

Jerzy KUDŁA

Katedra Maszyn i Urządzeń Elektrycznych

### **MODEL MATEMATYCZNY ORAZ WŁAŚCIWOŚCI GENERATORA SYNCHRONICZNEGO W STANACH USTALONYCH SYMETRYCZNYCH PRZY UWZGLĘDNIENIU ZJAWISKA NASYCENIA DLA POLA MAGNETYCZNEGO GŁÓWNEGO**

**Streszczenie.** Korzystając z syntetycznych charakterystyk sprzężeń magnetycznych pola magnetycznego głównego w maszynie synchronicznej, wyznaczono statyczne indukcyjności magnesujące maszyny w osiach  $d$  i  $q$ . Za ich pomocą określono równania generatora synchronicznego dla stanów ustalonych symetrycznych uwzględniające zjawisko nasycania się rdzeni magnetycznych maszyny przez pole magnetyczne główne. Dla turbogeneratora o mocy 210 MW przeprowadzono badania wpływu zjawiska nasycenia na charakterystyki maszyny w stanach ustalonych.

### **MATHEMATICAL MODEL AND PROPERTIES OF A SYNCHRONOUS GENERATOR IN THE STEADY- STATE WHEN TAKING INTO ACCOUNT SATURATION EFFECT FOR THE MAIN MAGNETIC FIELD**

**Summary.** Static magnetizing inductances of the machine in  $d$  and  $q$  axes have been determined basing on the synthetic nonlinear characteristics of main magnetic flux linkages. It has made possible to determine the equations of a synchronous generator for symmetrical steady-state which take into account saturation of machine magnetic cores by the main magnetic field. Investigations of saturation influence on the machine steady-state characteristics have been made for turbogenerator of 210 MW.

## 1. WPROWADZENIE

Zjawisko nasycania się rdzeni magnetycznych generatorów synchronicznych związane z nieliniowymi charakterystykami magnesowania materiałów magnetycznych tworzących rdzenie w poważnym stopniu utrudnia sformułowanie poprawnych modeli matematycznych tych maszyn. Pominięcie tego zjawiska bądź też uwzględnienie go w niedostatecznym stopniu może być przyczyną obserwowanych rozbieżności między wynikami badań symulacyjnych a wynikami pomiarów. W obwodowych modelach matematycznych maszyn elektrycznych zjawisko nasycenia uwzględnić można za pośrednictwem nieliniowych charakterystyk sprzężeń magnetycznych obwodów elektrycznych maszyny, wyznaczanych oddzielnie dla pola magnetycznego głównego i pól rozproszonych. Charakterystyki takie dla pola głównego wyznaczyć można na podstawie danych konstrukcyjnych maszyny, obliczając odpowiednie rozkłady pola magnetycznego w maszynie przy wykorzystaniu metody elementów skończonych [2] lub też wyrazić za pomocą niewielkiej liczby syntetycznych charakterystyk sprzężeń magnetycznych. Znając powyższe charakterystyki oraz wyznaczając na ich podstawie statyczne indukcyjności magnesujące w osiach  $d$  i  $q$  można sformułować równania maszyny synchronicznej dla stanu ustalonego symetrycznego uwzględniające zjawisko nasycenia dla pola magnetycznego głównego.

## 2. SYNTETYCZNE CHARAKTERYSTYKI SPRZEŻEŃ MAGNETYCZNYCH POLA MAGNETYCZNEGO GŁÓWNEGO

Dla sinusoidalnie rozłożonych uzwojeń stojana i wirnika sprzężenia magnetyczne pola magnetycznego głównego z obwodami elektrycznymi maszyny umieszczonymi w osiach  $d$  i  $q$  przedstawić można w postaci nieliniowych funkcji zależnych od modułu  $I_m$  i od argumentu fazora przestrzennego prądu magnesującego  $\gamma_m$

$$\Psi_{md} = \Psi_{md}(I_m, \gamma_m), \quad \Psi_{mq} = \Psi_{mq}(I_m, \gamma_m). \quad (1)$$

