

Jerzy KUDŁA , Wojciech BURLIKOWSKI
Katedra Maszyn i Urządzeń Elektrycznych

POMIAROWA WERYFIKACJA PARAMETRÓW MASZYN INDUKCYJNYCH KLATKOWYCH WYZNACZONYCH METODAMI POŁOWYMI (MES)

Streszczenie. Artykuł przedstawia wyniki badań mających na celu wyznaczenie podstawowych parametrów elektromagnetycznych maszyn indukcyjnych klatkowych przy wykorzystaniu metody elementów skończonych (MES). Uwzględnienie ich zmienności, wywołanej zjawiskami nasycenia obwodu magnetycznego oraz wypierania prądu w klatce, powoduje konieczność przeprowadzenia analizy dla różnych warunków pracy. W artykule wyznaczono je na podstawie rezultatów symulacji stanów zwarcia, biegu jałowego oraz charakterystyki widmowej indukcyjności operatorowej. Otrzymane wyniki porównano z danymi uzyskanymi pomiarowo dla silnika małej mocy

EXPERIMENTAL VERIFICATION OF THE SQUIRREL CAGE INDUCTION MACHINE PARAMETERS EVALUATED BY THE FIELD METHODS (FEM)

Summary. The paper presents the results of researches aimed at the evaluation of the primary electromagnetic parameters of the squirrel cage asynchronous machines using the finite element method (FEM). Due to their variability caused by the phenomena of saturation of the magnetic circuit and the skin effect in the cage of the rotor it is necessary to perform the analysis for various load conditions. In the paper they were calculated using the simulations of the locked-rotor, no-load tests and the frequency characteristic of the operational impedance. The results were compared with the measurement data obtained for a low-power machine.

1. WPROWADZENIE

Badania własności maszyn indukcyjnych klatkowych w różnorodnych stanach pracy:

- normalnych i awaryjnych,
- ustalonych i nieustalonych

przeprowadza się najczęściej przy zastosowaniu metod symulacji komputerowej. Opierają się one na odpowiednich modelach matematycznych maszyny, różniących się stopniem dokładności odwzorowania poszczególnych zjawisk w niej występujących (nasycenie, wypieranie prądu). Ich wykorzystanie wymaga wyznaczenia odpowiadających im parametrów elektromagnetycznych maszyny, co najczęściej przeprowadzano dotąd w oparciu o pomiary prototypu dokonane na stanowisku prób. Rozwój numerycznych metod obliczeń polowych, a w szczególności metody elementów skończonych (MES), pozwala jednak na wyznaczenie tych parametrów już w trakcie procesu projektowania. Możliwe jest przy tym uwzględnienie zarówno skomplikowanej struktury geometrycznej maszyny, jak i nieliniowości charakterystyk magnesowania blach elektrotechnicznych oraz zjawiska wypierania prądu w prętach klatki wirnika, co dotąd przeprowadzano na tym etapie w oparciu o zależności uproszczone, analityczne bądź empiryczne [3].

W artykule przedstawiono wyniki obliczeń podstawowych parametrów elektromagnetycznych dla silnika typu SZJe-34a o mocy 3[kW] przeprowadzonych w oparciu o symulacje stanów:

- a) idealnego biegu jałowego,
- b) zwarcia ustalonego,
- c) zasilania częstotliwościowego.

Zostały one przeprowadzone przy wykorzystaniu programu FEMAG [8]. Otrzymane w ten sposób charakterystyki:

- a) biegu jałowego oraz reaktancji magnesującej,
- b) zwarcia oraz rezystancji i reaktancji zwarcia,
- c) modułu indukcyjności operatorowej oraz zastępczej rezystancji wirnika widzianej od strony stojana

porównano z wynikami pomiarów. W tym celu, dla obliczonej charakterystyki częstotliwościowej przeprowadzono jej aproksymację przy wykorzystaniu obwodów o stałych skupionych [2],[5],[6],[7]. Umożliwiło to uwzględnienie w wynikowym schemacie zastępczym parametrów związanych z czołami uzwojenia stojana oraz pierścieniem zwierającym klatkę wirnika. Zostały one również uwzględnione w parametrach maszyny wyznaczonych dla stanu zwarcia oraz biegu jałowego.

2. METODYKA OBLICZEŃ

Dla wyznaczenia parametrów maszyny przy wykorzystaniu programu FEMAG przyjęto następujące założenia upraszczające:

- jednoznaczność charakterystyk magnesowania blach elektrotechnicznych (pominięcie zjawiska histerezy),
- izotropowość ich własności magnetycznych,
- dwuwymiarowy charakter zjawisk w maszynie (błąd wynikający z tego założenia zmniejszono przez uwzględnienie parametrów wyznaczonych analitycznie [3]),
- stałą temperaturę uzwojeń stojana oraz klatki wirnika,
- pominięcie zjawiska wypierania prądu w uzwojeniach stojana (wynikające z ich budowy).

Do analizy przyjęto połowę rzeczywistego przekroju maszyny, co jest możliwe ze względu na charakter rozkładu pola magnetycznego przy założeniu jej wewnętrznej symetrii. Każdy z przeprowadzonych eksperymentów numerycznych składał się z następujących etapów:

- wyznaczenia rozkładów przestrzennych pola magnetycznego w analizowanym przekroju poprzecznym maszyny dla:
 - a) różnych wartości prądów płynących w uzwojeniach stojana (prądu stałego do wyznaczenia charakterystyki biegu jałowego oraz sinusoidalnie zmiennego o częstotliwości 50[Hz] przy wyznaczaniu charakterystyki zwarcia),
 - b) różnych częstotliwości prądów zasilających o stałej wartości skutecznej (przy założeniu stałej przenikalności magnetycznej) dla charakterystyki częstotliwościowej,
- wyznaczenia na ich podstawie strumieni magnetycznych sprzężonych z uzwojeniami fazowymi stojana:
 - a) o wartościach rzeczywistych dla idealnego biegu jałowego,
 - b) o wartościach zespolonych dla zwarcia oraz zasilania częstotliwościowego,
- wyznaczenia na ich podstawie parametrów silnika dla poszczególnych stanów pracy z ich porównaniem z wynikami pomiarów.

