czasowych lokalnej indukcji magnetycznej $b_\delta(x_i, t)$ dla $x_i = x_1, \ldots, x_n$ wykonuje się rozkłady przestrzenne $b_\delta(x, t_j)$ dla poszczególnych chwil czasu $t_j = t_1, \ldots, t_m$ (jako chwilowe obrazy pola indukcji w szczelinie powietrznej). Rozkłady przestrzenne indukcji $b_\delta(x, t_j)$ dla tych poszczególnych chwil czasowych rozkłada się na szereg Fouriera ($b_\delta(x, t_j)$ jest funkcją okresową o okresie przestrzennym 2π przy zachowaniu warunków Dirichleta) otrzymując odpowiednie amplitudy i kąty przestrzenne dla poszczególnych harmonicznych. Tak wyznaczone poszczególne harmoniczne przestrzenne (amplitudy i kąty) dla różnych wybranych chwil czasu $t_j = t_1, \ldots, t_m$ tworzą odpowiednie elipsy pól wirujących dla tych harmonicznych przestrzennych, z których wyznacza się wartości maksymalne i minimalne (pół oś duża i mała elipsy) oraz kąty przestrzennego położenia osi dużej i małej pola indukcji dla tych poszczególnych harmonicznych przestrzennych indukcji.

W konsekwencji, z tak określonych pól eliptycznych wyznacza się składowe zgodne $B^n_{a\delta}$ i przeciwne $B^n_{b\delta}$ oraz ich kąty przestrzenne odpowiednio $\varepsilon^n_{a\delta}$ i $\varepsilon^n_{b\delta}$, które przedstawione w postaci zespolonej [8] tworzą zespolony wektor $\left[B^n_\delta\right]$ z równania (22), przy czym elementy wektora $\left[B^n_\delta\right]$ dla $n<0$ tworzą poszczególne harmoniczne zespolone składowych zgodnych $B^n_{a\delta}$, zaś dla $n>0$ tworzą poszczególne harmoniczne zespolone składowych przeciwnych $B^n_{b\delta}$.

Wektor indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej $\left[B^n_\delta\right]$ wyznaczony na drodze pomiarowej można skonfrontować z odpowiednimi relacjami przedstawionymi w dalszej części artykułu. Zmieniając poszczególne parametry technologiczno-wykonawcze poprzez odpowiednie ich symulowanie w mechanicznym modelowym układzie badawczym (tutaj nie prezentowanym), można określić i wyznaczyć wpływ tych parametrów na wielkości wewnętrzne maszyny oraz parametry elektromagnetyczne i elektromechaniczne, uściślając w konsekwencji przyjęty do dalszej analizy model maszyny.

3. WIELKOŚCI WEWNĘTRZNE MASZYN INDUKCYJNYCH

Na podstawie relacji przedstawionych w [1]÷[4], przyjmując koncepcję z [5], rozkłady przestrzenno-czasowe: indukcji magnetycznej w wirniku $b(x,t)$, w warstwie rozproszenia $b_l(x,t)$, w szczelinie powietrznej $b_\delta(x,t)$, gęstości prądowej powierzchniowej wirnika $j_w(x,t)$ i stojana $j_s(x,t)$, powiązane są zależnościami

$$b(x,t) = b_\delta(x,t) + b_l(x,t), \tag{1}$$

$$b_l(x,t) = -l_w(x)\frac{\partial j_w(x,t)}{\partial x}, \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\delta(x)\cdot b_\delta(x,t)\right] = \mu_o\left[j_w(x,t) + j_s(x,t)\right], \tag{3}$$

$$\rho_w\,\frac{\partial j_w(x,t)}{\partial x} = v\frac{\partial b(x,t)}{\partial x} + \frac{\partial b(x,t)}{\partial t}, \tag{4}$$

gdzie:

$l_w(x)$ - rozkład przestrzenny powierzchniowej indukcyjności rozproszenia wirnika,

ρ_w - powierzchniowa rezystywność zastępcza uzwojenia wirnika,

$\delta(x)$ - rozkład przestrzenny promieniowej grubości szczeliny powietrznej pomiędzy stojanem a wirnikiem,

v - prędkość obwodowa zewnętrznej powierzchni wirnika,

$\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H / m - przenikalność magnetyczna próżni,

x - zmienna obwodowa maszyny na powierzchni wewnętrznej stojana względem przyjętego punktu odniesienia,

t - zmienna czasowa,

przy czym rozkłady przestrzenno-czasowe indukcji magnetycznych i gęstości prądowych powierzchniowych z równań (1)÷(4) wyrażone są odpowiednio w T i A/m.

