ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1971

Seria: ENERGETYKA z. 40 Nr kol. 311

GERARD KOSMAN
Katedra Kotłów i Maszyn Cieplnych

METODA WYTRZYMAŁOŚCIOWYCH OBLICZEŃ WIRNIKÓW WENTYLATORÓW PROMIENIOWYCH

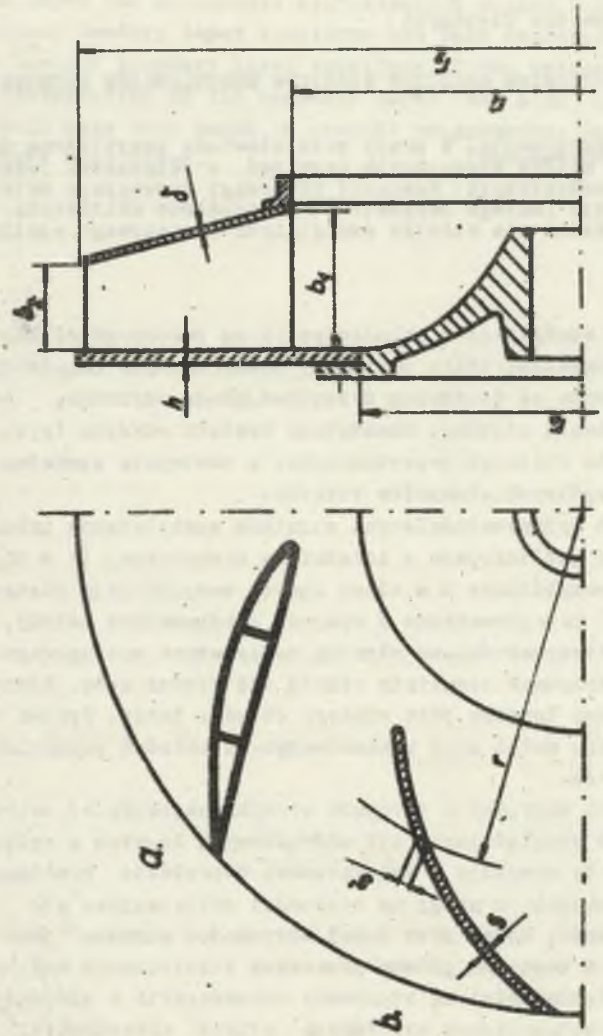
Streszczenie. W pracy przedstawiono przybliżoną analityczną metodę wyznaczania naprężeń w wirnikach wentylatorów promieniowych. Równanie równowagi rozwiązano metodą perturbacji (małego parametru). Szczegółowe obliczenia przeprowadzono dla wirnika wentylatora wyciągowego spalin.

1. Wstęp

W czasie pracy wentylatorów promieniowych na poszczególne elementy wirnika działają obciążenia, które podzielić można na trzy zasadnicze grupy: obciążenia pochodzące od działania przepływającego czynnika, obciążenia masowe oraz obciążenia cieplne. Zasadniczo kształt wirnika (rys. 1) ustala się na podstawie obliczeń przepływowych, a następnie sprawdza się wytrzymałość poszczególnych elementów wirnika.

Metody obliczeń wytrzymałościowych wirników wentylatorów promieniowych opisane są w wielu publikacjach z literatury technicznej [1 ÷ 10]. Wszystkie te metody są przybliżone i w różny sposób uwzględniają obciążenia wirnika. W pracy [12] przeprowadzono w oparciu o wspomniane metody, szczegółowe obliczenia wytrzymałościowe wirnika wentylatora wyciągowego spalin i stwierdzono, że otrzymane rezultaty różnią się między sobą. Różnice są w tym większe, im masa łopatek jest większa od masy tarcz. Wynika to z przybliżonego charakteru metod oraz upraszczających założeń poczynionych przy wyprowadzaniu wzorów.

Przy wyznaczaniu naprężeń w tarczach wirnika najbardziej istotnym problemem jest sposób uwzględniania sił odśrodkowych łopatek w ogólnym obciążeniu tarcz. Siły te wywołują w obu tarczach naprężenia rozciągające i gnące. Naprężeń gnących, z uwagi na trudności obliczeniowe nie wyznacza się, lecz ich wartość, która przy dużej sztywności wirnika jako całości jest mała. Wynika z tego, że główną przyczyną rozbieżności wyników obliczeń i małej ich dokładności są stosowane uproszczenia w sposobach obliczenia naprężeń rozciągających wywołanych siłami odśrodkowymi łopatek. Przy obliczaniu tych naprężeń nie uwzględnia się wpływu deformacji łopatek na deformacje tarczy, a jedynie traktuje się łopatki jako dodatkowe masy równomiernie rozłożone na obwodzie i wprowadza się zastępczą gęstość tarcz.



Rys. 1. Wirnik jednostronnie ssącego wentylatora promieniowego
a – łopatka profilowa, b – łopatka o stałej grubości

Przy wyznaczaniu w oparciu o wspomniane metody naprężeń w łopatkach nie uwzględnia się wpływu reakcji obu tarcz na stan naprężenia. Praktycznie więc obliczenia wytrzymałościowe łopatek sprawdzają się do określenia wielkości naprężeń od działania sił odśrodkowych własnych mas.

Podana w niniejszej pracy metoda jest uogólnieniem metod omówionych w pracach [1 ÷ 10]. Metoda ta dostatecznie dokładnie pozwala wyznaczyć naprężenia rozciągające wywołane siłami odśrodkowymi łopatek. Otrzymane zależności umożliwiają przeprowadzenie analizy wpływu sztywności łopatek oraz sztywności zamocowania łopatek na naprężenia w tarczach. Przy obliczaniu naprężeń w łopatkach uwzględniono w przybliżeniu reakcje obu tarcz. Wzory obliczeniowe przystosowano dla wirników z łopatkami profilowanymi, złożonymi z kilku elementów składowych. Ogólne rozwiązanie zagadnienia otrzymano dla dowolnej funkcji charakteryzującej stopień zanieczyszczenia łopatek.