2.1. Symulacja idealnego biegu jałowego

W celu jej przeprowadzenia można z dostateczną dokładnością założyć, iż w uzwojeniach wirnika nie płyną prądy. W konsekwencji źródłem wypadkowego pola magnetycznego w maszynie są prądy płynące w zasilanych uzwojeniach fazowych stojana. Ich wartości zadano w postaci: $I_a = -2 I_b$, $I_c = I_b$, gdzie: $I_a = \sqrt{2} I$, I - wartość skuteczna prądu fazowego.

Prądy te są prądami stałymi, gdyż analizę przeprowadzamy na płaszczyźnie wirnika [10]. Powoduje to, iż pole magnetyczne w przekroju płaskim silnika można wyznaczyć rozwiązując zagadnienie brzegowe określone przez nieliniowe równanie Poissona dla potencjału wektorowego A , które w układzie współrzędnych prostokątnych ma postać:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -J \quad (1)$$

gdzie:

$$B_x = \frac{\partial A}{\partial y}, \quad B_y = -\frac{\partial A}{\partial x}, \quad B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2}$$

$\mu(B)$ - przenikalność magnetyczna,

J - gęstość prądu,

B_x, B_y, B - składowe oraz moduł wektora indukcji magnetycznej.

Rozwiązanie równania (1) przy wykorzystaniu metody elementów skończonych otrzymujemy przy uwzględnieniu:

- zerowego warunku brzegowego Dirichleta ($A=0$) na brzegu zewnętrznym stojana oraz wewnętrznym wirnika, otaczającym wał silnika,
- warunku symetrii $A(r,0) = A(r,\pi)$ na pozostałych dwóch liniach brzegowych analizowanego przekroju maszyny ze względu na fakt, iż posiada ona dwie pary biegunów ($p_b=2$).

Na granicach różnych ośrodków automatycznie spełnione są warunki ciągłości:

$$A_i = A_j$$

$$\frac{1}{\mu_i} \frac{\partial A_i}{\partial n} = \frac{1}{\mu_j} \frac{\partial A_j}{\partial n}$$

gdzie: i, j - numery ośrodków,

$\frac{\partial A}{\partial n}$ - pochodna potencjału wektorowego w kierunku normalnym do granicy ośrodków,

przy czym przez ośrodek rozumiemy każdy z elementów siatki modelu.

Na podstawie obliczonych rozkładów potencjału wektorowego wyznaczono rozkład przestrzenny składowej promieniowej indukcji magnetycznej oraz jej pierwszej harmonicznej na powierzchni wirnika (rys.3) oraz na powierzchni przechodzącej przez środki geometryczne żłobków stojana (rys.4), a następnie wyznaczono wynikające stąd napięcie indukowane w uzwojeniu fazowym stojana oraz reaktancję magnesującą (rys.6).

2.2. Symulacja stanu zwarcia

W tym przypadku prądy płyną zarówno w zasilanych uzwojeniach stojana, jak i w klatce wirnika (prądy indukowane). W ogólnym przypadku, ze względu na występowanie zjawiska wypierania prądu, jego gęstość w prętach klatki wirnika może być nierównomierna. Prądy wymuszające zadajemy w tym przypadku w postaci :

$$\underline{I}_a = I, \underline{I}_b = I e^{-j\frac{2\pi}{3}}, \underline{I}_c = I e^{j\frac{2\pi}{3}}, \text{ gdzie: } I - \text{wartość skuteczna prądu.}$$

Wyznaczenie ustalonego rozkładu pola elektromagnetycznego w stanie zwarcia, przy uwzględnieniu zarówno nieliniowości materiałów magnetycznych, jak i zjawiska wypierania, jest możliwe, w sposób ścisły, poprzez rozwiązanie równania przewodnictwa, co wymaga jednak wykonania długotrwałych obliczeń dla dyskretnych chwil czasu.

W artykule, podobnie jak czyni się to najczęściej w praktyce [10], zrezygnowano z tego sposobu postępowania, przyjmując iż w stanie ustalonym:

- wszystkie wielkości opisujące pole elektromagnetyczne w maszynie, czyli prądy wymuszające, prądy indukowane oraz potencjał wektorowy i indukcja magnetyczna, są wielkościami sinusoidalnie zmiennymi,
- przenikalność magnetyczna rdzeni ferromagnetycznych jest tzw. przenikalnością zastępczą określoną dla podstawowej harmonicznej czasowej pola magnetycznego, która w programie FEMAG określona jest zależnością energetyczną [8]:

$$\frac{1}{\mu_e} \int_0^T \underline{B}^2 dt = \int_0^T \underline{B} \underline{H} dt, \text{ gdzie: } T - \text{okres prądu wymuszającego,}$$

$$\mu_e = \mu_e(\underline{B}) - \text{zastępcza przenikalność magnetyczna.}$$

Wynika stąd możliwość zastąpienia równania przewodnictwa równaniem Helmholtza dla zespolonego potencjału wektorowego \underline{A} :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu_e} \frac{\partial \underline{A}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu_e} \frac{\partial \underline{A}}{\partial y} \right) - j\omega \underline{\gamma} \underline{A} = -\underline{J} \quad (2)$$

gdzie: ω - pulsacja prądu zasilającego,

$\underline{\gamma}$ - konduktywność elektryczna właściwa.

Warunki brzegowe dla równania (2) są analogiczne jak w wypadku równania (1) w punkcie 2.1. W oparciu o wyznaczone rozkłady przestrzenne zespolonego potencjału wektorowego \underline{A} wyznaczono wartości zespolonych strumieni sprzężonych z uzwojeniami fazowymi stojana oraz indukowanych przez nie napięć (rys.9).

2.3. Wyznaczenie charakterystyki częstotliwościowej indukcyjności operatorowej maszyny

Podobnie jak w przypadku zwarcia, w trakcie symulacji zasilania częstotliwościowego prądy płyną zarówno w uzwojeniach zasilanych stojana, jak i w prętach klatki wirnika. Pominięto jednak możliwość wystąpienia nasycenia blach przez prądy zasilające, co powoduje, iż podstawową rolę odgrywa w tym przypadku zjawisko wypierania prądu w klatce wirnika.