W analizowanym stanie ustalonym, przy sinusoidalnym napięciu zasilania silnika indukcyjnego, zależności (1)÷(4) przedstawia się w postaci zespolonej (jako funkcje zmiennej obwodowej x)

$$b(x) = b_\delta(x) + b_l(x) \;, \tag{5}$$

$$b_l(x) = -l_w(x)\frac{d\,j_w(x)}{dx} \;, \tag{6}$$

$$\frac{d}{dx}\left[\delta(x)\cdot b_\delta(x)\right] = \mu_o\left[j_w(x) + j_s(x)\right] \;, \tag{7}$$

$$\rho_w\frac{d\,j_w(x)}{dx} = v\frac{db(x)}{dx} + j\omega\, b(x) \;, \tag{8}$$

gdzie:

$\omega = 2\pi f$ - pulsacja napięcia zasilania silnika,

f - częstotliwość napięcia zasilania.

Wszystkie wielkości wewnętrzne maszyny dane rozkładami przestrzennymi (zmiennej obwodowej x) o okresie 2π, spełniają warunki Dirichleta, zatem po rozłożeniu ich na nieskończony zespolony szereg Fouriera przyjmują postać

$$w(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} w^n(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} W^n e^{jn\frac{\pi}{\tau_1}x} \;, \tag{9}$$

gdzie:

τ_1 - podziałka biegunowa podstawowej harmonicznej przestrzennej pola indukcji.

Całkowity rozkład przestrzenny indukcji magnetycznej w wirniku zgodnie z zależnością (9) dany jest w postaci

$$b(x)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} B^n e^{jn\frac{\pi}{\tau_I}x} \tag{10}$$

Na podstawie równania (8) otrzymuje się całkowity rozkład przestrzenny gęstości prądowej powierzchniowej wirnika

$$j_w(x)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\omega\tau_I}{n\pi\rho_w^n}\left[1+n(1-s)\right]B^n e^{jn\frac{\pi}{\tau_I}x} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} K_{jw}^n B^n e^{jn\frac{\pi}{\tau_I}x} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_w^n e^{jn\frac{\pi}{\tau_I}x} \tag{11}$$

gdzie:

$v=\dfrac{\omega\tau_I}{\pi}(1-s)$ - prędkość obwodowa wirnika,

$s=\dfrac{n_I-n}{n_I}$ - poślizg,

$n_I=\dfrac{60f}{p}$ - prędkość synchroniczna,

n - prędkość wirnika,

p - liczba par biegunów podstawowej harmonicznej przestrzennej pola.

Z równania (6), przy uwzględnieniu (11), otrzymuje się całkowity rozkład przestrzenny indukcji w warstwie rozproszenia wirnika

$$b_l(x)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(-jn\frac{\pi}{\tau_I}\right)K_{jw}^n B^n \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_l^{m,n} e^{jm\frac{\pi}{\tau_I}x} =$$

$$=\sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{jm\frac{\pi}{\tau_I}x} \sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(-jn\frac{\pi}{\tau_I}\right)K_{jw}^n A_l^{m,n} B^n =$$

$$=\sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{jm\frac{\pi}{\tau_I}x} \sum_{n=-\infty}^{\infty} K_{bl}^{m,n} B^n = \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_l^m e^{jm\frac{\pi}{\tau_I}x}\quad , \tag{12}$$

gdzie:

$$A_l^{m,n}=\frac{1}{2\tau_I}\int_0^{2\tau_I} l_w^n(x)\, e^{j(n-m)\frac{\pi}{\tau_I}x}\,dx \qquad \text{dla} \quad m\neq n\ .$$

$$A_l^{n,n} = \frac{1}{2\tau_l}\int_0^{2\tau_l} l_w^n(x)\,dx \qquad \text{dla} \qquad m = n\,, \tag{13}$$

stanowią zespolone amplitudy rozkładając na zespolony szereg Fouriera zależność

$$l_w^n(x)e^{jn\frac{\pi}{\tau_l}x} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_l^{m,n} e^{jm\frac{\pi}{\tau_l}x}\,. \tag{14}$$