Uwzględniając dwuosiową strukturę geometryczną wirnika maszyny synchronicznej (duży ząb w turbogeneratorze, wydanne bieguny w hydrogeneratorze) można zauważyć, że funkcje te są okresowe względem kąta  $\gamma_m$  o okresie równym  $2\pi$  i spełniają dodatkowe relacje

$$\begin{aligned} \Psi_{md}(I_m, \gamma_m) &= \Psi_{md}(I_m, -\gamma_m), & \Psi_{mq}(I_m, \gamma_m) &= -\Psi_{mq}(I_m, -\gamma_m), \\ \Psi_{md}(I_m, \gamma_m) &= -\Psi_{md}(I_m, \gamma_m + \pi), & \Psi_{mq}(I_m, \gamma_m) &= -\Psi_{mq}(I_m, \gamma_m + \pi). \end{aligned} \quad (2)$$

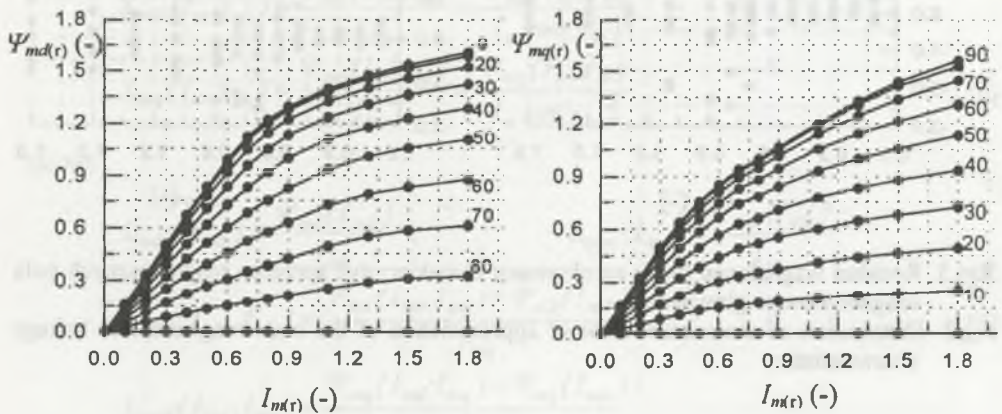
Biorąc pod uwagę przedstawione wyżej zależności, rozważane sprzężenia magnetyczne można przedstawić w postaci szeregu Fouriera

$$\Psi_{md}(I_m, \gamma_m) = \sum_{i=1,3..} \Psi_{mdi}(I_m) \cos(i\gamma_m); \quad \Psi_{mq}(I_m, \gamma_m) = \sum_{i=1,3..} \Psi_{mqi}(I_m) \sin(i\gamma_m), \quad (3)$$

w którym nieliniowe współczynniki  $\Psi_{mdi}(I_m), \Psi_{mqi}(I_m)$  w dalszej części pracy przyjęto nazywać syntetycznymi charakterystykami sprzężeń magnetycznych. W praktycznych zastosowaniach zwykle jeden bądź dwa wyrazy w szeregu z wystarczającą dokładnością aproksymują charakterystyki sprzężeń magnetycznych.

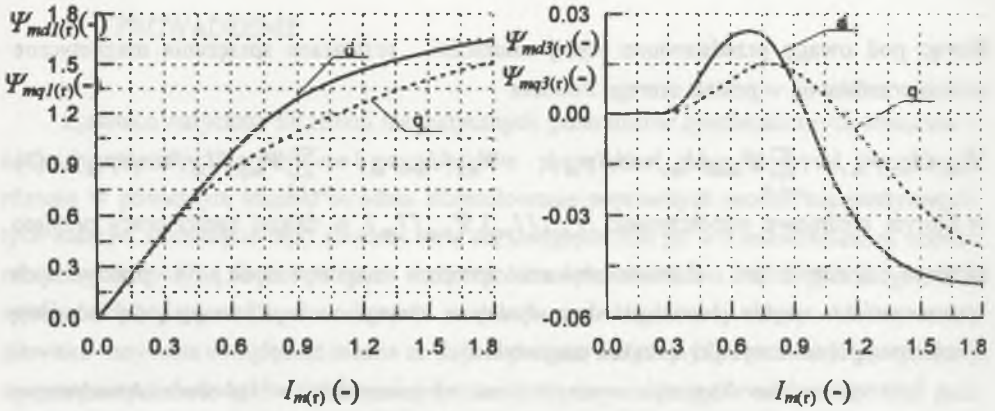
Syntetyczne charakterystyki wyznaczyć można minimalizując błąd średniokwadratowy między charakterystykami sprzężeń magnetycznych obliczonymi lub zmierzonymi dla kilku wartości prądów  $I_m$  i kątów  $\gamma_m$  a wyznaczonymi według zależności (3).