2. Założenia problemu

Obciążenia masowe są siłami odśrodkowymi obu tarcz i łopatek wywołanymi obrotem wirnika. Intensywność tego obciążenia jest określona wzorem

$$j = \varrho\, \omega^2 r . \tag{1}$$

Dodatkowo uwzględniamy siły odśrodkowe pochodzące od zanieczyszczeń kanałów przypływowych wirnika. Wielkość obciążenia od zanieczyszczeń, przypadająca na pierścień o promieniu r i grubości dr, jest równa

$$dP = \varrho_p z F_p\, dr\, \omega^2 r . \tag{2}$$

Siłę odśrodkową zanieczyszczeń przypadających na jednostkę powierzchni bocznej tarczej określa zależność

$$p(r) = \frac{\varrho_p z F_p \omega^2}{2\pi} . \tag{3}$$

Pole przekroju $F_p(r)$ może być dowolną funkcją promienia. W praktyce obliczeniowej aproksymujemy ją wielomianem

$$F_p(r) = \sum_{i=1}^{n} \delta_i \left(\frac{r}{r_2}\right)^i . \tag{4}$$

Obciążenia cieplne pojawiają się jako skutek nierównomiernego nagrzania wirnika. Załóżmy, że temperatura poszczególnych punktów wirnika jest tylko funkcją promienia

$$T = T(r). \tag{5}$$

Przy dużych prędkościach obrotowych różnice temperatur między wewnętrznym obwodem wirnika a piastą są znaczne. Przebieg temperatury zależy od warunków pracy wentylatora, ale zawsze temperatury wyższe są bliżej obrzeża, najniższe zaś w pobliżu wału. Zależą one głównie od temperatury czynnika roboczego. W większości obliczeń przyjmuje się paraboliczny rozkład temperatury wzdłuż promienia według wzoru

$$T = \frac{T_o r_2^2 - T_2 r_o^2}{r_2^2 - r_o^2} + \frac{T_2 - T_o}{r_2^2 - r_o^2} r^2. \tag{5a}$$

W opisanych wcześniej metodach (oprócz metody Traupla) zakłada się, że obciążenia od sił masowych oraz nagrzania przenoszą tylko tarcze bez udziału łopatek, tzn. pomija się sztywność łopatek. Założenie to, jak wykazały badania eksperymentalne [9], nie jest słuszne. Całkowite pole przekroju, przejmujące naprężenia promieniowe, jest równe:

$$F_o(r) = 2\pi r(h+\delta) + z\cdot F(r). \tag{6}$$

Funkcję opisującą zmianę przekroju łopatki F(r) wzdłuż promienia można przedstawić analitycznie tylko dla najprostszych przypadków. Dla składanych łopatek profilowanych pole przekroju jest sumą pól części składowych na danym promieniu r

$$F(r) = \sum_{i=1}^{n} F_i(r) = \sum_{i=1}^{n} s_i^x(r)\cdot b_i(r). \tag{7}$$

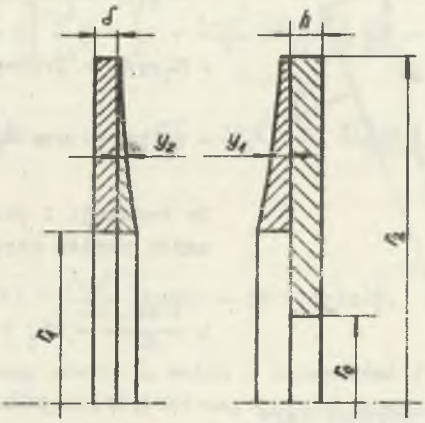
Wartości tej funkcji można stabelaryzować dla danego profilu łopatki. Żeby uniknąć całkowania numerycznego najwygodniej jednak będzie przedstawić ją w postaci wielomianu

$$F(r) = \sum_{i=1}^{m} \xi_i \left(\frac{r}{r_2}\right)^i. \tag{8}$$

Dla wirników o dużej liczbie łopatek z można przekrój łopatek (ostatni człon zależności (6)) zamienić na przekrój pierścieniowy o zmiennej grubości y^*

$$y^* = \frac{z \cdot F(r)}{2\pi r} . \tag{9}$$

Ostatniemu założeniu odpowiada model wirnika składający się z trzech tarcz odpowiednio o grubościach h, $y^*(r)$ oraz δ.
Dla określenia naprężeń w tarczy nośnej i nakrywającej podzielimy otrzymany model na dwa niezależne układy (rys. 2).



Rys. 2. Model tarczy nośnej i nakrywającej wirnika

Grubość tarcz $y_1(r)$ oraz $y_2(r)$ można wyznaczyć z zależności

$$y_i(r) = k_i \cdot y^*(r) \quad \text{dla} \quad i = 1,2 , \tag{10}$$

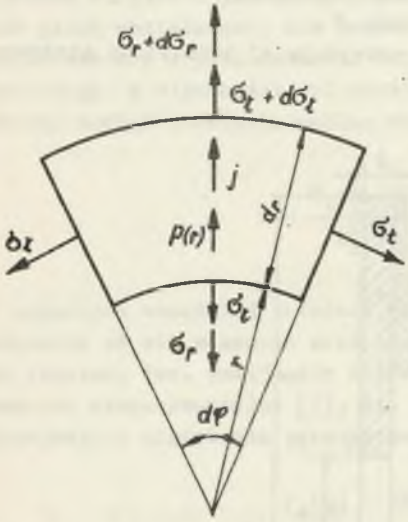
gdzie:

k_i - współczynniki zależne od sztywności zamocowania łopatek do tarcz.

