

Danuta TURZENIECKA
Politechnika Poznańska

POPRAWA DOKŁADNOŚCI PRZYBLIŻONEJ METODY OCENY NIEPEWNOŚCI CAŁKOWITEJ PRZEZ LINIOWE MODELOWANIE ZMIAN WSPÓŁCZYNNIKA ROZSZERZENIA

Streszczenie. Przedstawiono znaną metodę przybliżoną oceny niepewności całkowitej pomiaru, stosowaną w przypadku pomiaru bezpośredniego o ograniczonej liczbie błędów składowych. Wykazano możliwość poprawy dokładności tej metody przez liniowe modelowanie współczynnika rozszerzenia będącego zmienną standaryzowaną rozkładu, który jest splotem rozkładów błędów składowych.

IMPROVEMENT IN ACCURACY OF APPROXIMATE METHOD OF EXPANDED UNCERTAINTY ESTIMATION BY LINEAR MODELLING THE COVERAGE FACTOR VARIATIONS

Summary. The approximate method of evaluation of expanded uncertainty of measurement results, for the case when the number of component errors is limited, has been described. The possibility of the improvement in accuracy of this method by linear modelling the curve matching the changes in values of the standardised variable of distribution, being the convolution of component error distributions, has been described.

1. WPROWADZENIE

Ocena niepewności całkowitej wyniku pomiaru jest zawsze związana z koniecznością wyboru odpowiedniej metody, która z reguły jest metodą przybliżoną [2]. Rozpatrzona zostanie możliwość poprawy dokładności oceny niepewności całkowitej, w przypadku kiedy korzystamy z jednej ze znanych już przybliżonych metod tej oceny [3], [6], używanej z reguły przy pomiarach bezpośrednich o ograniczonej liczbie niezależnych błędów składowych. Metoda ta bazuje na hipotezie, że nieznaną splot rozkładów składowych możemy przybliżyć rozkładem o większym odchyleniu standardowym.

Aby można było mówić o dokładności przybliżonych metod oceny niepewności całkowitej, niezbędne jest ustalenie metody, którą można uznać za metodę dokładną [3]. Już sama definicja rozpatrywanej metody, która bazuje na znajomości spłotu rozkładów składowych, narzuca ten wybór. Przyjmuje się zatem, że znajomość spłotu rozkładów składowych pozwala na ocenę niepewności całkowitej, którą można uznać za dokładną.

Jako miarę rozbieżności między metodą przybliżoną i metodą uznaną za dokładną przyjęto błąd zdefiniowany następująco

$$\delta = \frac{|u_{cp} - u_{cd}|}{u_{cd}} \cdot 100\%, \quad (1)$$

gdzie: u_{cp} — niepewność całkowita przybliżona, u_{cd} — niepewność całkowita dokładna.

Wiadomo, że niepewność całkowitą opisuje równanie

$$u_c = k(\alpha) u_l. \quad (2)$$

Współczynnik rozszerzenia $k(\alpha)$ jest zmienną standaryzowaną rozkładu, będącego spłotem rozkładów błędów składowych. Parametrem charakterystycznym tego rozkładu jest łączne odchylenie standardowe σ_l , równe łącznej niepewności standardowej u_l

$$u_l = \sigma_l = \sqrt{\sum_{j=1}^N u_j^2} = \sqrt{\sum_{j=1}^N \sigma_j^2}. \quad (3)$$

Jeżeli przyjmujemy, że w rozpatrywanym przypadku występują błędy losowe o rozkładach bliskich rozkładowi normalnemu oraz błędy aparaturowe, którym można przypisać rozkład jednostajny, wtedy niepewność łączna będzie równa

$$u_l = \sqrt{u_A^2 + u_B^2}, \quad (4)$$

gdzie: u_A i u_B , są niepewnościami standardowymi odpowiednio typu A i typu B.

