ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1973

Seria: Energetyka z. 46 Nr kol. 376

Ryszard Zalewski
Instytut Transportu i Komunikacji

PROBLEMY OPTYMALIZACJI OBIEGÓW KOLEJOWYCH POJAZDÓW TRAKCYJNYCH

Streszczenie. Artykuł omawia możliwości zastosowania niektórych teorii matematycznych przy opracowywaniu zagadnień kolejowych. Zagadnienia organizacji obsługi trakcyjnej mogą być rozpracowywane na podstawie następujących teorii:

- programowania liniowego,
- metod sieciowych,
- teorii grafów.

1. Postawienie zadania

Służbowy rozkład jazdy pociągów, przedstawiony w graficznej formie, ustala m.in. dla każdego pociągu czas odjazdu ze stacji początkowej i czas przyjazdu do stacji końcowej. W celu realizacji rozkładu jazdy, polegającej na uruchomieniu w określonych terminach odpowiednich pociągów niezbędna jest pewna liczba pojazdów trakcyjnych pracujących według z góry opracowanego planu na określonym terenie. Można powiedzieć, że obsługa trakcyjna pociągów jest to zorganizowanie pracy pojazdów trakcyjnych mające na celu terminowe przemieszczenie pociągów. Zorganizowana obsługa trakcyjna pociągów przedstawiona jest w postaci planu pracy pojazdów trakcyjnych oraz planu pracy drużyn trakcyjnych.

Plan pracy pojazdów trakcyjnych ustala porządek i kolejność przejść pojazdów trakcyjnych z pociągu na pociąg na stacjach początku i końca biegu pociągów tworząc tzw. obieg pojazdów trakcyjnych.

Przy ustalaniu obiegów pojazdów trakcyjnych dąży się zawsze, aby do obsługi przydzielonych pociągów użyta była możliwie najmniejsza liczba pojazdów trakcyjnych. Zaprojektowanie obiegów wymaga, aby na każdej stacji początku i końca biegu przydzielonych do obsługi pociągów liczby przyjazdów i odjazdów pociągów były równe; gdyby ten warunek nie był spełniony, można go spełnić przez dodanie minimalnej liczby jazd luzem pomiędzy odpowiednimi stacjami. Okazuje się również, że przez wprowadzenie dodatkowych zdawałoby się zbędnych jazd luzem, można w pewnych warunkach uzyskać korzystniejsze obiegi pojazdów.

2. Projektowanie obiegów pojazdów trakcyjnych jako problem przyporządkowania (sposób macierzy przejść)

Ujęte w planie pracy pojazdy trakcyjne będą znajdowały się w ruchu lub na postoju. Czas ruchu równy jest sumie czasów jazdy pojazdów z pociągami i ustalonych jazd luzem

$$T_r = \sum_{i=1}^{m} t_i ;$$

m – liczba pociągów.

Za czas postoju pojazdów trakcyjnych przyjmuje się sumę czasów przejść obliczonych jako różnica terminów odjazdu i przyjazdu kolejnego i poprzedniego pociągu.

$$T_p = \sum_{j=1}^{k} \tau_j$$

k – liczba przejść.

Suma T_r i T_p jest równa 24 godzinom lub jest im wielokrotna. Oznaczmy przez n tą wielokrotność

$$\frac{T_r + T_p}{24} = n ; \tag{1}$$

Gdy n = 1, odpowiada to jednemu pojazdowi trakcyjnemu w jednodobowym obiegu, gdy n = 2 możliwy jest albo jeden obieg dwudobowy, albo dwa zamknięte obiegi jednodobowe itp.

Mając na uwadze otrzymanie możliwie jak najmniejszej liczby pojazdów w planowanej obsłudze musimy dążyć do minimalizacji ($T_r + T_p$), która może przyjmować różne wartości ponieważ T_r jest wielkością stałą (dla danego rozkładu jazdy), a T_p – zmienną; i dla m pociągów liczba teoretycznie możliwych przejść równa jest m^2; należy więc zminimalizować T_p.