Po uwzględnieniu powyższych uwag równanie Helmholtza (2) dla przypadku zasilania częstotliwościowego przyjmie postać:

$$\left(\frac{\partial^2 \underline{A}}{\partial x^2}\right) + \left(\frac{\partial^2 \underline{A}}{\partial y^2}\right) - j\omega\mu\gamma \underline{A} = -\mu \underline{J}, \quad (3)$$

gdzie: μ - bezwzględna konduktywność magnetyczna.

Na podstawie rozkładu przestrzennego zespolonego potencjału wektorowego otrzymano wartości strumieni magnetycznych sprzężonych z uzwojeniami fazowymi stojana maszyny, w oparciu o które wyznaczono indukcyjności widmowe, własne i wzajemne uzwojeń fazowych (uwzględniające wpływ obwodów wirnika) określone, przy założeniu wewnętrznej symetrii maszyny, relacją:

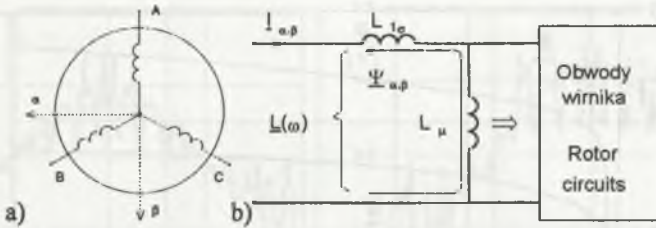
$$\begin{bmatrix} \Psi_{1A} \\ \Psi_{1B} \\ \Psi_{1C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{L}_{ff}(\omega) & \underline{L}_m(\omega) & \underline{L}_m(\omega) \\ \underline{L}_m(\omega) & \underline{L}_{ff}(\omega) & \underline{L}_m(\omega) \\ \underline{L}_m(\omega) & \underline{L}_m(\omega) & \underline{L}_{ff}(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{1A} \\ I_{1B} \\ I_{1C} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Następnie, dokonując transformacji ortogonalnej równania (4) do układu współrzędnych stojana $(\alpha, \beta, 0)$, otrzymano zależności [1],[11]:

$$\begin{bmatrix} \Psi_\alpha \\ \Psi_\beta \\ \Psi_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{L}_\alpha(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \underline{L}_\beta(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \underline{L}_o(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_\alpha \\ I_\beta \\ I_o \end{bmatrix} \quad (5)$$

gdzie: $\underline{L}(\omega) = \underline{L}_\alpha(\omega) = \underline{L}_\beta(\omega) = \underline{L}_{ff}(\omega) - \underline{L}_m(\omega)$ - indukcyjność widmowa maszyny,
 $\underline{L}_o(\omega) = \underline{L}_{ff}(\omega) + 2\underline{L}_m(\omega)$ - indukcyjność widmowa dla składowej zerowej.

Określając powyższą transformację przekrój geometryczny maszyny oraz schemat zastępczy odwzorowujący zależność (5) dla składowych (α, β) przedstawiono na rys.1a, b. Składowa zerowa została pominięta ze względu na przyjęty sposób zasilania (rys.15).



- Rys.1 a) Schematyczny przekrój maszyny z odwzorowanymi kierunkami osi układu współrzędnych fazowych oraz układu ortogonalnego (α, β) dla $p_b=1$.
 b) Obwodowy schemat zastępczy maszyny w układzie (α, β)
- Fig.1 a) Simplified cross section of the machine with depicted phase frame directions and the axis of the orthogonal reference frame (α, β) for $p_b=1$.
 b) Lumped circuit of the machine in (α, β) reference frame

Sposób wyznaczenia, na podstawie charakterystyki częstotliwościowej indukcyjności widmowej maszyny, parametrów skupionych jej modelu obwodowego zostanie przedstawiony w p.3.3.

3. PORÓWNANIE REZULTATÓW SYMULACJI KOMPUTEROWYCH Z WYNIKAMI POMIARÓW

Obliczenia komputerowe, według metodyki przedstawionej w punkcie 2., przeprowadzono dla silnika asynchronicznego klatkowego SZJe-34a o następujących danych znamionowych:

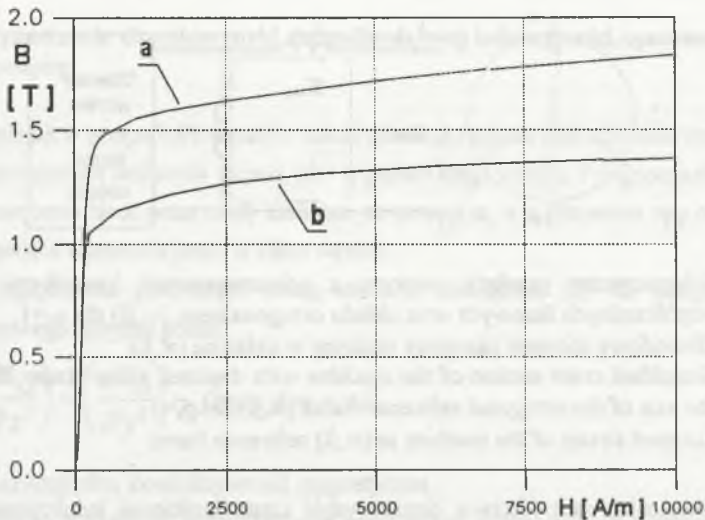
$$P_n=3\text{kW}, U_{1N}=220/380\text{ V}, I_{1n}=11,5/6,7\text{ A}, n_n=1430\text{ obr/min}, \cos\varphi_{1n}=0,85.$$

Dla poszczególnych symulacji przyjęto następujące dane materiałowe:

- idealny bieg jałowy - rzeczywista charakterystyka magnesowania (rys.2a),
 $-\gamma = 0\text{ MS/m}$,
- stan zwarcia - ekwiwalentna charakterystyka magnesowana (rys.2b),
 $-\gamma = 20\text{ MS/m}$ (założono silne nagrzanie klatki),
- zasilanie częstotliwościowe - rzeczywista charakterystyka magnesowania,
 $-\gamma = 35\text{ MS/m}$ (klatka zimna ok. 15°C).