Na podstawie równania (5), przy uwzględnieniu (10) i (12), otrzymuje się całkowity rozkład przestrzenny indukcji w szczelinie powietrznej

$$b_\delta(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B^n e^{jn\frac{\pi}{\tau_l}x} - \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{jm\frac{\pi}{\tau_l}x} \sum_{n=-\infty}^{\infty} K_{bl}^{m,n} B^n = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B^n \sum_{m=-\infty}^{\infty} K_{b\delta}^{m,n} e^{jm\frac{\pi}{\tau_l}x} =$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{jm\frac{\pi}{\tau_l}x} \sum_{n=-\infty}^{\infty} K_{b\delta}^{m,n} B^n = \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_\delta^m e^{jm\frac{\pi}{\tau_l}x}\,. \tag{15}$$

Z równania (7), przy uwzględnieniu (11) i (15), otrzymuje się całkowity rozkład przestrzenny gęstości prądowej powierzchniowej stojana

$$\begin{aligned} j_s(x) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{jm\frac{\pi}{\tau_l}x}\left[jm\frac{\pi}{\tau_l}\frac{1}{\mu_o}\sum_{n=-\infty}^{\infty} K_{\delta b\delta}^{m,n} B^n - K_{jw}^m B^m \right] = \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{jm\frac{\pi}{\tau_l}x} \sum_{n=-\infty}^{\infty} K_{js}^{m,n} B^n = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_s^m e^{jm\frac{\pi}{\tau_l}x} \end{aligned} \tag{16}$$

przy czym

$$K_{\delta b\delta}^{m,n} = \sum_{r=-\infty}^{\infty} A_\delta^{m,r} K_{b\delta}^{r,n}\,, \tag{17}$$

gdzie:

$$A_\delta^{m,r} = \frac{1}{2\tau_l}\int_0^{2\tau_l} \delta(x)\,e^{j(m-r)\frac{\pi}{\tau_l}x}\,dx \qquad \text{dla} \quad r \neq m\,,$$

$$A_\delta^{m,m} = \frac{1}{2\tau_l}\int_0^{2\tau_l} \delta(x)\,dx \qquad \text{dla} \qquad r = m\,, \tag{18}$$

stanowią zespolone amplitudy rozkładając na zespolony szereg Fouriera zależność

$$\delta(x)e^{jm\frac{\pi}{\tau_l}x} = \sum_{r=-\infty}^{\infty} A_\delta^{r,m} e^{jr\frac{\pi}{\tau_l}x} \quad . \tag{19}$$

W relacjach (11), (12), (15), (16) przyjęto amplitudowe związki pomiędzy poszczególnymi wielkościami wewnętrznymi maszyny a indukcją w wirniku dla $-\infty < n,m,r < \infty$, które po rozpisaniu dla wszystkich n, m, r przwdstawia się w postaci macierzowej

$$\left[J_w^n\right] = \left[K_{jw}^n\right]\left[B^n\right] , \tag{20}$$

$$\left[B_l^m\right] = \left[K_{bl}^{m,n}\right]\left[B^n\right] , \tag{21}$$

$$\left[B_\delta^m\right] = \left[K_{b\delta}^{m,n}\right]\left[B^n\right] , \tag{22}$$

$$\left[J_s^m\right] = \left[K_{js}^{m,n}\right]\left[B^n\right] , \text{ gdzie } \quad -\infty < n,m < \infty \ . \tag{23}$$

Występujące w relacjach (21), (22), (23) macierze wiążące, uwzględniając zależności odpowiednio (12), (15), (16), zapisuje się w postaci

$$\left[K_{bl}^{m,n}\right] = -j\frac{\pi}{\tau_l}\left[A_l^{m,n}\right]\left[n\right]\left[K_{jw}^n\right] , \tag{24}$$

$$\left[K_{b\delta}^{m,n}\right] = \left[1\right] - \left[K_{bl}^{m,n}\right] , \tag{25}$$

$$\left[K_{js}^{m,n}\right] = j\frac{\pi}{\tau_l}\frac{1}{\mu_o}\left[m\right]\left[K_{\delta b\delta}^{m,n}\right] - \left[K_{jw}^n\right] , \tag{26}$$