Do dalszych obliczeń przyjmiemy, że tarcze o grubości y_1 i y_2 przenoszą tylko naprężenie promieniowe. Założenie to będzie tym bardziej spełnione, im bardziej ustawienie łopatek będzie zbliżone do promieniowego. Otrzymujemy więc w obu przypadkach układ złożony z tarczy o stałej grubości, przejmującej naprężenie promieniowe i obwodowe oraz z tarczy o zmiennej grubości, przejmującej tylko naprężenia promieniowe.

3. Równanie równowagi tarcz

Rozpatrzmy jedną z tarcz przedstawionych na rys. 2. Na ściankach elementu wyciętego z tej tarczy (rys. 3) występują naprężenia promieniowe σ_r i σ_ℓ oraz obwodowe σ_t. Działają również siły odśrodkowe własnych mas oraz zanieczyszczeń wirnika. Jeżeli pominiemy asymetrię wywołaną obecnością tarczy zmiennej grubości, to otrzymamy płaski stan naprężenia.



Rys. 3. Elementarny wycinek tarczy

Równanie równowagi elementu przyjmuje postać

$$(\sigma_r + d\sigma_r((r + dr)h\, d\varphi + (\sigma_\ell + d\sigma_\ell)(r+dr)(y+dy)d\varphi - \sigma_r r h d\varphi + - \sigma_\ell r y d\varphi + jr(h+y)drd\varphi + prdrd\varphi - - 2\sigma_\ell h\, dr \sin\frac{d\varphi}{2} = 0. \tag{11}$$

Po redukcji i pominięciu małych wyższych rzędów otrzymujemy

$$h\frac{d(r\sigma_r)}{dr} - h\sigma_t + \frac{d(\sigma_\ell y r)}{dr} = = -r\,p(r) - jr(h+y). \tag{11a}$$

Względnie wydłużenia promieniowe łopatek i tarczy są sobie równe

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu\sigma_t) + \alpha T = \frac{\sigma_\ell}{E} + \alpha T, \tag{12}$$

stąd

$$\sigma_\ell = \sigma_r - \nu\sigma_t. \tag{13}$$

Po podstawieniu ostatniej zależności do równania równowagi otrzymujemy

$$r\frac{dy}{dr}\sigma_r + (h+y)\frac{d(r\sigma_r)}{dr} - \nu y\frac{d(r\sigma_t)}{dr} - (h+\nu r\frac{dy}{dr})\sigma_t = = -rp(r) - jr(h+y). \tag{11b}$$

Naprężenia promieniowe i obwodowe są związane z przemieszczeniem promieniowym związkami [15]

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2}\left[\frac{du}{dr} + \nu\frac{u}{r} - (1+\nu)\alpha T\right]$$
$$\sigma_t = \frac{E}{1-\nu^2}\left[\frac{u}{r} + \nu\frac{du}{dr} - (1+\nu)\alpha T\right]. \tag{14}$$

Wstawiając (14) do (11b) otrzymujemy równanie równowagi wyrażone przez przemieszczenie promieniowe

$$\left[1 + \frac{1-\nu^2}{h}y\right]\frac{d^2u}{dr^2} + \left[1 + \frac{1-\nu^2}{h}\frac{d(yr)}{dr}\right]\frac{1}{r}\frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} =$$
$$= A(r) + (1+\nu)\alpha\frac{dT}{dr} + \frac{1-\nu^2}{h}\frac{\alpha}{r}\frac{d(Tyr)}{dr}, \tag{15}$$

gdzie:

$$A(r) = \frac{1-\nu^2}{Eh}\left[-p(r) - jh - jy(r)\right].$$

Po rozwiązaniu ostatniego równania można z zależności (14) wyznaczyć naprężenia w tarczy, a następnie z (13) naprężenie promieniowe w łopatkach.

4. Ogólne rozwiązanie zagadnienia

Rozwiązania równania (15) w przedziale $[r_a, r_b]$ poszukamy dla warunków brzegowych:

$$R_1(u) \equiv \alpha_1 \left.\frac{du}{dr}\right|_{r=r_a} + \beta_1 u(r_a) = \gamma_1$$
$$R_2(u) \equiv \alpha_2 \left.\frac{du}{dr}\right|_{r=r_b} + \beta_2 u(r_b) = \gamma_2, \tag{16}$$

gdzie: r_a, r_b – promienie brzegowe.

Wartości współczynników α, β, γ zostaną określone później. Do rozwiązania zagadnienia brzegowego (15) i (16) zastosujemy metodę perturbacji (metodę małego parametru) [13]. Metoda ta jest szczególnie przydatna do roz-

wiązania zagadnień, dla których znane są rozwiązania zagadnień zbliżonych o mało różniących się współczynnikach.
Utwórzmy równanie zawierające parametr perturbacyjny

$$\left[1+\varepsilon\frac{1-\nu^2}{h}y\right]\frac{d^2u}{dr^2}+\left[1+\varepsilon\frac{1-\nu^2}{h}\frac{d(yr)}{dr}\right]\frac{1}{r}\frac{du}{dr}-\frac{u}{r^2}=$$
$$=A(r)+(1+\nu)\alpha\frac{dT}{dr}+\varepsilon\frac{1-\nu^2}{h}\frac{\alpha}{r}\frac{d(Tyr)}{dr}. \tag{17}$$