Uwzględniając, iż symulacje przeprowadzono na modelu dwuwymiarowym silnika, otrzymane na ich podstawie parametry $L_{zo} = L_{1\sigma} + L'_{2\sigma}$, $R_{zo} = R'_{2o}$ uzupełniono o następujące wielkości:

- $L_{1\sigma c} = 0.00167\text{ H}$ - indukcyjność rozproszenia czoł stojana,
- $L'_{2\sigma p} = 0.00051\text{ H}$ - sprowadzoną indukcyjność rozproszenia pierścienia zwierającego klatkę wirnika,
- $R'_{2p} = 0.2467\ \Omega$ - sprowadzoną rezystancję pierścienia klatki wirnika.



Rys.2. Charakterystyki magnesowania rdzeni ferromagnetycznych silnika:

- a) rzeczywista,
- b) ekwiwalentna

Fig.2. Magnetization curves of the motor magnetic cores:

- a) real,
- b) equivalent

Wówczas definicje elementów występujących w schematach zastępczych (rys. 7a, b) dla poszczególnych stanów pracy maszyny mają postać:

- a) idealny bieg jałowy - $L_1 = L_{1o} + L_{1\sigma}$,
- b) stan zwarcia - $L_z = L_{zo} + L_{1\sigma} + L'_{2op}$, $R_z = R_{zo} + R_f + R'_{2p}$,
- c) zasilanie częstotliwościowe - $L_{1\sigma} = L_{1\sigma o} + L_{1\sigma}$,

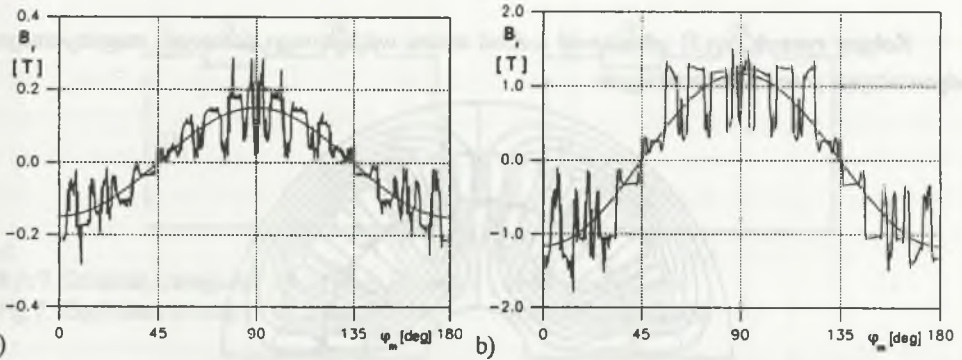
gdzie: o - parametr obliczony, p - parametr związany z pierścieniem zwierającym,

c - parametr związany z czołami uzwojeń stojana, f - parametr fazowy,

przy czym odpowiednim indukcyjnościom na schematach zastępczych odpowiadają reaktancje (zwarcia, magnesująca, rozproszenia).

3.1. Wyniki obliczeń i pomiarów dla biegu jałowego

Rysunki 3, 4 przedstawiają rozkłady przestrzenne składowej promieniowej indukcji magnetycznej odpowiednio na powierzchni wimika oraz na powierzchni przechodzącej przez środki geometryczne zębów stojana. Ich wyznaczenie, w każdym z przypadków, dla dwóch wartości prądów umożliwia wizualizację wpływu nasycenia na kształt tych rozkładów, szczególnie w obszarze zębów stojana i wimika.



Rys.3. Rozkłady przestrzenne składowej promieniowej indukcji magnetycznej i jej pierwszej harmonicznej na powierzchni wirnika dla prądów:

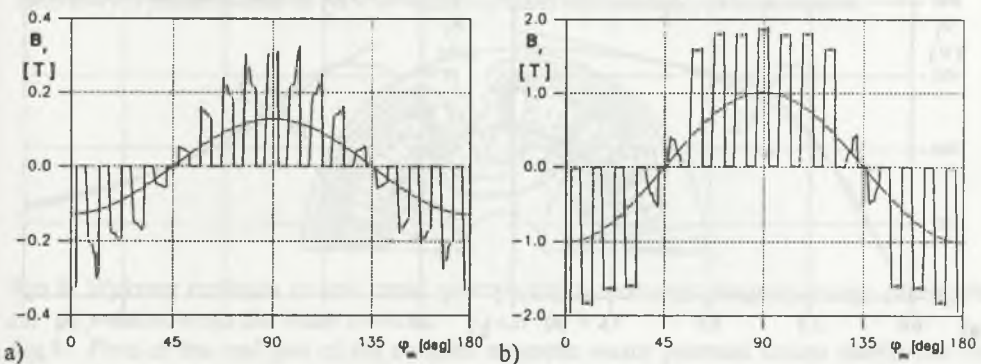
a) $I_{rf} = 0.5 \text{ A}$,

b) $I_{rf} = 10 \text{ A}$

Fig.3. Space distribution of the radial component of the magnetic flux density and its first harmonic on the surface of the rotor for the phase current:

a) $I_{rf} = 0.5 \text{ A}$,

b) $I_{rf} = 10 \text{ A}$



Rys.4. Rozkłady przestrzenne składowej promieniowej indukcji magnetycznej i jej pierwszej harmonicznej na powierzchni przechodzącej przez środki geometryczne zębów stojana dla prądów:

a) $I_{rf} = 0.5 \text{ A}$,

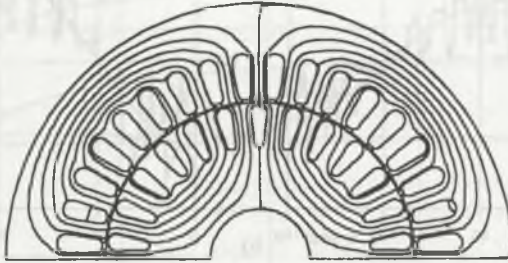
b) $I_{rf} = 10 \text{ A}$

Fig.4. Space distribution of the radial component of the magnetic flux density and its first harmonic on the surface crossing the geometric centers of the stator slots for the phase current:

a) $I_{rf} = 0.5 \text{ A}$,

b) $I_{rf} = 10 \text{ A}$

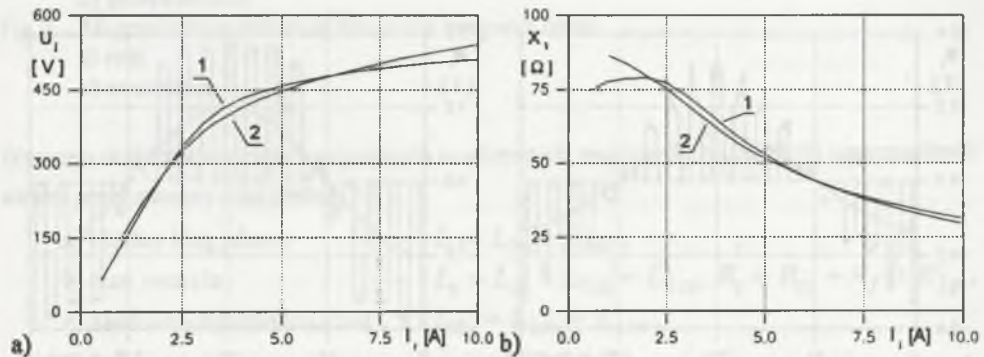
Kolejny rysunek (rys.5) przedstawia rozkład izolinii wektorowego potencjału magnetycznego, odpowiadający powyższemu przebiegom.



Rys.5. Wykresy rozkładu izolinii magnetycznego potencjału wektorowego dla idealnego biegu jałowego

Fig.5. Plots of the magnetic vector potential isoline distribution for the no-load test

Wyznaczone na ich podstawie charakterystyki biegu jałowego oraz reakcji całkowitej stojana przedstawia rys.6, zestawiając je z wynikami pomiarów.



Rys.6. Wykresy charakterystyk obliczonych i zmierzonych idealnego biegu jałowego:

1 - obliczenia, 2 - pomiary;

a) charakterystyka idealnego biegu jałowego,

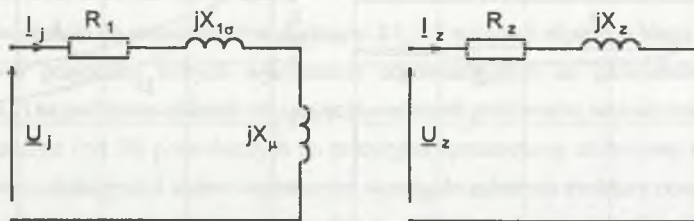
b) charakterystyka zmienności reakcji fazowej stojana w funkcji prądu magnesującego

Fig.6. Plots of the calculated and measured no-load characteristics:

1 - calculation, 2 - measurement;

a) no-load characteristic,

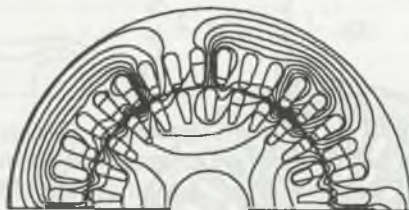
b) stator winding phase reactance versus magnetizing current characteristic



Rys.7. Schematy zastępcze: a) dla biegu jałowego, b) dla stanu zwarcia
 Fig.7. Equivalent circuits: a) no-load circuit, b) locked-rotor circuit

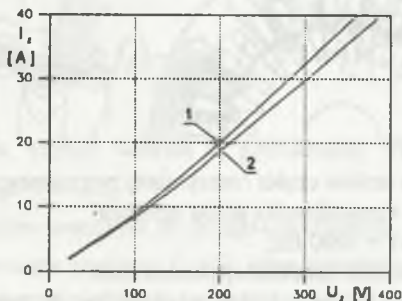
3.2. Wyniki obliczeń i pomiarów dla stanu zwarcia

Na (rys.8), przedstawiającym rozkład izolinii części rzeczywistej potencjału wektorowego \underline{A} , widoczne jest wyraźne wyparcie linii pola magnetycznego z obszaru wirnika, charakterystyczne dla tego stanu pracy. Wyznaczone na podstawie symulacji charakterystyki zwarcia maszyny oraz jej parametrów zwarciovych przedstawiono na rys.9,10 wraz z wynikami odpowiadających im pomiarów.



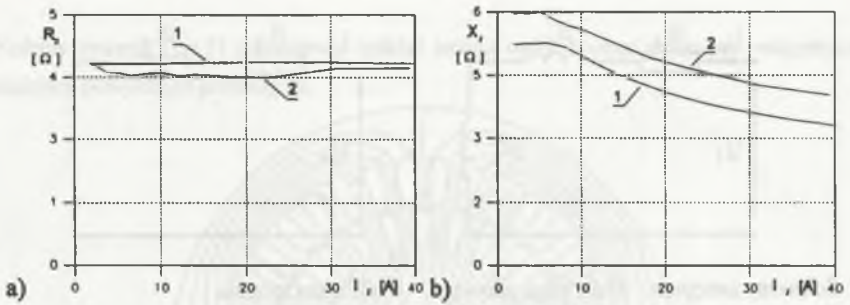
Rys.8. Wykresy rozkładu izolinii części rzeczywistej zespolonego magnetycznego potencjału wektorowego dla stanu zwarcia

Fig.8. Plots of the real part of the complex magnetic vector potential isoline distribution for the locked-rotor test



Rys.9. Wykres charakterystyki zwarcia: 1 - obliczenia, 2 - pomiary

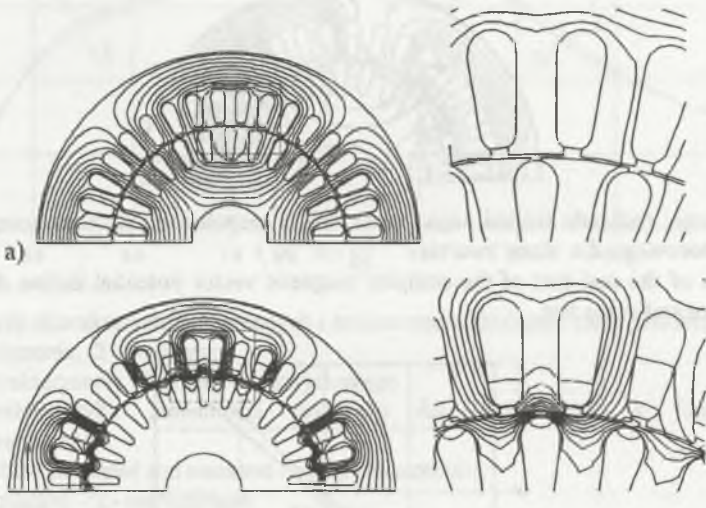
Fig.9. Locked-rotor characteristic: 1 - calculation, 2 - measurement