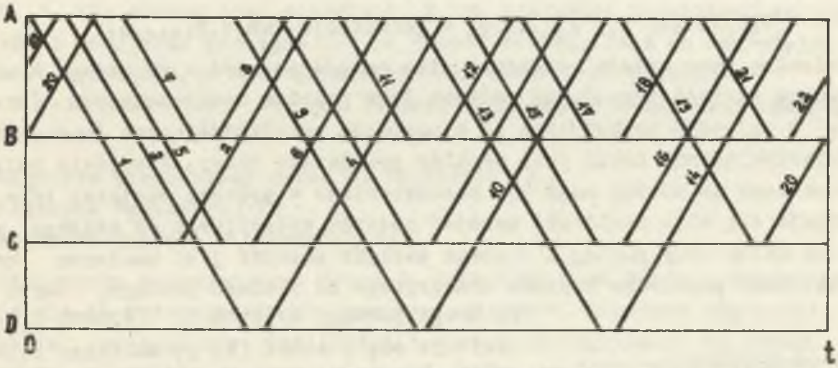
Zagadnienie ustalenia kolejności przejść pojazdów trakcyjnych z pociągu na pociąg może być przedstawione jako zagadnienie przydziału pracy.

Mamy pewien, przedstawiony na rys. 1, rozkład jazdy pociągów, który dla stacji A można rozpatrywać jako częściowo uporządkowany $\in R$ rejsów (par obsługiwanych pociągów) r_i (i = 1,2...u) powiązanych między sobą zależnością $\dashv$ (znak $\dashv$ oznacza np., że rejs r_i poprzedza r_j – $r_i \dashv r_j$).

Jako rejs pojazdu trakcyjnego rozumie się jazdę jego z pociągiem z pewnej stacji A, do innej stacji B, C lub D i jego powrót do A. Na rys. 1 jest 11 rejsów: pociągi 1 i 2 stanowią pierwszy rejs, pociągi 3 i 4 – drugi itp. Każdy rejs $r_i \in R$ oharakteryzuje się ozasem poozątkowym $t_i^{(p)}$ oraz ozasem końoowym $t_i^{(k)}$, przy ozym

$$t_i^{(p)} < t_i^{(k)} \quad \text{lub} \quad t_i^{(p)} < t_i^{(k)} + T ; \tag{2}$$

gdzie T = 24 godz. dla dobowego oyklu rozkładu jazdy.



Rys. 1. Wykres ruohu pooiągów

Gdy rejs $r_i \in R$ poprzedza rejs $r_j \in R$ (gdzie i = 1,2...,u),to pojazd trakoyjny po wykonaniu rejsu r_i może następnie wykonać rejs r_j tylko wtedy, gdy

$$t_i^{(k)} + E + d_{ij} = t_j^{(p)} ; \tag{3}$$

gdzie E – niezbędny minimalny ozas na operaoje teohniozne związane z przejśoiem z r_i na r_j; d_{ij} – ozas oozekiwania po wykonaniu rejsu r_i na rejs bez ozasu na operaoje teohniozne rj, dij $\geqslant$ 0; $t_j^{(p)}$ – ozas poozątku rejsu rj $\in$ R.

Zależność $\dashv$ posiada właśoiwośoi przeohodnośoi, tzn. gdy

$$r_i \dashv r_j \quad \text{dla} \quad i \neq j \quad \text{i} \quad r_j \dashv r_k \quad \text{dla} \quad j \neq k \quad \text{to} \quad r_i \dashv r_k$$

oraz właśoiwośoi asymetrii, tzn. gdy

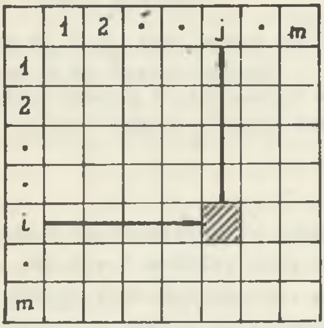
$$r_i \dashv r_j \quad \text{to} \quad r_j \dashv r_k .$$

Teraz zadanie sprowadza się do takiej formy,że należy znaleźć taką kombinację przyporządkowań rejsów $r_i \in R$, aby suma czasów oczekiwania w punktach przejść była minimalna:

$$\sum_{r_i \in R} d_{i,p(i)} \longrightarrow \min ; \tag{4}$$

gdzie $i = 1,2,\ldots,n$; $p_1, p_2,\ldots,p_n$ – permutacja lub $1,2,\ldots,n$.