Ostatnie równanie przy $\varepsilon = 1$ jest identyczne z równaniem (15) a przy $\varepsilon = 0$ staje się bardzo prostym równaniem o postaci

$$\frac{d^2u}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{du}{dr}-\frac{u}{r^2}=A(r)+(1+\nu)\alpha\frac{dT}{dr}. \tag{17a}$$

Zakładamy, że rozwiązanie $u(r,\varepsilon)$ pomocniczego zagadnienia brzegowego (17) i (16) można przedstawić w postaci szeregu

$$u(r,\varepsilon)=u_0(r)+\varepsilon.u_1(r)+\varepsilon^2.u_2(r)+\ldots \tag{18}$$

Wstawiając (18) do (17) otrzymujemy

$$\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon^n\left(\frac{d^2u_n}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{du_n}{dr}-\frac{u_n}{r^2}\right)+\varepsilon\frac{1-\nu^2}{h}\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon^n\left(y\frac{d^2u_n}{dr^2}+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{r}\frac{d(yr)}{dr}\frac{du_n}{dr}\right)=A(r)+(1+\nu)\alpha\frac{dT}{dr}+\varepsilon\frac{1-\nu^2}{h}\frac{\alpha}{r}\frac{d(Tyr)}{dr}. \tag{19}$$

Porównując wyrażenia przy tych samych potęgach ε dochodzimy do ciągu zagadnień brzegowych

$$\left.\begin{aligned}&\frac{d^2u_0}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{du_0}{dr}-\frac{u_0}{r^2}=A(r)+(1+\nu)\alpha\frac{dT}{dr}\\&R_i(u_0)=\gamma_i\quad\text{dla}\quad i=1,2\end{aligned}\right\} \tag{20}$$

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d^2u_1}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du_1}{dr} - \frac{u_1}{r^2} = \frac{1-\nu^2}{h}\left(\frac{\alpha}{r}\frac{d(Tyr)}{dr} - y\frac{d^2u_o}{dr^2} - \frac{1}{r}\frac{d(yr)}{dr}\frac{du_o}{dr}\right. \\ &R_i(u_1) = 0 \quad \text{dla} \quad i = 1,2 \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d^2u_n}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du_n}{dr} - \frac{u_n}{r^2} = -\frac{1-\nu^2}{h}\left(y\frac{d^2u_{n-1}}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d(yr)}{dr}\frac{du_{n-1}}{dr}\right) \\ &\qquad\qquad \text{dla} \quad n = 2,3,4,\ldots \\ &R_i(u_n) = 0 \quad \text{dla} \quad i = 1,2. \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

Rozwiązując kolejno te zagadnienia brzegowe znajdujemy funkcje u_o, u_1, u_2 ..., a następnie szukane rozwiązanie zagadnienia (15) i (16) w postaci

$$u(r) = u(r,1) = u_o(r) + u_1(r) + u_2(r) + \ldots \tag{23}$$

Funkcja $u_o(r)$ jak łatwo sprawdzić, jest rozwiązaniem badanego zagadnienia dla $\varepsilon = 0$ (równanie (17a)). Stanowi ona rozwiązanie zagadnienia, które nie uwzględnia sztywności łopatek (naprężenia w łopatkach $\sigma_\ell = 0$).
Całka ogólna równania (20) ma postać

$$u_o = C_o r + \frac{D_o}{r} + (1+\nu)\frac{\alpha}{r}\int_{r_a}^{r} Trdr + \frac{1}{r}\int_{r_a}^{r}\left[r\int_{r_a}^{r} A(r)dr\right]dr. \tag{24}$$

Ostatnią całkę można przekształcić całkując przez części

$$\int_{r_a}^{r}\left[r\int_{r_a}^{r} A(r)dr\right]dr = \frac{r^2}{2}\int_{r_a}^{r} A(r)dr - \frac{1}{2}\int_{r_a}^{r} r^2A(r)dr. \tag{25}$$

Po powstaniu (25) oraz wartości funkcji A(r) do wzoru (24) otrzymujemy po prostych przekształceniach końcową postać formuły określającej pomieszczenie u_o

$$u_o = C_o r + \frac{D_o}{r} - \frac{1-\nu^2}{8E}\varrho\omega^2r^2 + \frac{1+\nu}{r}\Theta(r) + \frac{1}{r}G_1(r) - r\,G_2(r), \tag{26}$$

gdzie:

$$\Theta(r) = \alpha \int_{r_a}^{r} rTdr$$

$$G_1(r) = \frac{z\omega^2(1-\nu^2)}{4\pi Eh} \int_{r_a}^{r} r^2(k_1\varrho F + \varrho_p F_p)dr \tag{27}$$

$$G_2(r) = \frac{z\omega^2(1-\nu^2)}{4\pi Eh} \int_{r_a}^{r} (k_1\varrho F + \varrho_p F_p)dr .$$

Stałe całkowania C_o i D_o można łatwo wyznaczyć z niejednorodnych warunków brzegowych (20).