Rys.10. Wykresy charakterystyk obliczonych i zmierzonych dla stanu zwarcia:
 1 - obliczenia, 2 - pomiary;
 a) charakterystyka zmienności rezystancji zwarcia w funkcji prądu zwarcia,
 b) charakterystyka zmienności reaktancji zwarcia w funkcji prądu zwarcia

Fig.10. Plots of the calculated and measured characteristics for locked-rotor test:
 1 - calculation, 2 - measurement;
 a) locked-rotor resistance versus current characteristic,
 b) locked-rotor reactance versus current characteristic

3.3. Wyniki obliczeń i pomiarów dla zasilania częstotliwościowego



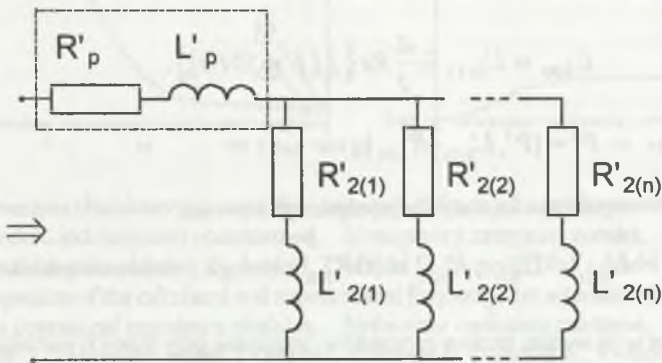
Rys.11. Wykresy rozkładu izolacji części rzeczywistej zespolonego magnetycznego potencjału wektorowego dla częstotliwości prądu zasilania:
 a) $f = 0.1$ Hz, b) $f = 1000$ Hz,
 z powiększeniem części oznaczonej prostokątem

Fig.11. Plot of the real part of the complex magnetic vector potential isoline distribution for the supply current frequency:
 a) $f = 0.1$ Hz, b) $f = 1000$ Hz,
 with the zoom of the area enclosed in the rectangle

W przeciwieństwie do omawianych w punktach 3.1, 3.2 symulacji idealnego biegu jałowego oraz stanu zwarcia, w przypadku których wyznaczenie odpowiadających im parametrów schematów zastępczych (rys. 7) na podstawie obliczeń nie nastęrcza większych problemów, wyznaczenie parametrów schematu zastępczego (rys. 1b) pozwalających na precyzyjną aproksymację otrzymanej charakterystyki częstotliwościowej indukcyjności widmowej maszyny wymagało założenia struktury obwodów wimika (rys. 12) oraz przeprowadzenia procesu optymalizacji polegającego na minimalizacji odpowiednio zdefiniowanej funkcji celu przy wykorzystaniu algorytmu Maquardta [6].

Aproksymację przeprowadzono dla dwóch struktur modelu wimika (rys. 12):

- z jednym obwodem zastępczym w wimiku ($n=1$),
- z dwoma obwodami zastępczym w wimiku ($n=2$).



Rys. 12. Ogólna struktura obwodu zastępczego wimika w układzie (α, β) przy postoju z uwzględnieniem parametrów związanych z pierścieniem zwierającym (R'_p, L'_p)

Fig. 12. Lumped parameters equivalent circuit of the induction machine with end-ring included

Ze względu na zespolony charakter indukcyjności widmowej błąd średniokwadratowy stanowiący funkcję celu zdefiniowano jako różnicę pomiędzy charakterystyką obliczoną przy wykorzystaniu MES a jej aproksymacją obwodową i zapisano w postaci:

$$J(w, P(w)) = \sum_i w_i \left\{ \left| \underline{L}(f_i) - \underline{L}^*(f_i, P(w)) \right|^2 \right\}$$

gdzie: P - wektor parametrów, których wartości są poszukiwane, wynikających z odpowiedniego schematu zastępczego (rys. 1, 12),

w - wektor współczynników wagowych dla danego eksperymentu,

f_i - częstotliwość, stanowiąca argument funkcji, która przyjmuje kolejne wartości dla zakresu czterech dekad: $f_i \in \{10^{-1} \div 10^3\} [\text{Hz}]$, $i \in \{1..37\}$,

J - błąd średniokwadratowy, będący funkcją celu, która jest minimalizowana przez odpowiedni wektor parametrów $P(w)$,

$\underline{L}_i(f)$, $\underline{L}'_i(f, P(w))$ - obliczona oraz aproksymowana wartość indukcyjności widmowej dla częstotliwości f .

Minimalizację funkcji $J(w, P(w))$ przeprowadzono przy wykorzystaniu programu MATHCAD określając wartości początkowe wyznaczanych parametrów jako [4]:

$$\text{a) dla } (n=1) - P^1 = [L_{1\sigma}, L_\mu, L'_{2(1)}, R'_{2(1)}],$$

$$\text{gdzie: } L_\mu = |\underline{L}(f = 0.1 \text{ Hz})|, R'_{2(1)} = \text{Re} \{ j2\pi f \underline{L}(f = 50 \text{ Hz}) \},$$

$$L_{1\sigma} = L'_{2(1)} = \frac{1}{2} \text{Re} \{ \underline{L}(f = 50 \text{ Hz}) \}.$$

$$\text{b) dla } (n=2) - P^2 = [P^1, L'_{2(2)}, R'_{2(2)}],$$

gdzie: P^1 - wyniki aproksymacji dla pojedynczego obwodu,

$$L'_{2(2)} = L'_{2(1)}, R'_{2(2)} = 10R'_{2(1)} - \text{analogia z silnikiem dwuklatkowym.}$$

Wyznaczone w jej wyniku zestawy parametrów, otrzymane przy różnych wartościach elementów wektora współczynników wagowych w , przedstawiono w tab. 1.