Uwzględniając powyższe uwagi dla turbogeneratora o mocy 210 MW wyznaczono syntetyczne charakterystyki sprzężeń magnetycznych (rys. 2). Podstawą do obliczenia tych charakterystyk były gromady charakterystyk sprzężeń magnetycznych wyznaczone metodą elementów skończonych (rys.1) według metodyki podanej w [2]. Dokładność odwzorowania powyższej gromady charakterystyk za pośrednictwem syntetycznych charakterystyk określono za pomocą względnego błędu aproksymacji, którego rozkład przedstawiono na rys 3.

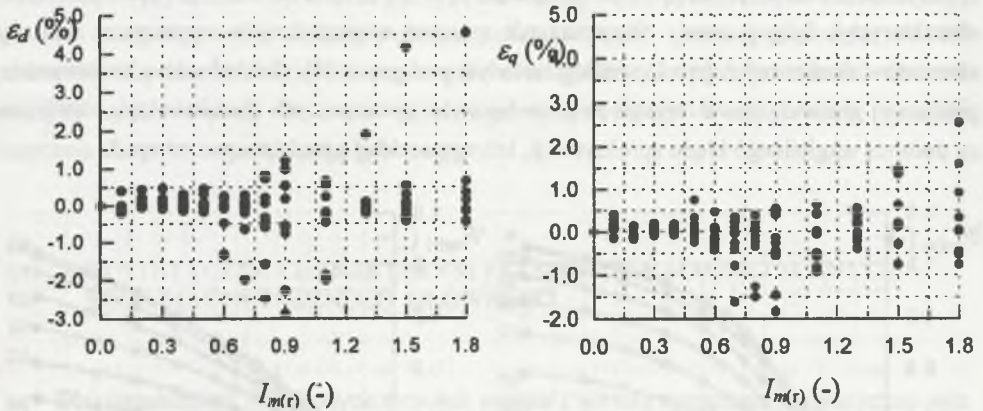


Rys.1. Nieliniowe charakterystyki sprzężeń magnetycznych pola magnetycznego głównego wyznaczone metodą elementów skończonych

Fig.1. Nonlinear characteristics of the main magnetic flux linkages calculated by the finite element method



Rys.2. Syntetyczne charakterystyki sprzężeń magnetycznych pola magnetycznego głównego  
Fig.2. Synthetic characteristics of the main magnetic flux linkages



Rys.3. Rozkład względnego błędu aproksymacji charakterystyk sprzężeń magnetycznych pola magnetycznego głównego

Fig.3. Distribution of the relative error of approximation of the main magnetic flux linkage characteristics

### 3. STATYCZNE INDUKCYJNOŚCI MAGNESUJĄCE. RÓWNANIA MASZINY SYNCHRONICZNEJ W STANIE USTALONYM SYMETRYCZNYM

Przy wykorzystaniu nieliniowych charakterystyk sprzężeń magnetycznych pola magnetycznego głównego z obwodami elektrycznymi maszyny w osiach d i q równania maszyny synchronicznej w stanie ustalonym symetrycznym przyjmują postać:

$$\begin{bmatrix} U_d \\ U_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & -\omega_{1n} L_\sigma \\ \omega_{1n} L_\sigma & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\omega_{1n} \Psi_{mq}(I_m, \gamma_m) \\ \omega_{1n} \Psi_{md}(I_m, \gamma_m) \end{bmatrix} \quad (4)$$

gdzie:  $U_d = -U \sin(\vartheta_1), \quad U_q = U \cos(\vartheta_1),$

$$I_{md} = I_d + i_f^*,$$

$$I_{mq} = I_q,$$

$$I_m = \sqrt{(I_d + i_f^*)^2 + I_q^2}, \quad \gamma_m = \arctg\left(\frac{I_q}{I_d + i_f^*}\right). \quad (5)$$