Znajomość spłotu rozkładów, w tym przypadku, normalnego i jednostajnego, obliczonych dla różnych relacji zachodzących między odchyleniami standardowymi rozkładów składowych (σ_N — rozkładu normalnego i σ_R — rozkładu jednostajnego) umożliwia określenie wartości zmiennej standaryzowanej zwanej dalej współczynnikiem $k_{NR}(\alpha)$, który jest funkcją nie tylko prawdopodobieństwa α , ale również jest funkcją stosunku odchyłeń standardowych rozkładów składowych

$$k_{NR}(\alpha) = f\left(\alpha, \frac{\sigma_N}{\sigma_R}\right). \quad (5)$$

Wykorzystując znajomość współczynnika $k_{NR}(\alpha)$, możemy określić niepewność całkowitą dokładną jako

$$u_{sd} = k_{NR}(\alpha) u_1. \quad (6)$$

Takie przedstawienie problemu oceny niepewności całkowitej jest słuszne jedynie wtedy, gdy znamy odchylenie standardowe rozkładu błędów losowych albo gdy próba jest liczna. Oceniając niepewność całkowitą dla próby mało licznej o nieznanym odchyleniu standardowym σ_N , szukać powinniśmy splotu rozkładów Studenta i jednostajnego. Wtedy ocena niepewności, którą możemy uznać za ocenę dokładną określona jest zależnością (7), gdzie współczynnik rozszerzenia $k_{SR}(\alpha)$ jest zmienną standaryzowaną rozkładu będącego splotem rozkładów Studenta i jednostajnego.

$$u_e = k_{SR}(\alpha) u_1. \quad (7)$$

Współczynnik ten jest funkcją trzech zmiennych: prawdopodobieństwa α , stosunku u_A/u_B oraz liczby stopni swobody n .

$$k_{SR}(\alpha) = f\left(\alpha, \frac{u_A}{u_B}, n\right). \quad (8)$$

Rozkładami składowymi mogą być również dwa rozkłady Studenta. Wtedy niepewność łączna i niepewność całkowita dokładna określona jest odpowiednio zależnością (9) i (10), a współczynnik rozszerzenia $k_{S1S2}(\alpha)$ jest zmienną standaryzowaną rozkładu będącego splotem dwóch rozkładów Studenta (11)

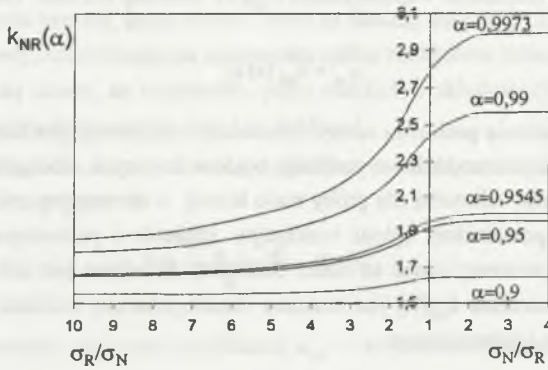
$$u_1 = \sqrt{u_1^2 + u_{s2}^2}, \quad (9)$$

$$u_e = k_{SR}(\alpha) u_1, \quad (10)$$

$$k_{S1S2}(\alpha) = f\left(\alpha, \frac{u_{s1}}{u_{s2}}, n_1, n_2\right). \quad (11)$$

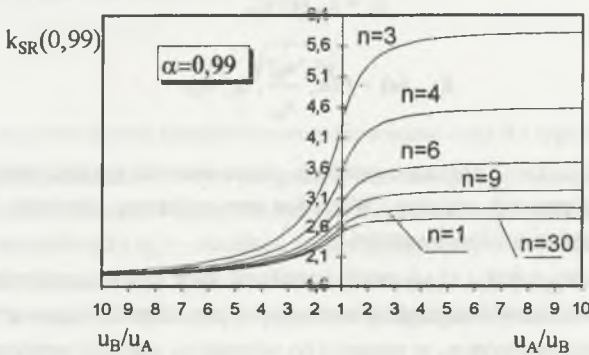
Na rysunkach 1, 2 i 3 pokazano przebiegi zmian wartości współczynników rozszerzenia dla trzech rozpatrywanych splotów. Wszystkie one wykazują zbieżność współczynników rozszerzenia do pewnej ustalonej wartości.