Przed przystąpieniem do wyznaczenia przemieszczenia u_1 (pierwsza poprawka) należy ustalić ostateczną postać równania (21).
Po przekształceniu prawej strony tego równania otrzymujemy

$$\frac{d^2u_1}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du_1}{dr} - \frac{u_1}{r^2} = \frac{1-\nu^2}{h}\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left[yr(\alpha T - \frac{du_o}{dr})\right]. \tag{21a}$$

Ogólne rozwiązanie równania (21a) ma postać

$$u_1 = C_1 r + \frac{D_1}{r} + \frac{1-\nu^2}{h}\frac{1}{r}\int_{r_a}^{r}\left\{ r \int_{r_a}^{r} \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left[yr(\alpha T - \frac{du_o}{dr})\right] dr\right\} dr \tag{28}$$

lub po przekształceniach

$$u_1 = C_1 r + \frac{D_1}{r} + \frac{1-\nu^2}{2h}\left[r\int_{r_a}^{r}\frac{y}{r}(\alpha T - \frac{du_o}{dr})dr + \frac{1}{r}\int_{r_a}^{r} yr(\alpha T - \frac{du_o}{dr})dr\right]. \tag{28a}$$

Po wstawieniu wzoru (26) na $u_o(r)$ otrzymujemy końcową postać formuły określającej przemieszczenie $u_1(r)$

$$u_1 = C_1 r + \frac{D_1}{r} + k_1 \frac{1-\nu^2}{E}\left[r\, H_1(r) + \frac{1}{r} H_2(r)\right], \tag{29}$$

gdzie:

$$H_o(r) = \frac{E\,E\,F}{4\pi h r}\left\{\frac{D_o}{r^2} - C_o + \frac{3(1-\nu^2)}{8E}\rho\omega^2 r^2 - \nu\alpha T + \right.$$

$$\left. + \frac{1+\nu}{r^2}\Theta(r) + \frac{1}{r^2} G_1(r) + G_2(r)\right\}$$

$$H_1(r) = \int_{r_a}^{r} \frac{1}{r} H_o(r)dr$$

$$H_2(r) = \int_{r_a}^{r} r\, H_o(r)dr\,. \tag{30}$$

Stałe całkowania C_1 i D_1 należy wyznaczyć z jednorodnych warunków brzegowych (21).
W podobny sposób można wyznaczyć dalsze funkcje $u_2(r)$, $u_3(r)$ .....
Rozwiązanie równania (22) dla dowolnego n można przedstawić w formie:

$$u_n = C_n r + \frac{D_n}{r} - \frac{1-\nu^2}{2h}\left[r\int_{r_a}^{r} \frac{y}{r}\frac{du_{n-1}}{dr}dr + \frac{1}{r}\int_{r_a}^{r} yr\frac{du_{n-1}}{dr}dr\right]. \tag{31}$$

Stałe C_n i D_n należy wyznaczyć podobnie jak poprzednio z jednorodnych warunków brzegowych (22).

5. Naprężenia w tarczy nośnej

Warunki brzegowe dla tarczy nośnej obejmują tylko naprężenia promieniowe:

$$\sigma_r = p_r \quad \text{dla} \quad r = r_o$$

$$\sigma_r = 0 \quad \text{dla} \quad r = r_2\,. \tag{32}$$

Stąd oraz z (14) wynika, że współczynniki α, β, γ występujące w ogólnych warunkach brzegowych (16) określone są tak:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 1$$

$$\beta_1 = \frac{\nu}{r_o}; \quad \beta_2 = \frac{\nu}{r_2} \tag{33}$$

$$\gamma_1 = (1+\nu)\alpha T(r_o) + \frac{1-\nu^2}{E} Pr$$

$$\gamma_2 = (1+\nu)\alpha T(r_2).$$

Przemieszczenie w tarczy nośnej można wyznaczyć z zależności (26) ÷ (31) podstawiając

$$r_a = r_o, \quad r_b = r_2, \quad k_1 = k_1.$$

Naprężenia w tarczy można podobnie jak przemieszczenia, przedstawić w postaci szeregów

$$\sigma_r = \sigma_r^{(o)} + \sigma_r^{(1)} + \sigma_r^{(2)} + \ldots$$

$$\sigma_t + \sigma_t^{(o)} + \sigma_t^{(1)} + \sigma_t^{(2)} + \ldots \tag{34}$$

W niniejszej pracy ograniczymy się do wyznaczenia jedynie rozwiązania podstawowego $\sigma_r^{(o)}$, $\sigma_t^{(o)}$ oraz pierwszego przybliżenia $\sigma_r^{(1)}$ i $\sigma_t^{(1)}$. Wstawiając (26) do (14) otrzymujemy

$$\sigma_r^{(o)} = \frac{E}{1-\nu} C_o - \frac{E}{1+\nu}\frac{D_o}{r^2} - \frac{3+\nu}{8}\rho\omega^2 r^2 +$$

$$- \frac{E}{r^2}\Theta(r) - \frac{E}{1+\nu}\frac{1}{r^2} G_1(r) - \frac{E}{1-\nu} G_2(r) \tag{35}$$

$$\sigma_t^{(o)} = \frac{E}{1-\nu} C_o + \frac{E}{1+\nu}\frac{D_o}{r^2} - \frac{1+3\nu}{8}\rho\omega^2 r^2 - E\alpha T +$$

$$+ \frac{E}{r^2}\Theta(r) + \frac{E}{1+\nu}\frac{1}{r^2} G_1(r) - \frac{E}{1-\nu} G_2(r).$$

Stałe C_o i D_o wyznaczone z warunków (20), dla współczynników określonych związkami (33), przyjmują postać

$$C_o = \frac{1-\nu^2}{E(r_2^2-r_o^2)}\left[\frac{3+\nu}{8}\varrho\omega^2(r_2^4-r_o^4) + E\cdot\Theta(r_2) + \right.$$

$$\left. + \frac{E}{1+\nu}C_1(r_2) + \frac{E}{1-\nu}r_2^2\,G_2(r_2) - p_r r_o^2\right] \tag{36}$$

$$D_o = (1+\nu)r_o^2\left[\frac{C_o}{1-\nu} - \frac{3+\nu}{8E}\varrho\omega^2 r_o^2 - \frac{p_r r_o^2}{E}\right].$$