Po uwzględniając zależności (3) układ równań (4) tworzy model matematyczny maszyny synchronicznej w stanach ustalonych symetrycznych, w którym zjawisko nasycenia uwzględniono za pomocą syntetycznych charakterystyk sprzężeń magnetycznych. Przedstawione powyżej równania można zapisać również w innej postaci, wykorzystując w tym celu definicje statycznych indukcyjności magnesujących. Statyczne indukcyjności magnesujące nie są jednak określone w sposób jednoznaczny, możliwe są więc różne ich definicje [3]. Zazwyczaj indukcyjności te określa się jako

$$\begin{aligned} L_{md}(I_m, \gamma_m) &= \frac{\Psi_{md}(I_m, \gamma_m)}{I_{md}} = \frac{\Psi_{md}(I_m, \gamma_m)}{I_m \cos(\gamma_m)}, \\ L_{mq}(I_m, \gamma_m) &= \frac{\Psi_{mq}(I_m, \gamma_m)}{I_{mq}} = \frac{\Psi_{mq}(I_m, \gamma_m)}{I_m \sin(\gamma_m)}, \end{aligned} \quad (6)$$

lub też

$$\begin{aligned} L_{mdd}(I_{md}) &= \frac{\Psi_{md}(I_{md})}{I_{md}}, & L_{mqq}(I_{mq}) &= \frac{\Psi_{mq}(I_{mq})}{I_{mq}}, \\ L_{mdq}(I_{md}, I_{mq}) &= \frac{\Psi_{md}(I_{md}, I_{mq}) - \Psi_{md}(I_{md})}{I_{mq}}, & (7) \\ L_{mqd}(I_{md}, I_{mq}) &= \frac{\Psi_{mq}(I_{md}, I_{mq}) - \Psi_{mq}(I_{mq})}{I_{md}}. \end{aligned}$$

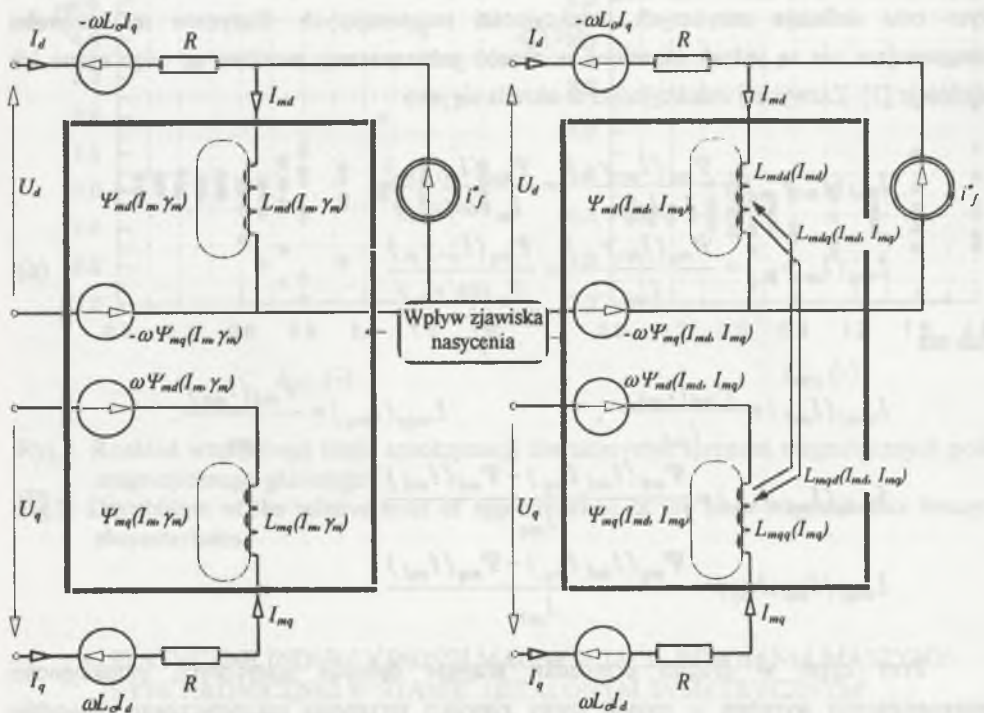
Przy czym w drugim przypadku przyjęte definicje statycznych indukcyjności magnesujących wyrażają w sposób jawny zjawisko sprzężenia magnetycznego obwodów elektrycznych maszyny w osiach d i q spowodowane nasyceniem. Korzystając z syntetycznych charakterystyk sprzężeń magnetycznych można wyznaczyć wymienione wyżej grupy statycznych indukcyjności magnesujących.