Minimalną sumę czasów oczekiwań (lub czasów przejść – na jedno wychodzi) można znaleźć formułując zadanie jako problem rozmieszczenia (przydziału) m pojazdów trakcyjnych od m pociągów przejeżdżających do m pociągów odjeżdżających, czyli jako problem przydziału pracy. Przejścia pojazdów z pociągu na pociąg mogą być przedstawione w postaci macierzy (rys.2) Przewiduje się więc możliwość przejść pojazdu trakcyjnego od każdego pociągu na każdy inny pociąg i dlatego macierz przejść jest macierzą kwadratową. Czas przejścia pojazdu trakcyjnego od jednego pociągu, wiersz i, na drugi pociąg, kolumna j, wynosi C_{ij} i znajduje się w oczku (i, j) macierzy i jest obliczony jako



Rys. 2. Schemat przejść pojazdów trakcyjnych przedstawiony na macierzy

$$C_{ij} = t_j^{(p)} - t_i^{(k)} ; \tag{5}$$

Przy czym musi być $C_{ij} \geqslant E$, gdyż inaczej przyporządkowanie jest niemożliwe.

Rozpatrzmy macierz przejść pojazdów trakcyjnych: każdemu przyjazdowi można przyporządkować tylko jeden odjazd, tak samo jak każdemu odjazdowi tylko jeden przyjazd. To przyporządkowanie może być wyrażone wielkością X_{ij}, przy czym $i,j = 1,2,\ldots,m$; $X_{ij} = 1$ oznacza istniejące przyporządkowanie, $X_{ij} = 0$ – nie istniejące oraz, że

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = 1; \qquad \sum_{j=1}^{m} X_{ij} = 1; \tag{6}$$

Za macierz kosztów przejścia od pociągu na pociąg przyjmiemy macierz $C = [C_{ij}]$ liczoną i sprawdzoną wg (5) dla $i,j = 1,2,\ldots,m$.

Najmniejszą liczbę potrzebnych do obsługi pojazdów otrzymamy, gdy

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} \lambda_{ij} = \min \tag{7}$$

i suma czasów w (1) będzie najmniejsza

Wstępne łączenie pociągów w pary, jak to było zrobione dla przykładu z rys. 1, nie zawsze jest oczywiste. W tym przypadku przyporządkowujemy odjazdy i przyjazdy pociągów nie na jednej stacji, lecz na wszystkich stacjach, sporządzając macierz przejść dla wszystkich pociągów.

W celu znalezienia minimum funkcji (7) można posłużyć się różnymi algorytmami:

- algorytm proponowany przez G. Potthoffa [4]
- algorytm węgierski [7]
- algorytm Forda - Fulkersona [1].

Postępowanie zaproponowane przez G. Potthoffa jest łatwe i zrozumiałe, nadaje się do ręcznego sposobu przyporządkowania. Algorytm węgierski jest bardziej pracochłonny. Możliwości ręcznego rozwiązywania są jednak ograniczone ze względu na czasochłonność, która znacznie wzrasta przy liczbach 50 - 60 pociągów, nie mówiąc już o większych potrzebach. Aby pokonać tą trudność, można zastosować komputer.