Pierwsze przybliżenie naprężeń wyznaczymy z zależności (29) oraz (14)(bez ostatnich członów zawierających temperaturę). Po przekształceniach otrzymujemy:

$$\sigma_r^{(1)} = \frac{E}{1-\nu}C_1 - \frac{E}{1+\nu}\frac{D_1}{r^2} + k_1\left[(1+\nu)H_1(r) + \right.$$

$$\left. - \frac{1-\nu}{r^2}H_2(r) + 2\,H_o(r)\right]$$

$$\sigma_t^{(1)} = \frac{E}{1-\nu}C_1 + \frac{E}{1+\nu}\frac{D_1}{r^2} + k_1\left[(1+\nu)H_1(r) + \right.$$

$$\left. + \frac{1-\nu}{r^2}H_2(r) + 2\nu H_o(r)\right]. \tag{37}$$

Stałe C_1 i D_1 wyznaczamy z jednorodnych warunków (21)

$$C_1 = \frac{k_1(1-\nu)}{E(r_2^2-r_o^2)}\left\{2r_o^2H_o(r_o) - r_2^2\left[(1+\nu)H_1(r_2) + \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{1-\nu}{r_2^2}H_2(r_2) + 2H_o(r_2)\right]\right\} \tag{38}$$

$$D_1 = (1+\nu)r_o^2\left[\frac{C_1}{1-\nu} + \frac{2k_1}{E}H_o(r_o)\right].$$

6. Naprężenia w tarczy nakrywającej

Zwykle tarcza nakrywająca ma zaokrąglony wlot względnie przyspawany pierścień, który znacznie zmniejsza naprężenia. Warunki brzegowe przyjmują w tym przypadku postać

$$\sigma_r = 0 \quad \text{dla} \quad r = r_2$$
$$u = \Delta r \quad \text{dla} \quad r = r_1 . \tag{39}$$

Ostatnia równość wyraża warunek naprężenia między tarczą i pierścieniem. Na pierścień działa ciśnienie promieniowe

$$q = \varrho \omega^2 r_1 f + \sigma_r(r_1) \cdot \delta . \tag{40}$$

Naprężenie obwodowe w pierścieniu i przyrost zewnętrznego promienia pierścienia są określone następująco:

$$\sigma_{tp} = \frac{q r_1}{f} \tag{41}$$

$$\Delta r = \frac{\sigma_{tp} \cdot r_1}{E} . \tag{42}$$

Stąd oraz z (14) i (39) wynika, że współczynniki α, β, γ występujące w (16) są określone tak:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 1$$

$$\beta_1 = \frac{\nu}{r_1} - \frac{f(1-\nu^2)}{r_1^2 \delta}$$

$$\beta_2 = \frac{\nu}{r_2} \tag{43}$$

$$\gamma_1 = (1+\nu)\alpha T(r_1) - \frac{\varrho \omega^2 r_1 (1-\nu^2) f}{E\delta}$$

$$\gamma_2 = (1+\nu)\alpha T(r_2) .$$

Przemieszczenie w tarczy nakrywającej można wyznaczyć podobnie jak poprzednio z zależności (26) ÷ (31) podstawiając:

$$r_a = r_1, \quad r_b = r_2, \quad k_1 = k_2, \quad h = \delta .$$

Podobnie jak w przypadku tarczy mośnej można naprężenia w tarczy nakrywającej przedstawić w postaci szeregu (34). Naprężenia podstawowe $\sigma_r^{(o)}$ i $\sigma_t^{(o)}$ należy wyznaczyć również ze wzorów (35).

Ogólne wyrażenia określające wartości stałych całkowania C_o i D_o byłyby w tym przypadku bardziej skomplikowane niż dla tarczy nośnej (36), dla tego też ograniczymy się do podania układu równań otrzymanego z (20) i (43), z którego można te stałe dla konkretnych wartości liczbowych łatwo wyznaczyć

$$C_o\left[r_1 - \frac{r_1^2\delta}{f(1-\nu)}\right] + D_o\left[\frac{1}{r_1} + \frac{\delta}{f(1+\nu)}\right] = \frac{\varrho\,\omega^2 r_1^3}{8E}\left[9-\nu^2-(3+\nu)\,\frac{r_1\delta}{f}\right] \tag{44}$$

$$C_o\,\frac{E}{1-\nu} - \frac{D_o}{r_2^2}\,\frac{E}{1+\nu} = \frac{3+\nu}{8}\,\varrho\omega^2 r_2^2 + \frac{E}{1+\nu}\,\frac{1}{r_2^2}\,G_1(r_2) + \frac{E}{1-\nu}\,G_2(r_2).$$

Pierwsze przybliżenia naprężeń w tarczy nakrywającej $\sigma_r^{(1)}$ i $\sigma_t^{(1)}$ określone są wzorami (37). Stałe całkowania wyznaczamy z układu równań

$$C_1\left(\frac{1}{1-\nu} - \frac{f}{r_1\delta}\right) - \frac{D_1}{r_1^2}\left(\frac{1}{1+\nu} + \frac{f}{r_1\delta}\right) = -\frac{2k_2}{E}\,H_o(r_1)$$

$$C_1\,\frac{1}{1-\nu} - D_1\frac{1}{r_2^2(1+\nu)} = -\frac{k_2}{E}\,(1+\nu)H_1(r_2) + \tag{45}$$

$$-\frac{1-\nu}{r_2^2}\,H_2(r_2) + 2H_o(r_2).$$

7. Naprężenia w łopatkach

Naprężenia promieniowe w łopatkach można obliczyć z zależności (13) w oparciu o wyznaczone wcześniej wartości naprężeń promieniowych i obwodowych w tarczach. Wstawiając (34) do (13) otrzymujemy

$$\sigma_l = \left[\sigma_r^{(o)} + \sigma_r^{(1)} + \ldots\right] - \nu\left[\sigma_t^{(o)} + \sigma_t^{(1)} + \ldots\right] \tag{46}$$

Ponieważ w przypadku ogólnym wartości naprężeń w tarczy nośnej różnią się od wartości naprężeń w tarczy nakrywającej, przeto z zależności (46)otrzymamy dwie wartości naprężeń promieniowych w łopatkach. Jedna wartość będzie charakteryzowała naprężenia promieniowe (rozciągające) w sąsiedztwie tarczy nośnej, druga w sąsiedztwie tarczy nakrywającej. Rozkład tych naprężeń wzdłuż szerokości łopatek można w przybliżeniu traktować jako liniowy.