Współczynnik $k_{NR}(\alpha)$ (rys. 1) wyrażony został w funkcji stosunku odchyłeń standardowych σ_N/σ_R oraz σ_R/σ_N dla różnych najczęściej stosowanych prawdopodobieństw α . Można wykazać, że wraz ze wzrostem wartości σ_N w stosunku do wartości σ_R wartości współczynników $k_{NR}(\alpha)$ stają się bardzo szybko zbieżne do wartości zmiennej standaryzowanej rozkładu normalnego. Gdy rośnie wartość σ_R w stosunku do wartości σ_N , wartości $k_{NR}(\alpha)$ są znacznie wolniej zbieżne do wartości zmiennej standaryzowanej rozkładu jednostajnego — tym wolniej, im wyższe jest prawdopodobieństwo α .



Rys.1. Współczynnik rozszerzenia $k_{NR}(\alpha)$ w funkcji stosunku odchyłeń standardowych σ_N/σ_R oraz σ_R/σ_N dla wybranych wartości α
 Fig.1. Coverage factor $k_{NR}(\alpha)$ as a function of ratio of the standard deviations σ_N/σ_R and σ_R/σ_N for chosen values α

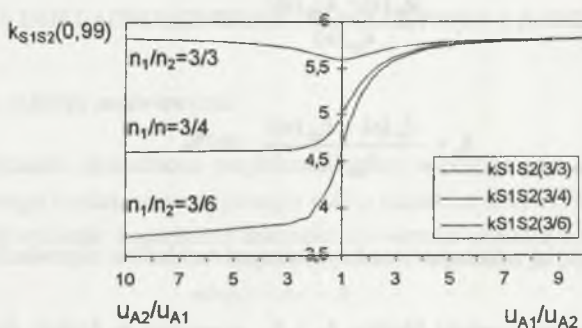
Współczynnik $k_{SR}(\alpha)$ (rys.2) wyrażony został w funkcji stosunku u_B/u_A oraz u_A/u_B dla prawdopodobieństwa $\alpha = 0,99$ oraz dla kilku wybranych wartości n . Można wykazać, że gdy rośnie niepewność standardowa u_A w stosunku do u_B , wartości $k_{SR}(\alpha)$ stają się zbliżone do odpowiednich wartości zmiennych standaryzowanych rozkładu Studenta i są silnie zależne od liczby stopni swobody n . Gdy rośnie wartość u_B w stosunku do wartości u_A , współczynnik $k_{SR}(\alpha)$ staje się zbliżony do zmiennej standaryzowanej rozkładu jednostajnego. Jego zależność od n silnie maleje ze wzrostem niepewności standardowej u_B .



Rys.2. Współczynnik $k_{SR}(\alpha)$ w funkcji stosunku niepewności standardowych u_A/u_B oraz u_B/u_A dla wybranych wartości n , dla $\alpha = 0,99$
 Fig.2. Coverage factor $k_{SR}(\alpha)$ as a function of ratio of the standard uncertainties u_A/u_B and u_B/u_A , for chosen values n and α

Współczynnik $k_{S1S2}(\alpha)$ (rys.3) wyrażony został w funkcji stosunku u_{A1}/u_{A2} oraz u_{A2}/u_{A1} dla prawdopodobieństwa $\alpha = 0,99$ oraz dla kilku wybranych par wartości n_1 i n_2 .

Można wykazać, że wartość $k_{S1S2}(\alpha)$ staje się zbliżona do wartości zmiennej standardowej rozkładu Studenta o większej wartości niepewności standardowej. Inna jest jednak droga osiągania tej wartości, która jest uwarunkowana wartościami n_1 i n_2 .



Rys.3. Współczynnik $k_{S1S2}(\alpha)$ w funkcji stosunku niepewności standardowych u_A/u_B oraz u_B/u_A dla wybranych wartości n , dla $\alpha = 0,99$

Fig.3. Coverage factor $k_{S1S2}(\alpha)$ as a function of ratio of the standard uncertainties u_A/u_B and u_B/u_A , for chosen values n and α

Ponieważ rozpatrywanie wszystkich możliwych przypadków przekracza ramy jednego artykułu, dalsze rozważania przedstawiające koncepcję poprawy dokładności przybliżonej metody oceny niepewności całkowitej prowadzone będą dla wybranego splotu rozkładów N^*R i mogą być traktowane jako przykład postępowania przy poprawie jej dokładności.