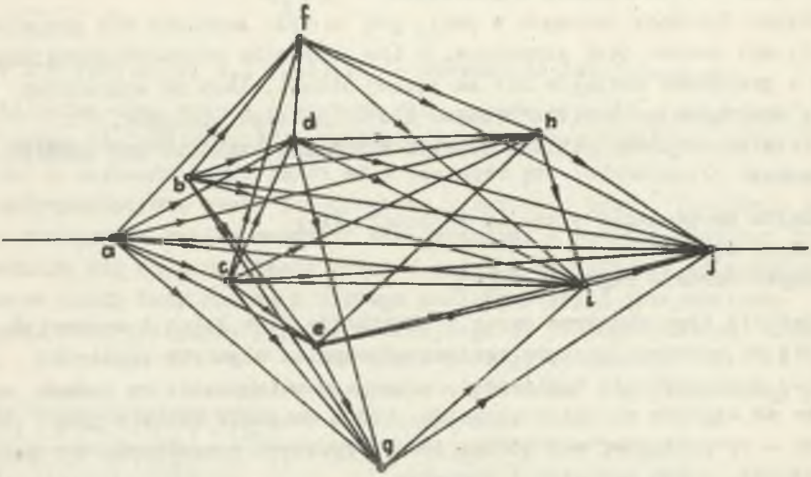
Program na komputer oparty o algorytm Forda - Fulkersona daje szybko i sprawnie wszystkie możliwości rozwiązania. Wszystkie są one równoważne co do uzyskiwanej liczby niezbędnych do obsługi pojazdów trakcyjnych, lecz nie wszystkie mają jednakowe liczby jazd luzem oraz nie wszystkie są dogodne dla drużyn trakcyjnych. Należy więc zastosować jeszcze dodatkowe kryteria umożliwiające wybór optymalnego rozwiązania obiegu pojazdów trakcyjnych.

3. Zastosowanie grafów przy projektowaniu planu pracy pojazdów trakcyjnych

3.1. Metoda macierzy łuków

Pociągi, dla których organizujemy obsługę trakcyjną, mogą być przedstawione na płaszczyźnie jako rozrzucone i ponumerowane punkty. Korzystając z, danego do zorganizowania obsługi trakcyjnej, rozkładu jazdy pociągów możemy wyrysować wszystkie możliwe połączenia (przejścia) pomiędzy pociągami łącząc odcinkami opatrzonymi strzałką odpowiednie punkty. Uzyskamy graf liniowy zorientowany $G = [N ; A]$ składający się ze zbioru N elementów x,y.... (pociągów) oraz podzbioru A par uporządkowanych (x,y) (par pociągów) elementów ze zbioru N. Zbiór N jest zbiorem skończonym.

W grafie tym pociągi, będące elementami zbioru N, będziemy nazywali węzłami, a połączenia pociągów będące elementami podzbioru A – łukami. Ze względu na to, że graf rysujemy dla jednej doby, wszystkie łuki są postaci (x, y), gdzie $x \neq y$ i nie dopuszcza się istnienia łuków wielokrotnych łączących węzły x i y ze względu na to, że $x \dashv y$ (rys. 3).



Rys. 3. Przykład grafu przejść pojazdów trakcyjnych z pociągu na pociąg

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
a			1	1	1	1	1	1	1	1
b				1	1	1	1	1	1	1
c				1	1	1	1	1	1	1
d						1	1	1	1	1
e							1	1	1	1
f								1	1	1
g									1	1
h									1	1
i										1
j										

Rys. 4. Macierz łuków

Dla sieci [N,A] można utworzyć w następujący sposób macierz łuków. Wypisujemy pionowo węzły x sieci (pociągi przejeżdżające), a poziomo węzły y sieci (pociągi odjeżdżające). Następnie w oczka macierzy odpowiadające odpowiednim łukom (x, y) wpisujemy 1-ki, a w pozostałych oczkach – zera (lub nic nie piszemy).

Graf z rys. 3 ma następującą macierz łuków (rys. 4). Jedynki w macierzy oznaczają technologicznie możliwe przejścia z pociągu na pociąg w dobie.

Postawione przed nami zadanie wymaga zorganizowania obsługi trakcyjnej tak, aby liczba zatrudnionych pojazdów trakcyjnych była minimalna.

Z twierdzenia Dilwortha wynika, że najmniejsza liczba potrzebnych jednostek jest równa największej liczbie zadań, z których żadne dwa nie mogą być wykonane przez tę samą jednostkę [4].