Otrzymane w oparciu o wzór (46) wyniki charakteryzują tylko przebieg naprężeń rozciągających w łopatkach. Wyznaczenie naprężeń gnących jest trudniejsze. Przybliżoną ich wartość można wyznaczyć w oparciu o formuły podane w pracach W. Frąckowiaka [11], A.N. Szerstiuka [8], M. Lewina i J.A. Batkaczika [2], K. Szablowskiego [7] oraz Poradnika "Mechanik" [5].

W pracach tych łopatkę roboczą wentylatora promieniowego rozpatruje się jako belkę swobodnie podpartą względnie utwierdzoną, poddaną działaniu równomiernie rozłożonego obciążenia od sił odśrodkowych własnych mas działających na łopatkę w czasie pracy wentylatora.

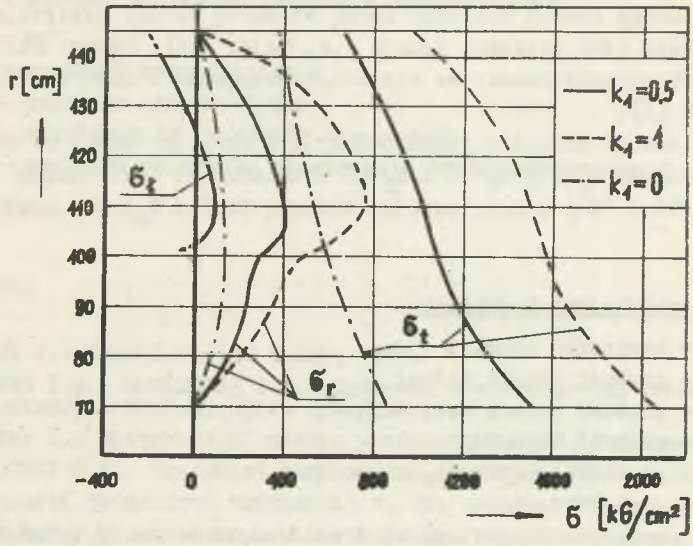
8. Przykład liczbowy

Opisaną metodą przeprowadzono obliczenia wytrzymałościowe wirnika wentylatora wyciągowego spalin dla następujących głównych danych liczbowych: r_0 = 695 mm, r_1 = 1014,5 mm, r_2 = 1454 mm, h = 22 mm, δ = 14,1 mm, n = 940 obr/min. Łopatki profilowane składane z kilku części. Całki występujące we wzorach obliczeniowych wyznaczono numerycznie metodą trapezów.Przebieg naprężeń w obu tarczach i łopatkach, dla kilku wartości współczynników k_1 i k_2, przedstawiono na rys. 4 i 5. Wartość k_1 = 0,5 najlepiej odpowiada wynikom eksperymentalnym [6], wg których tarcza nośna przejmuje około 50% obciążenia od sił odśrodkowych łopatek. Dla k_1 = 0 otrzymujemy naprężenia w tarczy bez łopatek. Najbardziej niekorzystny przypadek odpowiada wartości k_1 = 1 (całkowitą siłę odśrodkową łopatek przejmuje tarcza nośna). Dla tarczy nakrywającej zaleca się przyjąć k_2 = 0,3 [6].

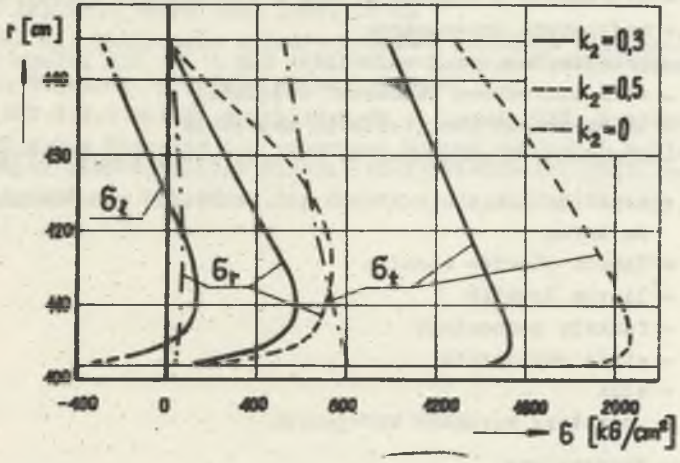
9. Uwagi końcowe

Przedstawiona w niniejszej pracy metoda została opracowana w oparciu o stosowane metody obliczeń wytrzymałościowych wirników wentylatorów promieniowych 1 - 10 i zawiera wspomniane metody jako przypadki szczególne. Otrzymane rezultaty dobrze określają naprężenia promieniowe i obwodowe w tarczach oraz naprężenia promieniowe w łopatkach. Pewne niedokładności występują przy określaniu naprężeń gnących. Należy jednak dodać, że dalsze uogólnianie i uściślanie metod prowadzi do coraz bardziej skomplikowanych formuł obliczeniowych, co niewątpliwie utrudnia ich stosowanie w praktyce

W pracy pominięto naprężenia gnące wywołane stożkowym profilem tarczy nakrywającej. Jak wykazały badania eksperymentalne [14], dzięki znacznej sztywności łopatek naprężenia te są małe, co pozwala traktorać tarczę na-



Rys. 4. Naprężenia w tarczy nośnej wirnika wentylatora wyciągowego spalin



Rys. 5. Naprężenia w tarczy nakrywającej wirnika wentylatora wyciągowego spalin

krywającą jako tarczę symetryczną. Należy jednak uwzględnić dodatkowe naprężenia w tarczy nośnej wywołane formą stożkową tarczy nakrywającej. Metodę obliczenia tych naprężeń podaje G.A. Rajer [14]. Wzory obliczeniowe są jednak tak skomplikowane, że sam autor rezygnuje z nich w obliczeniach praktycznych [6].