gdzie na podstawie (17), otrzymuje się macierz

$$\left[K_{\delta b\delta}^{m,n}\right] = \left[A_\delta^{m,r}\right]\left[K_{b\delta}^{r,n}\right] , \quad \text{gdzie} \quad -\infty < n,m,r < \infty \quad , \tag{27}$$

przy czym macierze [n] oraz [m] są macierzami diagonalnymi utworzonymi z całkowitych liczb w zakresie $-\infty < n,m < \infty$, zaś macierze $\left[K_{jw}^n\right]$, $\left[A_l^{m,n}\right]$ oraz $\left[A_\delta^{m,r}\right]$ formuje się przyjmując w obliczeniach odpowiednie dane konstrukcyjne badanej maszyny indukcyjnej. Elementy macierzy $\left[A_l^{m,n}\right]$ i $\left[A_\delta^{m,r}\right]$ oblicza się odpowiednio z relacji (13) i (18), zaś elementy diagonalnej macierzy $\left[K_{jw}^{n}\right]$ oblicza się według relacji (11) przyjmując $K_{jw}^{n} = \dfrac{\omega\tau_{1}}{n\pi\rho_{w}^{n}}\left[1+n(1-s)\right]$.

4. PARAMETRY ELEKTROMAGNETYCZNE I ELEKTROMECHANICZNE

Prądy uzwojeń stojana

$$\left[I_{j}\right]=\left[Z_{ij}\right]^{-1}\left[U_{j}\right] \quad \text{dla} \quad i,j=1,2,\dots,w\,, \tag{28}$$

gdzie:

$\left[U_{j}\right]$ - wektor (kolumnowa macierz zespolona) wymuszeń napięciowych w uzwojeń stojana,

$\left[Z_{ij}\right]=\left[{}_{ij}z\right]+j\left[{}_{ij}X\right]+\left[{}_{ij}R\right]$ - macierz kwadratowa impedancji w uzwojeń stojana,

$\left[{}_{ij}X\right]$ i $\left[{}_{ij}R\right]$ - macierze reaktancji rozproszeń i rezystancji w uzwojeń stojana obliczane klasycznymi metodami,

$\left[{}_{ij}z\right]$ - macierz impedancji oddziaływania w uzwojeń stojana z uzwojeniem wirnika.

Elementy macierzy oddziaływania $\left[{}_{ij}z\right]$ określone są zależnością

$${}_{ij}z=-\frac{1}{I_{i}}\frac{\omega\tau_{1}^{2}}{\pi}2pl_{1}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m}\left[{}_{i}B_{\delta}^{m}N_{j}^{m*}-{}_{i}B_{\delta}^{-m}N_{j}^{m}\right] \quad \text{dla} \quad i,j=1,2,\dots,w\,, \tag{29}$$

gdzie:

I_{i} - jednostkowy prąd w i-tym uzwojeniu stojana,

l_{1} - długość czynna pakietu żelaza stojana,

${}_{i}B_{\delta}^{m}$ - elementy macierzy $\left[{}_{i}B_{\delta}^{m}\right]$,

N_{j}^{m} - elementy macierzy gęstości zwojowej $\left[N_{j}^{m}\right]$,

przy czym na podstawie zależności (22) i (23) określa się

$$\left[{}_{i}B_{\delta}^{m}\right]=\left[K_{b\delta}^{m,n}\right]\left[K_{js}^{m,n}\right]^{-1}\left[A_{i}^{m}\right], \tag{30}$$

gdzie macierz jednostkowego okładu prądowego

$$\left[A_i^m\right]=\left[I_1\left[N_1^m\right],I_2\left[N_2^m\right],\dots,I_w\left[N_w^m\right]\right]=\frac{I}{|I|}\left[N_j^m\right]$$

dla $I_j = 1A$, $i = j = 1,2,\dots,w$, (31)

przy czym elementy macierzy gęstości zwojowej $\left[N_j^m\right]$ określone są zależnością

$$N_j^m = \frac{1}{2\tau_1}\int_0^{2\tau_1} n_j(x)\, e^{-jm\frac{\pi}{\tau_1}x}\, dx$$

dla $j = 1,2,\dots,w$ oraz $-\infty < m < \infty$, (32)

gdzie:

$n_j(x)$ - rozkład przestrzenny gęstości zwojowej j-tego uzwojenia stojana.