W naszym przypadku jednostkami tymi będą pojazdy trakcyjne, a zadaniami pociągi, żadne dwa, z których nie mogą być obsłużone przez ten sam pojazd trakcyjny w danej dobie. A więc, aby ustalić najmniejszą liczbę potrzebnych pojazdów trakcyjnych, znajdziemy największą liczbę pociągów, z których żadne dwa nie mogą być obsługiwane przez ten sam pojazd w danej dobie i nazwiemy je szczytem pociągowym danego rozkładu jazdy. Uzyskuje się to przez wyznaczenie maksymalnego niezależnego zbioru oczek dopuszczalnych (oznaczonych 1-kami) Algorytm postępowania podany jest przez Forda i Fulkersona [1]. Teraz,gdy znamy wielkość szczytu pociągowego oraz minimalną liczbę niezbędnych pojazdów trakcyjnych, należy znaleźć kolejność ich przejść z pociągu na pociąg. W tym celu musimy przekształcić naszą macierz tak, aby numery wierszy zaczynały się od numerów pociągów tworzących szczyt, a numery kolumn - od numerów pociągów następujących tuż po szczycie (rys. 5). W macierzy znów oznaczamy 1-kami oczka dopuszczalne, z tym, że aby zachować w obiegu minimalną liczbę pojazdów trakcyjnych nie mogą istnieć przejścia z pociągów znajdujących się przed szczytem, na pociągi występujące po szczycie. Wszystkie inne połączenia mogą być zrealizowane.

	i	j	a	b	c	d	e	f	g	h
g	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
h	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
i		1	1	1	1	1	1	1	1	1
j			1	1	1	1	1	1	1	1
a					1	1	1	1	1	1
b						1	1	1	1	1
c						1	1	1	1	1
d								1	1	1
e									1	1
f										1

Rys. 5. Przekształcona macierz łuków

Szukając następnie przejść z pociągu na pociąg korzystamy z tzw. reguły schodów, z tym, że pierwszeństwo mają przydziały,w wierszach i kolumnach, których jest tylko jedno miejsce dopuszczalne: dajemy najpierw też przydziały dla oczek dopuszczalnych dotyczących przejść na jednej i tej samej stacji.

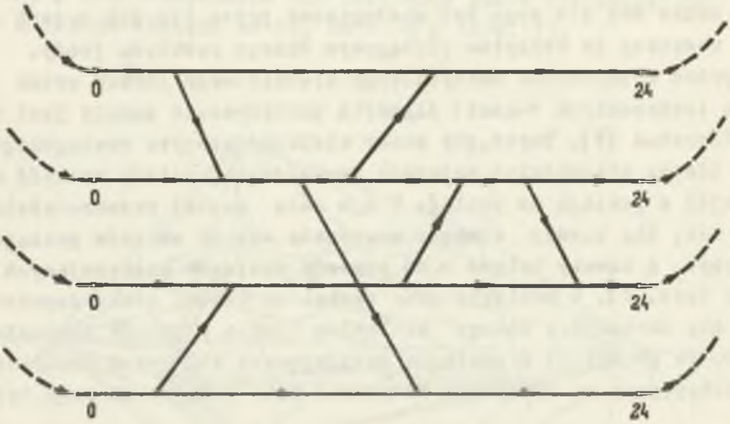
W przedstawionej metodzie zaistniałe pojedyncze jazdy luzem są obowiązkowe bez względu na koszt.

Może zaistnieć taki przypadek, że po redukcji macierzy, podczas ustalenia przejść, pozostaną tylko wyłącznie oczka dopuszczalne przewidujące przejścia z jazdą luzem. W tym przypadku w oczka dopuszczalne należy wstawić wielkości poszczególnych czasów przejść i rozwiązywać zagadnienie sposobem macierzy przejść.

Przedstawiony sposób optymalizuje więc obiegi pojazdów pod względem jazd luzem pojazdów trakcyjnych w trakcie przejścia z pociągu na pociąg.