2. DOKŁADNOŚĆ OCENY WSPÓŁCZYNNIKA ROZSZERZENIA $k(\alpha)$

Podstawowym problemem w ocenie niepewności całkowitej jest ocena współczynnika rozszerzenia $k(\alpha)$ [2, 3, 4, 5]. Można wykazać, że błąd opisany zależnością (1) sprowadza się w tym przypadku do błędu oceny tego współczynnika.

$$\delta_1 = \frac{|k_N(\alpha) - k_{NR}(\alpha)|}{k_{NR}(\alpha)} \cdot 100\%, \quad (12)$$

Rozpatrywana metoda przybliżona oceny współczynnika $k(\alpha)$ zakłada, że nieznaną splot rozkładów składowych można przybliżyć rozkładem o większym odchyleniu standardowym

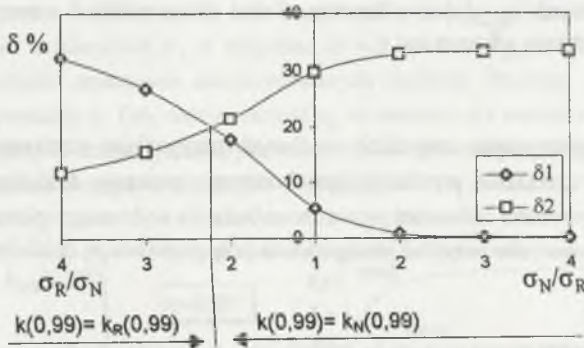
[3], [4], [5]. Hipoteza ta jest słuszna dla sytuacji granicznych i nie określa możliwości oceny, gdy zachodzi relacja równości albo relacja bliska równości między odchyleniami standardowymi. Badanie wartości tego błędu wynikających z zależności (12), a opisanych zależnościami (13) i (14), pozwala na wyciągnięcie pewnych uogólnionych wniosków dotyczących możliwości takiej oceny [3], [4], [5].

$$\delta_1 = \frac{|k_N(\alpha) - k_{NR}(\alpha)|}{k_{NR}(\alpha)} \cdot 100\%, \quad (13)$$

$$\delta_2 = \frac{|k_R(\alpha) - k_{NR}(\alpha)|}{k_{NR}(\alpha)} \cdot 100\%, \quad (14)$$

gdzie: $k_N(\alpha)$ oraz $k_R(\alpha)$ są zmiennymi standaryzowanymi rozkładów, odpowiednio: normalnego i jednostajnego.

Na rys.4 pokazano wartości błędów δ_1 i δ_2 wyrażone w funkcji stosunku odchyłeń standardowych σ_R/σ_N oraz σ_N/σ_R dla wybranej wartości prawdopodobieństwa.



Rys.4. Bezwzględne wartości błędów δ_1 i δ_2 dla $\alpha = 0,99$
 Fig.4. Absolute values of errors δ_1 and δ_2 for $\alpha = 0,99$

Wnioski wynikające z przedstawionych rysunków można uogólnić dla wszystkich prawdopodobieństw α , zawartych w przedziale wartości od $\alpha = 0,9$ do $\alpha = 0,9973$:

- dla $\sigma_N/\sigma_R \geq 1$ oraz dla $\sigma_N/\sigma_R \leq 2$ lepszym przybliżeniem splotu rozkładów N*R będzie rozkład normalny, dla którego $k(\alpha) = k_N(\alpha)$.

- dla $\sigma_N/\sigma_R > 2$ lepszym przybliżeniem splotu rozkładów N^*R będzie rozkład jednostajny, dla którego $k(\alpha) = k_R(\alpha)$.

Błąd tak przeprowadzonej oceny współczynnika $k(\alpha)$ nie przekracza 23%, jeżeli spełnione są powyższe relacje i jest tym większy, im wyższa jest wartość prawdopodobieństwa α .