Przy uwzględnieniu wyrażen określających statyczne indukcyjności magnesujące równania maszyny synchronicznej w stanie ustalonym przyjmują następujące równoważne postaci:

$$\begin{bmatrix} U_d \\ U_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & -\omega_{ln}(L_\sigma + L_{mq}(I_m, \gamma_m)) \\ \omega_{ln}(L_\sigma + L_{md}(I_m, \gamma_m)) & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_{ln} L_{md}(I_m, \gamma_m) i_f^* \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} U_d \\ U_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R - \omega_{ln} L_{mqd}(I_{md}, I_{mq}) & -\omega_{ln}(L_\sigma + L_{mq}(I_{mq})) \\ \omega_{ln}(L_\sigma + L_{mdd}(I_{md})) & R + \omega_{ln} L_{mdq}(I_{md}, I_{mq}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\omega_{ln} L_{mqd}(I_{md}, I_{mq}) i_f^* \\ \omega_{ln} L_{mdd}(I_{md}) i_f^* \end{bmatrix} \quad (9)$$

Wprowadzonym układom nieliniowych równań algebraicznych przyporządkować można schematy zastępcze maszyny przedstawione na rys.4, na którym zaznaczono parametry i wielkości zależne od stanu nasycenia.



Rys.4. Schematy zastępcze maszyny synchronicznej w stanach ustalonych symetrycznych  
 Fig.4. Equivalent circuits of a synchronous machine in the steady-state

Rozpatrując strukturę obydwu układów równań można zauważyć, że układ równań (8) jest prostszy i w dalszej części ten układ i związane z nim parametry stanowią będą podstawę obliczeń.

#### 4. PRZYKŁADOWE WYNIKI OBLICZEŃ

Obliczenia charakterystyk maszyny synchronicznej w stanie ustalonym symetrycznym przeprowadzono dla generatora synchronicznego o następujących danych znamionowych:

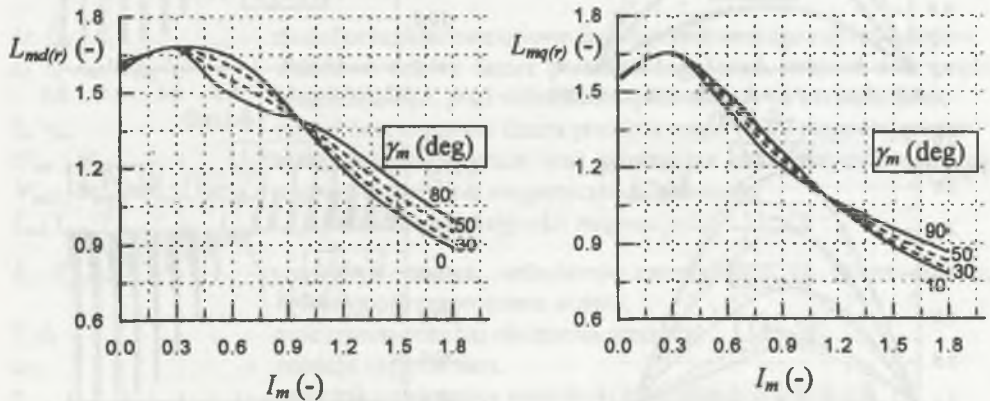
$$S_N = 247 \text{ MV}\cdot\text{A}, \quad P_N = 210 \text{ MW}, \quad U_N = 15,75 \text{ kV}, \quad I_N = 9,056 \text{ kA}, \\ \cos(\phi_N) = 0,85, \quad I_{fji} = 940 \text{ A}.$$

Do obliczeń przyjęto następujące parametry elektromagnetyczne maszyny:

$$R_{(r)} = 0,00194, \quad R_{f(r)}^* = 0,00135; \quad L_{\sigma(r)} = 0,16895;$$

$$L_{md(r)} = 1,682; \quad L_{mq(r)} = 0,1655 - \text{dla stanu nienasyconego}.$$

Statyczne indukcyjności magnesujące obliczone za pomocą syntetycznych charakterystyk sprzężeń magnetycznych przedstawiono na rys.5