Tabela 1

Model	L_μ [H]	$L_{1\sigma}$ [H]	$L'_{2(1)}$ [H]	$R'_{2(1)}$ [Ω]	$L'_{2(2)}$ [H]	$R'_{2(2)}$ [Ω]	w_i [-]		
I	0.2464	0.00721	0.00507	0.7864	-	-	1		
II	0.2413	0.01236	-0.00023	0.8153	0.00022	10.004	1		
II ^a	0.2444	0.00946	0.00357	0.8329	0.0028	10.573	$w_1 = 1$	w_1	$f \in$
II ^b	0.2402	0.0136	-0.00169	0.88	0.00506	4.897	$f \in (0,1 \div 20) \text{ Hz}$	≈ 1.84	$(30 \div 1000) \text{ Hz}$
								≈ 2.6	

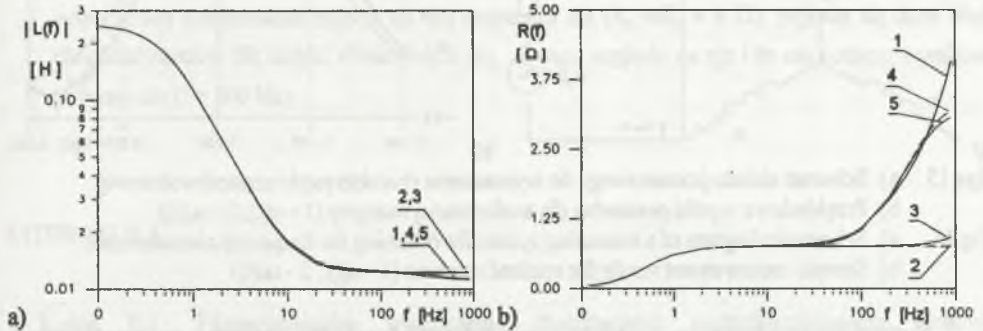
Minimum wskaźnika jakości $J(w, P(w))$ dla podanych wartości współczynników wagowych w przedziale częstotliwości $f \in (30 \div 1000) \text{ Hz}$ otrzymano dla:

a) modelu II^a - przyjmując dla kolejnych aproksymacji z różnymi wartościami w_1 stałe identyczne parametry początkowe (podane uprzednio),

b) modelu Π^b - przyjmując dla kolejnych aproksymacji z różnymi wartościami w_i parametry otrzymane dla poprzedniej wartości w_i .

Minimalizację przeprowadzono dla współczynników wagowych z zakresu $w_i \in (1,3)$.

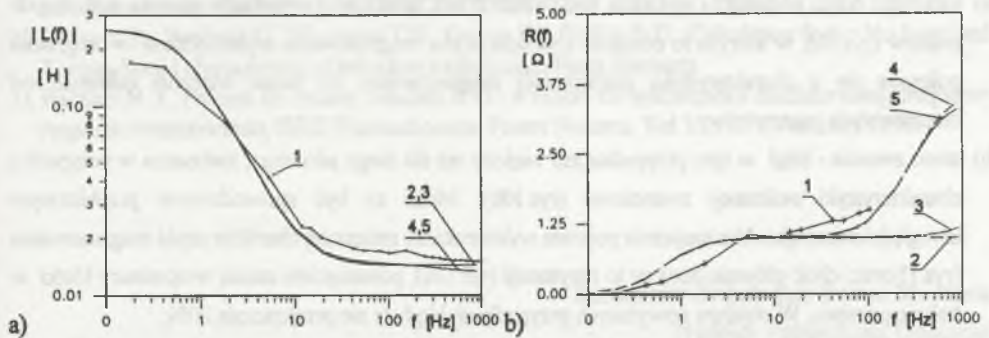
Porównanie charakterystyk częstotliwościowych obliczonych przy użyciu MES z rezultatami otrzymanymi w wyniku ich aproksymacji przez obwody o stałych skupionych przedstawiono na rys. 13.



Rys. 13. Porównanie charakterystyk częstotliwościowych obliczonych i aproksymowanych: a) modułu indukcyjności operatorowej, b) rezystancji zastępczej wirnika, gdzie: 1 - wyniki obliczeń, 2 - model I, 3 - model II, 4 - model Π^a , 5 - model Π^b

Fig. 13. Comparison of the calculated and approximated frequency characteristics of: a) the operational impedance modulus, b) the rotor equivalent resistance, where: 1 - calculation results, 2 - model I, 3 - model II, 4 - model Π^a , 5 - model Π^b

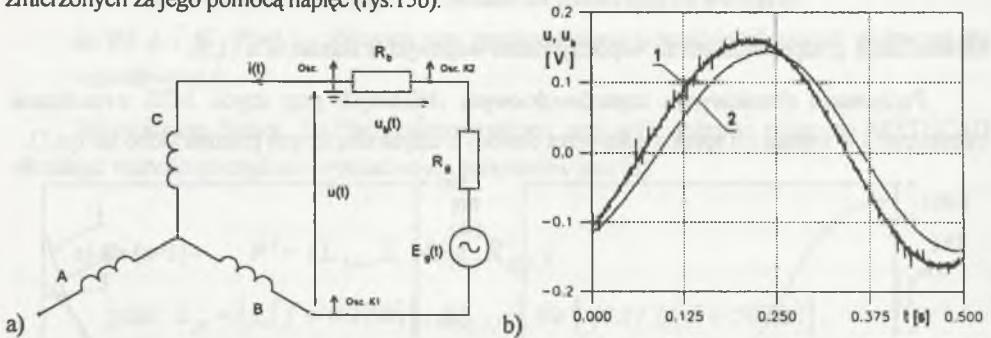
Otrzymane parametry, po uzupełnieniu modeli o parametry czoł uzwojeń stojana oraz pierścienia zwierającego wirnika, zostały wykorzystane do porównania z wynikami odpowiadających im pomiarów rys. 14.



Rys. 14. Porównanie charakterystyk częstotliwościowych zmierzonych i aproksymowanych: a) modułu indukcyjności operatorowej, b) rezystancji zastępczej wirnika, gdzie: 1 - wyniki pomiarów, 2 - model I, 3 - model II, 4 - model Π^a , 5 - model Π^b

Fig. 14. Comparison of the measured and approximated frequency characteristics of: a) the operational impedance modulus, b) the rotor equivalent resistance, where: 1 - measurement data, 2 - model I, 3 - model II, 4 - model Π^a , 5 - model Π^b

Schemat układu pomiarowego przedstawiono na rys.15a wraz z przykładowymi przebiegami zmierzonych za jego pomocą napięć (rys. 15b).