3. POPRAWA DOKŁADNOŚCI OCENY WSPÓŁCZYNNIKA ROZSZERZENIA

3.1. Badanie zakresu modelowania

W celu zwiększenia dokładności przybliżonej oceny współczynnika $k(\alpha)$ podjęto próby utworzenia liniowego modelu matematycznego $mk(\alpha)$ odcinków krzywej $k_{NR}(\alpha)$ w obszarze, gdzie krzywa ta nie wykazuje dostatecznej zbieżności do wartości współczynników $k_N(\alpha)$ i $k_R(\alpha)$

$$mk(\alpha) = Ax + B, \quad (15)$$

gdy: $x = \sigma_N/\sigma_R$, wtedy $mk(\alpha) = mk_A(\alpha)$, oraz $x = \sigma_R/\sigma_N$, wtedy $mk(\alpha) = mk_B(\alpha)$.

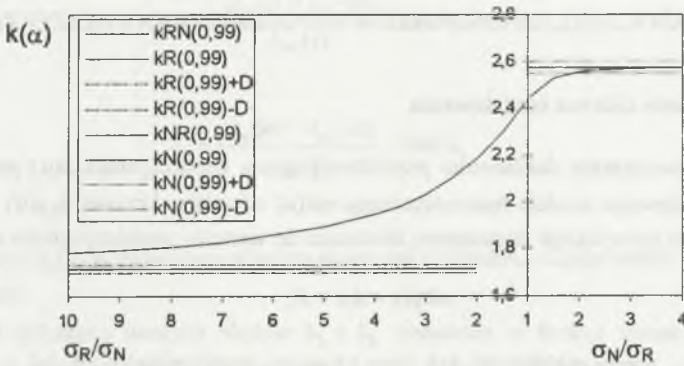
W celu określenia zakresu modelowania zbadano zbieżność wartości współczynników $k_{NR}(\alpha)$ do wartości współczynników $k_N(\alpha)$ w obszarze, gdzie $\sigma_N > \sigma_R$, oraz do współczynników $k_R(\alpha)$ w obszarze, gdzie σ_R/σ_N , dla różnych, najczęściej stosowanych prawdopodobieństw α . Można wykazać, że zbieżność współczynników rozszerzenia $k_{NR}(\alpha)$ do wartości współczynników rozszerzenia $k_R(\alpha)$, gdy $\sigma_R \geq \sigma_N$, oraz $k_N(\alpha)$, gdy $\sigma_N \geq \sigma_R$, jest różna dla różnych prawdopodobieństw.

Na rys.5 przedstawiono obraz zbieżności współczynnika rozszerzenia $k_{NR}(\alpha)$ dla wybranej wartości $\alpha = 0,99$, przyjmując, że wartości współczynników $k_N(\alpha)$ i $k_R(\alpha)$ znajdują się w przedziale określonym błędem $\pm \Delta$, którego względna wartość jest równa $\pm 1\%$.

Można wykazać, że dla wszystkich rozpatrywanych prawdopodobieństw α współczynnik $k_{NR}(\alpha)$ staje się zbieżny do $k_N(\alpha)$, gdy $\sigma_N/\sigma_R \geq 2$. W obszarze, gdzie σ_R/σ_N , można zaobserwować silny wpływ rozkładu normalnego na splot rozkładów normalnego i jednostajnego N^*R . Wartość współczynnika $k_{NR}(\alpha)$ osiąga wartość zbieżną do wartości zmiennej standardowej rozkładu jednostajnego $k_R(\alpha) = \sqrt{3} \alpha$ znacznie wolniej i jest silnie uzależniona od przyjętego prawdopodobieństwa. Dla $\alpha = 0,9$ $k_{NR}(\alpha)$ osiąga zbieżność do $k_R(\alpha)$ dla wartości stosunku $\sigma_R/\sigma_N > 6$, a dla $\alpha = 0,9973$ dopiero dla wartości stosunku $\sigma_R/\sigma_N > 50$.

Przyjęto maksymalny zakres modelowania dla wartości stosunku σ_R/σ_N z przedziału od 1 do 10 oraz σ_N/σ_R z przedziału od 1 do 2. Uzasadnieniem takiego wyboru zakresu był fakt, że przy dziesięciokrotnej różnicy między wartościami składowych niepewności jedna z nich staje się niepewnością dominującą, co jest jednoznaczne z możliwością pominięcia pozostałej niepewności, oraz to, że dla stosunku odchyłeń standardowych $\sigma_N/\sigma_R > 2$ krzywa zmian współczynnika $k_{NR}(\alpha)$

ma ustaloną wartość, zbieżną do stałej wartości współczynnika $k_N(\alpha)$. Przyjęto zatem stały zakres modelowania liniowego określony stosunkiem $\sigma_N/\sigma_R = 1 \div 2$ dla σ_N/σ_R i zmienny zakres modelowania dla σ_R/σ_N . Ze względu na określone różnice w zbieżności wartości współczynnika $k(\alpha)$ do wartości $k_N(\alpha)$ w obszarze, gdzie σ_R/σ_N , oraz do wartości $k_R(\alpha)$ w obszarze, gdzie σ_R/σ_N , obszary te rozpatrzono oddzielnie.