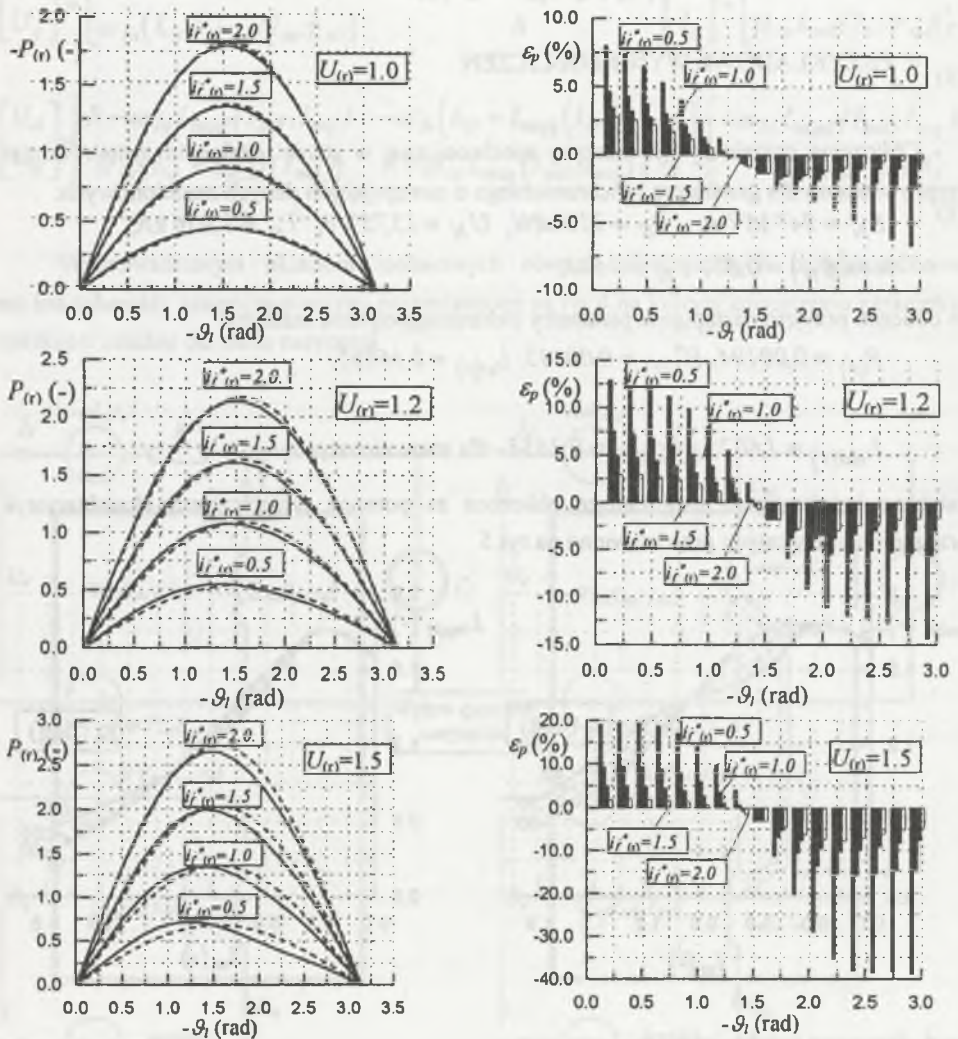


Rys. 5. Statyczne indukcyjności magnesujące

Fig.5. Static magnetizing inductances

Dla zobrazowania wpływu zjawiska nasycenia na właściwości maszyny porównano ze sobą charakterystyki maszyny obliczone przy uwzględnieniu i pominięciu zjawiska nasycenia (przyjmując nienasycone wartości statycznych indukcyjności magnesujących). Przykładowe

wyniki obliczeń w postaci wykresów charakterystyk kątowych maszyny oraz wykresów względnych różnic między tymi charakterystykami dla różnych wartości napięcia zasilania oraz prądu wzbudzenia przedstawiono na rys.6.



Rys.6. Charakterystyki kątowe generatora synchronicznego. Rozkład względnych różnic między charakterystykami obliczonymi przy uwzględnieniu (---) i pominięciu zjawiska nasycenia (- - -)  
 Fig.6. Power-load angle characteristics of the synchronous generator. Distribution of the relative differences between characteristics calculated when taking into account (---) or neglecting (- - -) saturation effect