Całkowita moc czynna pobierana z sieci dla w uzwojeń stojana

$$P_s = \sum_{j=1}^{w} P_{sj} = \sum_{j=1}^{w}\left[Im\left(U_j\right)Im\left(I_j\right) + Re\left(U_j\right)Re\left(I_j\right)\right] , \tag{33}$$

całkowite straty w uzwojeniu stojana ΔP_s oraz wirnika ΔP_w

$$\Delta P_s = \sum_{j=1}^{w}\Delta P_{sj} = \sum_{j=1}^{w}\left|I_j\right|^2 {}_{jj}R , \tag{34}$$

$$\Delta P_w = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\Delta P_w^n = l_2\sum_{n=-\infty}^{\infty}\rho_w^n\int_0^{2p\tau_1}\left|j_w^n\right|^2 dx = 2pl_2\tau_1\sum_{n=-\infty}^{\infty}\rho_w^n\left|J_w^n\right|^2 , \tag{35}$$

gdzie:

l_2 - długość pakietu żelaza wirnika,

J_w^n - elementy macierzy $\left[J_w^n\right]$,

przy czym na podstawie zależności (20) i (23) określa się

$$\left[J_w^n\right]=\left[K_{jw}^n\right]\left[K_{js}^{m,n}\right]^{-1}\left[J_s^m\right]=\left[K_{jw}^n\right]\left[K_{js}^{m,n}\right]^{-1}\left[N_j^m\right]\left[I_j\right] \tag{36}$$

przyjmując relacje (32) oraz (28).

Moment elektromagnetyczny

$$M(t)=\frac{D}{2}F(t)=\frac{p\tau_1}{\pi}F(t)=-\frac{p\tau_1}{\pi}l_2\int_0^{2p\tau_1}b(x,t)\,j_w(x,t)\,dx\ , \tag{37}$$

gdzie:

l_2 - długość pakietu wirnika,

D - średnica zewnętrzna wirnika,

$F(t)$ - wypadkowa siła działająca na wirnik.

W relacji (37) przyjęto zależność $\pi D=2p\tau_1$, zaś rozkład przestrzenno-czasowy indukcji w wirniku oraz gęstości prądowej powierzchniowej wirnika na podstawie [8] określa się odpowiednio zależnościami

$$b(x,t)=\frac{1}{\sqrt{2}}e^{j\omega t}\left\{\sum_{n=-\infty}^{\infty}B^n e^{jn\frac{\pi}{\tau_1}x}\right\}+\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-j\omega t}\left\{\sum_{n=-\infty}^{\infty}B^{-n*}e^{jn\frac{\pi}{\tau_1}x}\right\}, \tag{38}$$

$$j_w(x,t)=\frac{1}{\sqrt{2}}e^{j\omega t}\left\{\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_w^n e^{jn\frac{\pi}{\tau_1}x}\right\}+\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-j\omega t}\left\{\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_w^{-n*}e^{jn\frac{\pi}{\tau_1}x}\right\}, \tag{39}$$

gdzie:

B^n, J_w^n - elementy macierzy $\left[B^n\right]$, $\left[J_w^n\right]$ powiązane relacją (20).

Kładąc relacje (38) i (39) do relacji (37), otrzymuje się moment elektromagnetyczny

$$\begin{aligned}M(t)=&-\frac{p\tau_1^2}{\pi}pl_2\left\{\sum_{n=-\infty}^{\infty}B^nJ_w^{n*}+\sum_{n=-\infty}^{\infty}B^{n*}J_w^n\right\}-\\&\frac{p\tau_1^2}{\pi}pl_2\left\{e^{j2\omega t}\sum_{n=-\infty}^{\infty}B^nJ_w^{-n}+e^{-j2\omega t}\sum_{n=-\infty}^{\infty}B^{n*}J_w^{-n*}\right\},\end{aligned} \tag{40}$$

w którym pierwszy składnik jest momentem średnim M_{av}, drugi zaś momentem przemiennym $M_{\approx}$ o częstotliwości $2f$.