Rys. 5. Ilustracja zbieżności współczynnika $k_{NR}(0,99)$ do współczynnika $k_N(0,99)$, gdy $\sigma_N \geq \sigma_R$, oraz do współczynnika $k_R(0,99)$, gdy $\sigma_R > \sigma_N$, przy założonej dokładności oceny zbieżności, określonej błędem równym $\pm 1\%$

Fig. 5. Illustration of convergence of the factor $k_{NR}(0,99)$ to the factor $k_N(0,99)$ where $\sigma_N \geq \sigma_R$ and to the factor $k_R(0,99)$ where $\sigma_R > \sigma_N$, with the assumed accuracy of estimation of convergence defined by an error equal to $\pm 1\%$.

3.2. Liniowy model współczynnika $k(\alpha)$

W obszarze, gdzie σ_N/σ_R (rys.6), model liniowy współczynnika $k(\alpha)$ ma postać

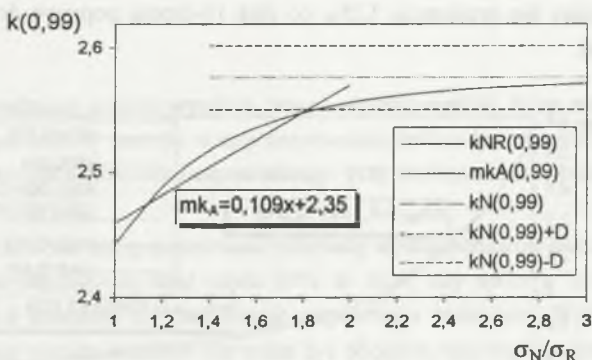
$$mk_A(0,99) = 0,109x + 2,3. \quad (16)$$

Błąd nie przekracza 1,2 %, co daje 5-krotną poprawę dokładności oceny współczynnika $k(\alpha)$.

W obszarze, gdzie σ_R/σ_N (rys.7), przyjęto zakres modelowania — $\sigma_R/\sigma_N = 1,5 \div 9$. Otrzymano następującą postać modelu liniowego współczynnika $k(\alpha)$

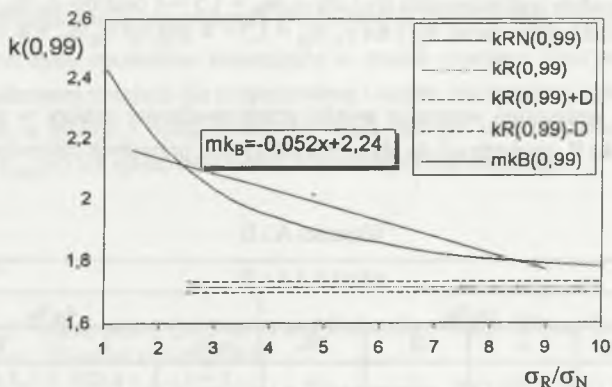
$$mk_B(0,99) = -0,052x + 2,24. \quad (17)$$

Błąd nie przekracza 6%, co daje 3-krotną poprawę dokładności oceny współczynnika $k(\alpha)$.