Rys.15. a) Schemat układu pomiarowego do wyznaczenia charakterystyki częstotliwościowej.

b) Przykładowe wyniki pomiarów dla analizowanej maszyny (1 - $u(t)$; 2 - $u_b(t)$)

Fig.15. a) Schematic diagram of a measuring system for obtaining the frequency characteristics.

b) Sample measurement results for analyzed machine (1 - $u(t)$; 2 - $u_b(t)$)

Porównując przedstawione w artykule wyniki obliczeń z rezultatami pomiarów, można stwierdzić, iż różnice przejawiają się szczególnie w zakresie najniższych (0.1÷1) Hz oraz najwyższych (100÷1000) Hz częstotliwości.

4. WNIOSKI

Porównując przedstawione wyniki obliczeń z danymi pomiarowymi, można stwierdzić iż dla:

- idealnego biegu jałowego - wykazują one bardzo dobrą zgodność z wyjątkiem zakresu najniższych prądów (rys.6b), w którym to obszarze charakterystyka magnesowania wykorzystana w programie pokrywa się z charakterystyką pierwotnego magnesowania, co może znacznie odbiegać od rzeczywistych parametrów;
- stanu zwarcia - błąd w tym przypadku jest większy niż dla biegu jałowego, zwłaszcza w przypadku charakterystyki reaktancji zwarciowej (rys.10b). Może to być spowodowane przybliżonym uwzględnieniem zjawiska nasycenia poprzez wykorzystanie zastępczej charakterystyki magnesowania (rys.1) oraz, choć głównie dotyczy to rezystancji (rys.10a), pominięciem zmian temperatury klatki w trakcie pomiaru. W obydwu powyższych przypadkach błędy te nie przekraczają 20%;
- zasilania częstotliwościowego - różnice w przypadku wyznaczonej na jego podstawie charakterystyki częstotliwościowej są znacznie większe niż w obydwu poprzednich przypadkach. Przejawiają się one szczególnie w zakresie najniższych (0.1÷1) Hz oraz najwyższej (100÷1000) Hz częstotliwości. Są one spowodowane w przeważającej mierze:

- w zakresie (0.1÷1) Hz - nieznaną rzeczywistego przebiegu charakterystyki magnesowania dla bardzo niskich prądów (dla schem. na rys.15 - $i \approx 30$ mA), co powoduje duże różnice modułu indukcyjności zmierzonej i obliczonej (rys.14a) (analogiczna sytuacja wystąpiła w przypadku biegu jałowego),
- w zakresie (100÷1000) Hz - błędem wyznaczenia rezystancji wirnika wynikającym z metody pomiarowej, gdyż przy dużej przewodze reaktancji nad rezystancją wejściową maszyny, przy jednoczesnej konieczności odjęcia od niej rezystancji faz ($R_a + R_b \approx 4 \Omega$), pojawia się duży błąd charakterystyczny dla metod różnicowych [6]. Z tego względu na rys.14b nie podano wyników pomiaru dla ($f > 100$ Hz).

LITERATURA

1. Kirkin B.I.: Eksperymentalne wyznaczenie charakterystyk częstotliwościowych silników asynchronicznych, Elektryczność, No.1 , 1963 (w języku rosyjskim).
2. Krause P.C.: Analysis of Electric Machines, McGrew-Hill Company, 1986.
3. Dąbrowski M.: Projektowanie maszyn elektrycznych prądu przemiennego WNT, Warszawa 1988.
4. "Mathcad PLUS 5.0 - Podręcznik użytkownika", ABB, Poland 1994.
5. Dickinson E.J., Kamwa I., Viarouge P.: Identification of generalised models of synchronous machines from time-domain tests IEE PROCEEDINGS-C, Vol.138, No.6, November 1991, pp. 485-488.
6. Podręcznik metrologii, WKŁ 1988.
7. Paszek W.: Stany nieustalone maszyn prądu przemiennego, WNT, Warszawa 1988.
8. FEMAG - User's Manual 1994.
9. Ducreux J.P.: Computation of asynchronous machine and winding leakage reactance with 3D field calculation around the end region PROCEEDINGS ICEM 1994, pp.333-336.
10. Belmans R., Verdyck D., Johansson T.B., Geysen W., Findlay R.D.: Calculation fo the No-Load and Torque-Speed characteristic of induction motors using Finite Elements.
11. Bacalao N. J., Paloma de Arizon, Sanchez R.O.: A model for synchronous machine using frequency response measurements, IEEE Transactions on Power Systems, Vol.10, No.1, February 1995.

Recenzent: Dr hab. inż. Ernest Mendrela

Profesor Politechniki Opolskiej

Wpłynęło do Redakcji dnia 30 maja 1997 r.

Abstract

Since the induction machines are used in a wide variety of applications, the exact evaluation of their parameters yet in the design stage is of a great importance. In this paper the analysis of a low-power 3[kW] (4[hp]) squirrel cage motor using the finite element method (FEM) is presented.

First the classical parameters of its mathematical model were calculated for both the locked-rotor and no-load tests, allowing for the saturation of the magnetic core. For comparison the measurement data obtained in the lab were given. Achieved coincidence of the evaluated and measured parameters seems to be satisfactory, particularly in the no-load test case (Fig.6).

In the next part of the paper (as an extension to the above usual approach) the frequency characteristic of the machine operational impedance was calculated under assumption of linear characteristic of its magnetic circuit. Comparison of these characteristics with the measurement results, obtained by the direct assemblage of the voltage/current waveforms on the digital oscilloscope, was far from satisfactory. In the case of the low frequency range (0.1[Hz] - 1[Hz]) it was mainly due to the lack of data for initial part of the magnetic curve $B=f(H)$. For the high range (above 100[Hz]), it could have been caused by the inaccuracy of the measurement method. This approach, however, if approved with the more accurate measurement method and employment of precise material data, could be very useful. It would supply us with the full set of the linearized machine model parameters applicable in the design of electric drives. In addition the saturation phenomenon could be included through the imposed current flowing in the bias winding.