5. PODSUMOWANIE

W artykule przedstawiono metodykę pomiarowego wyznaczania wielkości wewnętrznych niesymetrycznych maszyn prądu przemiennego, na podstawie rozkładów przestrzenno-czasowych indukcji magnetycznej $b_\delta(x,t)$ w szczelinie powietrznej pomiędzy stojanem a wirnikiem, otrzymanych przez całkowanie napięć indukowanych w mikrocewkach pomiarowych.

Dla niesymetrycznych maszyn indukcyjnych, wychodząc z analizy polowej przedstawionej w [1], biorąc pod uwagę związki pomiędzy wielkościami wewnętrznymi maszyn z punktu 3 artykułu, wyprowadzono relacje, z których wyznacza się parametry elektromagnetyczne i elektromechaniczne maszyn (punkt 4).

Metodyka pomiarowo-badawcza przedstawiona w artykule umożliwia wyznaczanie wpływu poszczególnych asymetrii technologicznych na parametry elektromagnetyczne i elektromechaniczne maszyn, przy czym poszczególne parametry technologiczno-wykonawcze można zmieniać przez ich symulację w specjalnym mechanicznym modelowym układzie badawczym (w artykule nie prezentowanym).

Na podstawie pomiarowego wyznaczania wektora indukcji $\left[B_\delta^m\right]$ w szczelinie powietrznej (punkt 2) przy znanych wymuszeniach napięciowych i prądach w uzwojeniach stojana maszyny powiązanych relacją (28) przy znanych macierzach: reaktancji rozproszeń $\left[{}_{ij}X\right]$ i rezystancji uzwojeń $\left[{}_{ij}R\right]$ (obliczane klasycznymi metodami), możliwe jest określenie macierzy $\left[{}_{ij}z\right]$ oddziaływania *w* uzwojeń stojana z uzwojeniami wirnika o elementach z zależności (29).

Można już na tym etapie skonfrontować poprawność obliczeń macierzy $\left[B_\delta^n\right]$ z jej odpowiednikiem otrzymanym na drodze pomiarowej. Możliwa jest weryfikacja macierzy $\left[N_j^m\right]$ gęstości zwojowej uzwojeń stojana oraz macierzy $\left[{}_{ij}X\right]$ reaktancji rozproszeń uzwojeń stojana. Macierz $\left[{}_{ij}R\right]$ weryfikuje się przez pomiary rezystancji poszczególnych uzwojeń stojana przy znanych temperaturach uzwojeń. Weryfikacja pomiarowa momentu $M(t)$ z zależności (40) umożliwia wyznaczenie macierzy $\left[B^n\right]$ indukcji w wirniku oraz konfrontację zależności (20) wyznaczając elementy macierzy $\left[K_{jw}^n\right]$, co z kolei w konsekwencji uściśla pozostałe parametry przyjętego modelu maszyny.

Reasumując, stwierdza się, że znajomość przebiegów przestrzenno-czasowych $b_\delta(x,t)$ dla niesymetrycznych maszyn indukcyjnych umożliwia w konsekwencji wychwycenie wpływu różnych asymetrii technologicznych występujących w seryjnie produkowanych maszynach (szczególnie małej i średniej mocy) oraz umożliwi zweryfikowanie dotąd stosowanych modeli matematyczno-fizycznych przy analizie tych maszyn, uściślając metodykę ich obliczeń.