Przy obliczeniu wartości funkcji $\Theta(r)$, $G_1(r)$ i $G_2(r)$ z zależności (27) oraz funkcji $H_0(r)$, $H_1(r)$ i $H_2(r)$ z zależności (30) można wykorzystać wzory (4) i (8), przedstawiając funkcje $F(r)$ i $F_p(r)$ w postaci wielomianów.

Zestawienie ważniejszych oznaczeń

b	- szerokość łopatki
h	- grubość tarczy nośnej
δ	- grubość tarczy nakrywającej
s	- grubość łopatki
s'	- grubość łopatki na promieniu r
y	- grubość tarczy
F, F_p	- pole przekroju łopatki i zanieczyszczenia na promieniu r
f	- pole przekroju pierścienia tarczy nakrywającej
r	- promień
r_2, r_1, r_o	- promienie: zewnętrzny, wewnętrzny tarczy nakrywającej oraz nośnej
σ_r, σ_t	- naprężenie promieniowe i obwodowe w tarczy
$\sigma_ł$, σ_{tp}	- naprężenie w łopatkach oraz w pierścieniu tarczy nakrywającej
ε_r	- wydłużenie promieniowe
u	- przemieszczenie promieniowe
j	- siła odśrodkowa jednostki objętości
$p(r)$	- intensywność obciążenia od zapylenia
p_r	- ciśnienie promieniowe na obrzeżu wewnętrznym tarczy nośnej
k	- współczynnik charakteryzujący sztywność zamocowania łopatek do tarcz
n	- liczba obrotów wirnika
z	- liczba łopatek
A, G, H	- funkcje pomocnicze
C, D	- stałe całkowania
P	- siła
R_i	- peratory warunków brzegowych
T	- temperatura
E	- moduł Younga
α	- współczynnik rozszerzalności cieplnej
ν	- współczynnik Poissona

ϱ, ϱ_p - gęstość materiału wirnika i zanieczyszczeń

φ - kąt

ω - prędkość kątowa wirnika

ε - parametr perturbacyjny

α, β, γ - współczynniki warunków brzegowych

Δr - przyrost promienia pierścienia tarczy nakrywającej.

LITERATURA

[1] BACK O.: Ventilatoren. Halle, 1955.

[2] LEWIN I.M., BOTKACZIK I.A.: Dymososy i wientilatory moszcznych elektrostanoji. Moskwa, 1962.

[3] LIPKA J.: Wytrzymałość maszyn wirnikowych. WNT, Warszawa, 1967.

[4] MALININ N.N.: Procznost turbomaszin, Maszgiz, Moskwa, 1962.

[5] PORADNIK TECHNICZNY "MECHANIK" T. IV, cz. 2, PWT, Warszawa 1953.

[6] RIS W.F.: Rasczist diskow turbomaszin. Maszgiz, Moskwa, 1959.

[7] SZYBLOWSKI K.: Sprężarki wirowe, PWN, Warszawa, 1963.

[8] SZERSTIUK A.N.: Wentilatory i dymososy. Gosenergoizdat, Moskwa, 1967.

[9] TRAUPEL W.: Thermische Turbomaschinen. Springer-Verlag. Berlin, 1960.

[10] ŻIRICKIJ G.C.; STRUNKIN W.A.: Konstrukcja i rasczist na procznost dietalej parowych i gazowych turbin. Moskwa, 1968.

[11] FRĄCKOWIAK W.: Kąty napływu i wypływu z łopatki cylindrycznej pochylonej do tarczy nośnej wirnika oraz sposób obliczeń wytrzymałościowych łopatki. Prace ITC, Łódź, 1969.

[12] KOSMAN G.: Obliczenia wytrzymałościowe wirników wentylatorów wyciągowych spalin BAB 106 i BAB 120. Praca Katedry Kotłów i Maszyn Cieplnych. Gliwice, 1970 (nie opublikowana).

[13] POŁOŻNY G.N.: Metody przybliżonych obliczeń. WNT, Warszawa, 1966.

[14] RAJER G.A.: Rasczist na procznost diskow raboczich kolies centrobieżnych kompressornych maszin. Energomaszinostrojenie nr 7, 1958.

[15] TIMOSHENKO S., GOODIER J.N.: Teoria sprężystości. Arkady, Warszawa, 1962.

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ РАБОЧИХ КОЛЕС ЦЕНТРОБЕЖНЫХ ВНЕТИЛЯТОРОВ

Р е з ю м е

В работе представлено приближенный метод определения напряжений в рабочих колесах центробежных вентиляторов. Уравнение равновесия решено методом малого параметра. Подробные расчеты сделано для рабочего колеса дымососа.

METHOD OF STRENGTH COMPUTATION OF THE CENTRIFUGAL FAN IMPELLER

S u m m a r y

In this paper an approximate method for determination of the stress in a centrifugal fan impeller has been presented. Equation of equilibrium by means of the perturbation method has been solved. Detailed computations have been carried out for exhaust fan impeller.