3.2. Metoda poszukiwania potoku optymalnego na grafie obiegu

Przedstawiony graficznie rozkład ruchu pociągów, dla których organizujemy obsługę trakcyjną, można łatwo przekształcić w zorientowany graf liniowy przekształcając linie ruchu pociągów w łuki "pociągowe", postoje w łuki "postojowe" oraz dodająo dla każdej stacji łuk powrotny łączący punkty godz. 24 z godz. 0 (rys.6). Otrzymany w ten sposób graf można sobie wyobrazić jako wyrysowany na cylindrze, na którym godziny nie grają żadnej



Rys. 6. Przykład grafu obiegu pojazdów trakcyjnych

roli, a tylko kolejność następstwa wierzchołków ma znaczenie. Dla każdego łuku można przyporządkować pewne nieujemne liczby rzeczywiste określające przepustowość łuku określoną dolną i górną granicą. W naszym przypadku

	dolna granica	górna granica
łuk pociągowy	1	1
łuk postojowy	0	$+\infty$

Tak określona przepustowość łuku pociągowego oznacza, że do pociągu będzie przydzielony tylko jeden pojazd trakcyjny, a przepustowość łuku pociągowego, że liczba pojazdów trakcyjnych wyznaczonych do postoju będzie zawierała się w przedziale od 0 do ∞.

W ten sposób każdy pociąg będzie miał przydzielony jeden i tylko jeden pojazd trakcyjny oraz w każdej chwili liczba pojazdów trakcyjnych stacjonujących na każdej stacji będzie nie ujemna.

Analizująo tak zbudowany graf, dojdziemy do wniosku, że jest on niewystarczający: w przypadku nierównej liczby przyjazdowi odjazdów na poszczególnych stacjach istnieje potrzeba luzem oraz czasami te jazdy luzem są wskazane, gdyż jak to było już wspomniane, powodują one oszczędności w liczbie zatrudnionych pojazdów trakcyjnych.

Trzeba więc w teorii przewidzieć wyjście z każdego wierzchołka jako łuki przebiegów luzem pojazdów trakcyjnych z przeznaczeniem do wszystkich innych stacji.

Graf jest teraz na tyle skomplikowany, że rozwiązanie zagadnienia ustalenia obiegów pojazdów trakcyjnych będzie bardzo pracochłonne.

W programie na komputer można to rozwiązać tak, że w pamięci zachowuje się godziny skojarzone z różnymi wierzchołkami (grzbietami) grafu oraz czasy przebiegów luzem od stacji do stacji i w przypadkach koniecznych, buduje się łuki przebiegów luzem.

Następnie sprowadzamy zagadnienie na płaszczyznę ekonomiczną przyporządkowując każdemu łukowi odpowiedni koszt. Ogólnie można uważać, że koszt całkowity związany z obiegiem pojazdów trakcyjnych składa się z dwóch części:

a) części proporcjonalnej do liczby zatrudnionych pojazdów trakcyjnych, tzn. do liczby pojazdodób;
b) części proporcjonalnej do liczby kilometrów przebiegów wykonanych przez te pojazdy trakcyjne.

Aby ustalić obiegi składów program z powodzeniem można oprzeć na algorytmie Forda - Fulkersona [1]. Problem stanowi tu jednak kwestia ustalenia dostatecznie prawidłowych kosztów.

Przedstawione sposoby projektowania obsługi trakcyjnej umożliwiają szybko i dokładnie ustalić liczby niezbędnych pojazdów trakcyjnych oraz ich obiegi, lecz nie uwzględniają możliwości zaistnienia opóźnień pociągów.

4. Opóźnienia pociągów i ich wpływ na pracę pojazdów trakcyjnych

Jakkolwiek dotrzymywanie rozkładu jazdy pociągów jest jedną z najważniejszych zasad na PKP, byłoby jednak rzeczą wręcz nierealną, gdybyśmy w praktycznym działaniu wychodzili z założenia, że opóźnienia pociągów nie występują i na tym twierdzeniu oparli zasady mające na celu poprawną organizację i realizację obsługi trakcyjnej.Opóźnienia pociągów są rzeczą jak najbardziej realną. Chcąc znać ich wpływ na realizację obsługi trakcyjnej musimy przede wszystkim poddać dokładnej analizie opóźnienia pociągów oraz zbadać ich przyczyny. Przy eksploatacji parowozów w ruchu towarowym większa część końcowych opóźnień pociągów nie przenosi się na następne pociągi przez skrócenie faktycznego postoju parowozu w lokomotywowni. Dzięki temu stosunek opóźnienia przekazania do ruchu do opóźnienia zwrotu do lokomotywowni przy ciągłej pracy lokomotywy np. na DR wynosił 1 : 4 [5]. Przez wprowadzenie nowych rodzajów trakcji, tj. trakcji spalinowej i elektrycznej z ich znacznie większym zasięgiem działania, a mniejszym nakładem czasu niezbędnym na czynności techniczne, możliwym się stało przedłużenie czasu pracy pojazdu trakcyjnego z 12 - 14 godzin (przy parowozach) od 17 - 19 godzin (przy lokomotywach spalinowych i elektrycznych) na dobę.