LITERATURA

1. Eastham J.F., Williamson S.: Generalised theory of induction motors with asymmetrical airgaps and primary windings. Proc. IEE., 1973, 120, pp. 767-775.
2. Cioska A.: Optymalizacja parametrów elektromagnetycznych jednofazowego silnika indukcyjnego z pomocniczym uzwojeniem zwartym o niesymetrycznej geometrii szczeliny powietrznej. Praca doktorska. Politechnika Śląska, Gliwice, wrzesień 1979.
3. Cioska A.: Analiza wpływu niesymetrii uzwojeń stojana i nierównomierności szczeliny powietrznej na charakterystyki silników indukcyjnych. Zeszyty Naukowe Akademii Górniczo-Hutniczej, Elektryfikacja i Mechanizacja Górnictwa i Hutnictwa z. 141, Kraków 1982. Materiały XVII Sympozjum Maszyn Elektrycznych, Kraków-Lubiatów, listopad 1981, str. 9-24.
4. Cioska A.: Optymalizacja kształtu szczeliny powietrznej jednofazowych silników indukcyjnych z pomocniczym uzwojeniem zwartym. Zeszyty Naukowe Akademii Górniczo-Hutniczej, Elektryfikacja i Mechanizacja Górnictwa i Hutnictwa z. 141, Kraków 1982. Materiały XVII Sympozjum Maszyn Elektrycznych, Kraków-Lubiatów, listopad 1981, str. 25-46.
5. Tipping D.: The analysis of some special purpose electrical machines. Ph. D. Thesis, Manchester University, 1964.
6. Cioska A., Janik T.: Metoda pomiaru rozkładu pola magnetycznego w szczelinie powietrznej małych maszyn elektrycznych prądu przemiennego. Zeszyty Problemowe 20/74, z. 20, Maszyny Elektryczne, OBRME-EMA-KOMEL, Katowice 1974, str. 55-60.
7. Rymarski Z., Cioska A., Janczak A.: The Measurement System of the Non Symmetrical Induction Machines Based on Intel Embedded Controllers. Proceedings of the 2nd Workshop Electronic Control & Measuring Systems, June 1-2, 1995, Liberec, Czech Republic, pp. 94-103.
8. Rymarski Z., Cioska A.: Microprocessor Systems Applied to Electrical Machines Testing. International Conference Programmable Devices and Systems, PDS'95. Conference Proceedings, Gliwice, November 1995, pp. 129-137.
9. Cioska A., Goławski G.: Problemy pomiaru małych sygnałów napięciowych w obecności silnych zakłóceń. BOBRME-KOMEL, Zeszyty Problemowe 50/1995, z. 50, Katowice 1995, str. 42-49. IV Seminarium Techniczne, Katowice-Ustroń, maj 1995.

Recenzent: Dr hab. inż. Piotr Wach
Profesor Politechniki Opolskiej

Wpłynęło do Redakcji dnia 30 maja 1997 r.

Abstract

The methodology of measurement of internal quantities of the non symmetrical alternating current machines has been presented in this paper. This measurement methodology has been based on the spatial-time distributions of the magnetic induction $b_\delta(x,t)$ in the air gap between the stator and the rotor, which have been obtained by integrating the voltages inducted in the measuring microcoils.

The electromagnetic and the electromechanical parameters of the real machines have been determined (chapter 4) taking into account the relations between internal quantities of the machines according to the field analysis presented in [1].

The research-measurement methodology presented in the paper enables to determine influence of particular technological asymmetries on the electromagnetic and electromechanical parameters of the machines while the particular technological-manufacturing parameters can be changed by their simulation in the special research mechanical model device (which has not been presented in this paper).

It is possible to determine the matrix $\left[{}_{ij}z\right]$ of w the stator windings acting upon the rotor windings composed of components that can be get from the relation (29), basing on measurement of the induction vector $\left[B_\delta^m\right]$ in the air gap (described in the chapter 2) while the voltage and current inputs in the machine stator windings are known and they are given by the relation (28). At the same time the matrixes $\left[{}_{ij}X\right]$ of the dissipation reactance and $\left[{}_{ij}R\right]$ of the windings resistance (calculated by the classical methods) should be known too.

At this stage of development it is possible to confront the correctness of matrix $\left[B_\delta^n\right]$ calculations with its pendant that has been received from measurements. It is possible to verify the matrix $\left[N_j^m\right]$ of stator windings density and the matrix $\left[{}_{ij}X\right]$ of the dissipation reactance. The matrix $\left[{}_{ij}R\right]$ is verified by means of measurements of particular stator windings resistance while the temperature of windings is known.
The measurement verification of the torque $M(t)$ from the relation (40) enables to determine the rotor induction matrix $\left[B^n\right]$ and to verify the relation (20) by determining components of the matrix $\left[K_{jw}^n\right]$ what in turn makes more strict the other parameters of the assigned machine model.

So the knowledge of spatial-time waveforms $b_\delta(x,t)$ of the real induction machine enables consequently to take into account the influence of various technological asymmetries existing in the serially produced machines (particularly of small and medium power) and to verify the mathematical-physical models which have been used so far during analysis of these machines, resulting in making more strict the methodology of their calculations.