Rys. 6. Liniowy model współczynnika $k(\alpha)$ dla $\sigma_N/\sigma_R = 1 \div 2$

Fig. 6. Linear model of the factor $k(\alpha)$ for $\sigma_N/\sigma_R = 1 \div 2$



Rys. 7. Liniowy model współczynnika $k(\alpha)$ dla $\sigma_R/\sigma_N = 1,5 \div 9$

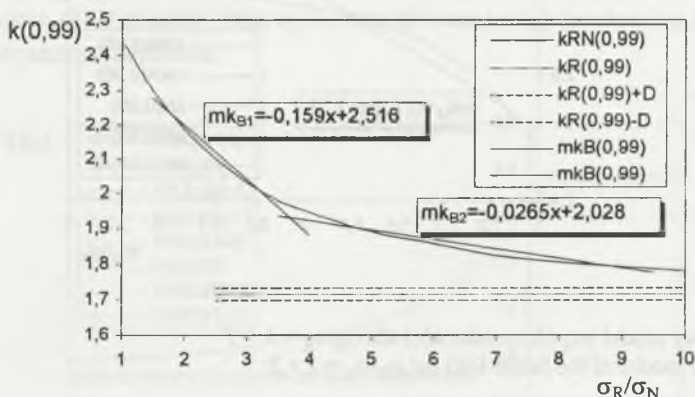
Fig. 7. Linear model of the factor $k(\alpha)$ for $\sigma_R/\sigma_N = 1,5 \div 9$

Dokładność oceny współczynnika $k(\alpha)$ w tym obszarze można zwiększyć, aproksymując odcinki krzywej $k_{RN}(0,99)$ dwiema prostymi (rys. 8): $mk_{B1}(0,99)$ — w zakresie $\sigma_R/\sigma_N = 1,5 \div 4$ oraz $mk_{B2}(0,99)$ — w zakresie $\sigma_R/\sigma_N = 4 \div 9$. Modele liniowe współczynnika $k(\alpha)$ przyjmują postać:

$$mk_{B1} = - 0,159 x + 2,516, \tag{18}$$

$$mk_{B2} = - 0,0265 x + 2,0279. \tag{19}$$

Błąd takiej oceny nie przekracza 1,2%, co daje 16-krotną poprawę dokładności oceny współczynnika $k(\alpha)$.



Rys.8. Liniowe modele współczynnika $k(\alpha)$ dla $\sigma_R/\sigma_N = 1,5 \div 4$ oraz dla $\sigma_R/\sigma_N = 4 \div 9$
 Fig. 8. Linear models of the factor $k(\alpha)$ for $\sigma_R/\sigma_N = 1,5 \div 4$ and for $\sigma_R/\sigma_N = 4 \div 9$

W tabelicy 1 zestawiono wszystkie wyniki przeprowadzonej analizy w postaci wartości współczynników A i B, niezbędnych do obliczenia $mk(\alpha)$ oraz przyjętych zakresów modelowania.

Wartości A i B

Tabela 1

$mk(\alpha) = A x + B$								
α	σ_N/σ_R				σ_R/σ_N			
	σ_N/σ_R	A	B	$\delta\%$	σ_R/σ_N	A	B	$\delta\%$
0,9	-	-	-	-	1 ÷ 4	-0,026	1,67	< 0,8
0,95	1 ÷ 2	0,036	1,888	< 0,5	1,5 ÷ 7	-0,038	1,88	< 2
0,9545	1 ÷ 2	0,04	1,92	< 0,4	1,5 ÷ 7	-0,031	1,885	< 2,8
0,99	1 ÷ 2	0,109	2,3	< 1,2	1,5 ÷ 9	-0,052	1,92	< 6
						A_1	B_1	
	-	-	-	-	1,5 ÷ 4	-0,159	2,516	< 1,2
						A_2	B_2	
	-	-	-	-	4 ÷ 9	-0,0265	2,028	< 1
0,9973	1 ÷ 2	0,169	2,64	< 3	1 + 10	-0,0753	2,472	< 9
						A_1	B_1	
	-	-	-	-	1 ÷ 4	-0,196	2,83	< 1,8
						A_2	B_2	
	-	-	-	-	1 + 10	-0,037	2,2	< 1,3

4. WNIOSKI

Z przeprowadzonej analizy wynikają pewne wnioski ogólne, które mogą być przydatne w wyborze odpowiedniej metody oceny niepewności całkowitej wyniku pomiarów w rozpatrywanym przypadku pomiaru bezpośredniego przy występowaniu dwóch standardowych niepewności składowych.