Również w technologii pracy pojazdów trakcyjnych daje się zauważyć w ostatnich latach nowy kierunek, który umożliwia maksymalne wykorzystanie potencjału parku pojazdów trakcyjnych. Należy tu przede wszystkim wymienić stosowanie przedstawionych metod matematycznych przy planowaniu pracy pojazdów trakcyjnych, PERT przy naprawach, jak również znajdującą się jeszcze w stadium badań regulację pracy pojazdów trakcyjnych przy pomocy EPD.

Występująca tendencja obniżenia czasów postojów trakcyjnych pojazdów wymaga dużej punktualności w kursowaniu pociągów. Wspomniany już stosunek opóźnień przekazania do zwrotu przy trakcji spalinowej i elektrycznej pracującej wg optymalnie ukształtowanych turnusów wynosi już 1 : 2 i może tu już dojść do poważnego zagrożenia realizacji zaplanowanego obiegu pojazdów trakcyjnych [5].

W procesie optymalizacji obiegów pojazdów szynowych koniecznie więc trzeba uwzględnić zagadnienie zawodnego (z opóźnieniami) kursowania pociągów. Należy znaleźć taką metodę, która pozwoli opracować plany pracy pojazdów trakcyjnych najmniej "wrażliwe" na zakłócenia występujące w systemie sieci kolejowej.

LITERATURA

1. L.R. Ford, D.R. Fulkerson: Przepływy w sieciach, PWN, Warszawa 1969.
2. G. Potthoff: Optimaler Triebwagenumlauf. Wissenschaft Zeitschrift der Hochschule für Verkehrswesen, 1968, 2.
3. G. Potthoff: Die paarweise Zuordnung von Verkehrsguellen und-senken Deutsche Eisenbahntechnik, 1969, 11.
4. G. Potthoff: Die Zuordnung von Ankünften und Abfahrten.Deutsche Eisenbahntechnik, 1970, 5.
5. H. Schnabel: Zugverspätungen und ihr Einfluss auf den Tfz - Einsatz. Schienen Fahrzeug 1971, 11.
6. L.S. Goddard: Metody matematyczne w badaniach operacyjnych, PWN Warszawa 1966.
7. H. Glück: Möglichkeiten und Stand der Programmirung optimaler Triebfahrzueglaufpläne auf elektronischen Datenverarbeitungsanlagen. Die Bundesbahn 1971, 18.
8. E.P. Niestierow: Transportnyje zadaczy liniejnogo programmirowanija Transzełdorizdat, 1962.
9. A. Truskolaski: Sprawozdanie z wyjazdu służbowego do Wielkiej Brytanii, "COBiRTK" Warszawa 1971.
10. J. Ekiert: Sprawozdanie ze stażu na kolejach francuskich. "COBiRTK", Warszawa 1972.

ПРОБЛЕМА ОПТИМАЛЬНОГО ПОСТРОЕНИЯ ПЛАНОВ РАБОТЫ ЛОКОМОТИВОВ

Р е з ю м е

В статье представлены возможности решения некоторых железнодорожных вопросов математическими методами. Так вопрос организации планов работы локомотивов может быть решён при помощи следующих теорий:

- линейного программирования,
- транспортных сетей,
- теории графов.

THE PROBLEMS OF TRACTION UNITS WORK OPTIMALISATION

S u m m a r y

The purpose of this paper is to give details of the process which has been developed for diagramming and restoring, to indicate its derivation, and to indicate that the fundamental problems involved are influence by many other stages of traffic planning. Some brief mathematical notes have been included, but no formal proofs were given. The processes described have been developed for railway use. The fundamental ideas of this solution can be found in one or more of the following theories:

- linear programming
- flows in networks
- the theory of graphs.