## 5. UWAGI KOŃCOWE

Przeprowadzone rozważania dowiodły, że za pomocą syntetycznych charakterystyk sprzężeń magnetycznych można sformułować model matematyczny maszyny synchronicznej uwzględniający zjawisko nasycenia dla pola magnetycznego głównego. Obliczone charakterystyki maszyny w stanie ustalonym wykazały, że pominięcie zjawiska nasycenia powoduje znaczące błędy w ocenie właściwości maszyny synchronicznej, zwłaszcza przy podwyższonym napięciu zasilania. Przykładowo różnice te w zakresie stabilnej części charakterystyki kątowej wynoszą około 5-7% przy napięciu  $U_{(t)}=1$  i wzrastają do 10-20% przy napięciu  $U_{(t)}=1.5$ . Uwzględnienie zjawiska nasycenia w obliczeniach ustalonego stanu pracy pozwala więc na powiększenie przesyłu mocy elektrycznej do systemu elektroenergetycznego przy zachowaniu tych samych granicznych wartości kąta obciążenia. Biorąc pod uwagę, że wyniki obliczeń dla stanu ustalonego są podstawą obliczeń warunków początkowych dla stanu nieustalonego, istniejące różnice generować będą podobne rozbieżności w wynikach badań symulacyjnych w stanach dynamicznych.

## WYKAZ OZNACZEŃ

$U, U_d, U_q$	- moduł oraz składowe osiowe fazora przestrzennego napięcia stojana,
$I_d, I_q, I_{md}, I_{mq}, i_f^*$	- składowe osiowe fazora przestrzennego prądu stojana oraz prądu magnesującego, prąd wzbudzenia sprowadzony na stronę stojana,
$I_m, \gamma_m$	- moduł oraz argument fazora przestrzennego prądu magnesującego,
$\Psi_{md}, \Psi_{mq}$	- sprzężenia magnetyczne oraz syntetyczne charakterystyki sprzężeń
$\Psi_{md1}, \Psi_{mq1}, \Psi_{md3}, \Psi_{mq3}$	magnetycznych pola magnetycznego głównego,
$L_{md}, L_{mq}, L_{mdd}, L_{mdq}, L_{mqd}, L_{mqq}$	- statyczne indukcyjności magnesujące,
$R, R_f^*, L_\sigma$	- rezystancja stojana, wzbudzenia sprowadzona na stronę stojana, indukcyjność rozproszenia stojana,
$P, \vartheta_l$	- moc czynna oraz kąt obciążenia maszyny,
$\omega_{ln}$	- pulsacja napięcia sieci,
$r$	- wskaźnik oznaczający wartości w jednostkach względnych.

## LITERATURA

1. El-Serafi A.M., Abdallah A.S., El-Sherbiny M.K., Badway E.H.: Experimental study of the saturation and cross-magnetizing phenomenon in saturated synchronous machines. IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 3, No. 4, December 1988, pp. 815-823.

2. Kudła J.: Obliczenia nieliniowych charakterystyk sprzężeń magnetycznych pola głównego w maszynie synchronicznej cylindrycznej. Zeszyty Naukowe Pol.Śl. Elektryka z. 149, 1996, str. 99-110.
3. Kudła J.: Indukcyjności statyczne i dynamiczne maszyny synchronicznej cylindrycznej związane z polem magnetycznym głównym. Zeszyty Naukowe Pol.Śl. Elektryka z. 149, 1996, str. 111-122.
4. Schulz R.P., Farmer R.G., Goering C.J., Selin D.A., Sharma D.K.: Benefit assessment of finite-element based generator saturation model. IEEE Transactions on Power System, Vol. PWRS-2, No. 4, November 1987, pp. 1027-1033.

Recenzent: Dr hab.inż. Mieczysław Ronkowski

Wpłynęło do Redakcji dnia 30 maja 1997 r.

## Abstract

Magnetic flux linkages of the main magnetic field with machine electric circuit in d and q axes have been determined basing on the nonlinear synthetic characteristic (3), (Fig.2). Basing on these nonlinear characteristics equations of a synchronous machine in the steady-state have been formulated (4). Having defined static magnetizing inductances in d and q axes (6,7) the mentioned equations have been replaced by two equivalent forms (8,9) which constitute mathematical model of a synchronous machine in the steady-state. The elaborated mathematical model differs from the mathematical model in which saturation is neglected. These differences have been shown on the synchronous machine equivalent circuit presented in Fig.4. Investigations of saturation influence on the machine steady-state characteristics have been made for turbogenerator of 210 MW. The results of investigations (fig.6) have proved that neglecting saturation effect causes significant incorrectness in estimation of the machine properties.