Problem dokładności oceny niepewności całkowitej wyniku pomiarów jest zawsze dyskusyjny. Trudno bowiem osądzić, czy błąd rzędu 20% to dużo, czy mało w świetle wielu innych przybliżeń, jakich dokonuje się przy ocenie niepewności całkowitej. Wydaje się jednak, że z metrologicznego punktu widzenia nie może być obojętne, czy błąd ten jest rzędu 2%, 20%, czy 40%. Ponieważ w ocenie niepewności zostawia się eksperymentatorowi wiele możliwości samodzielnego podejmowania decyzji, dotyczących wyboru zarówno wartości pewnych parametrów, jak i stosowania określonych procedur postępowania, niezmiernie istotne jest, aby podejmowaniu tych decyzji towarzyszyła świadomość ich skutków. Stąd ustalenie oceny niepewności całkowitej, którą można uznać za ocenę dokładną, i publikowanie wyników analiz porównawczych dokładności stosowanych przybliżonych metod oceny wydaje się być celowe.

Opracowane opisy modelowe zmniejszyły w sposób znaczący błąd przybliżonej oceny niepewności całkowitej pomiaru dla rozpatrywanej i często występującej sytuacji pomiarowej, a zamieszczone w tablicy 1 opisy modelowe mogą zastąpić całą obszerną tablicę wartości współczynnika $k_{NR}(\alpha)$ dla splotu rozkładów normalnego i jednostajnego.

LITERATURA

1. Dietrich C. F.: *Uncertainty, Calibration and Probability*, Adam Hilger, Bristol, Philadelphia and New York, Second Edition, 1991.
2. *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, ISO/IEC/OIML/BIMP, 1993.
3. Kubisa S., Turzeniecka D.: Evaluation of some approximated methods of measurement estimation, Proc. Obgf 3rd International Symposium MMAR 96, 1996, pp. 537 - 342.
4. Turzeniecka D., Kubisa S.: The measures of imperfection of chosen approximated methods of combined expanded uncertainty estimation in measurement, Proc. Of 3rd East - West Congress on Engineering Education, 1996, pp. 118 - 122.
5. Turzeniecka D., Waśkiewicz Z.: Wybrane problemy wspomaganego komputerowo statystycznej oceny niepewności pomiarów, Proc VIII.KKM, 1995, pp. 135 - 142.
6. Turzeniecka D., Waśkiewicz Z.: Analysis of multi-valued cases in estimation of a measurement result uncertainty, *Metrology and Measuring Systems*, T.III - Z. 1/1996, Warsaw, WN PWN, pp. 21 - 29.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Jan Zakrzewski

Abstract

A problem of accuracy of estimation of the expanded uncertainty of the measurement results is always a subject to discuss. It is not easy to judge if the error of 20% is high or low when comparing to many of other approximations used to estimate the expanded uncertainty. However it seems that from the viewpoint of metrology it is not indifferent if the error is of 2%, 20% or 40%. As to the uncertainty estimation, a person carrying out the experiments is rather free to decide which parameters are to be chosen and which procedure is to be used; however, he must be aware of the result of his choice. Thus, it seems to be useful to establish an estimation of the expanded uncertainty which could be admitted to be accurate one.

The approximate method of evaluation of expanded uncertainty of measurement results, for the case when the number of component errors is limited, has been described. It has been assumed that the knowledge of distribution being the convolution of distributions of component errors makes possible the expanded uncertainty estimation which might be admitted to be the accurate one. It allows to carry out a comparative analysis of some chosen approximate methods.

It may be proved that an error being a measure of discrepancy between an approximate method and a method admitted to be accurate becomes an error of estimation of the coverage factor $k(\alpha)$. To increase the accuracy of the approximate estimation of the coverage factor the attempts have been made to create a linear mathematical model of a curve matching the changes in values of the factor $k_{NR}(\alpha)$, which is the standardised variable of distribution, being the convolution of component errors distributions. The modelling range for various and mostly used values of probability α and various relations between standard variable, has been assumed.

The created model descriptions have significantly reduced the error of the approximate estimation of the expanded uncertainty of measurement concerning the considered situation, typical in the metrology practice. The model descriptions reported in tables 1 or 2 and 3 can replace a large table comprising the coverage factor $k_{NR}(\alpha)$ values for the convolution of the normal and rectangular distributions.