ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1973

Seria: Energetyka z. 47 Nr kol. 372

Tadeusz Chmielniak
Gerard Kosman
Teodor Werbowski

Instytut Maszyn i Urządzeń Energetycznych

OCENA NOŚNOŚCI GRANICZNEJ WIRNIKÓW WENTYLATORÓW PROMIENIOWYCH

Streszczenie. Praca niniejsza dotyczy badań nośności granicznej wirników wentylatorów promieniowych. Przy pewnej idealizacji warunków pracy elementów wirnika analizowane zagadnienie można sprowadzić do określenia granicznej liczby obrotów. W pracy przeprowadzono analizę porównawczą granicznej liczby obrotów wyznaczonych w oparciu o różne kryteria zniszczenia wirnika pomyślane w sensie utraty przydatności od dalszej eksploatacji. Do rozważań szczegółowych wybrane wirniki wentylatorów WPWs 60/1,4 oraz WPWDs 190/1,4 produkowanych przez Fabrykę Wentylatorów w Chełmie Śląskim.

1. Wstęp

Określenie miarodajnych kryteriów oceny wytrzymałości głównego elementu wentylatora - wirnika - jest jednym z ważniejszych zadań w teorii tej maszyny. Ich wybór pozwala bowiem określić nośność graniczną wirnika, a więc w konsekwencji decyduje o wielkości osiąganych parametrów pracy oraz określa zakres bezpiecznej eksploatacji wentylatora. Jako miary nośności granicznej przyjmuje się zwykle dopuszczalną wielkość odkształceń lub też graniczny stan naprężeń. W związku z tym powstaje problem określenia tych miar jako funkcji geometrycznych i materiałowych cech konstrukcyjnych. Z punktu widzenia wirników wentylatorów interesować nas będą stany naprężeń i odkształceń łopatek, tarcz nośnych i nakrywających. Pod graniczną nośnością tych elementów rozumieć będziemy w najogólniejszym przypadku obciążenie, które prowadzi do granicznego stanu naprężeń lub przemieszczeń.

Dla oceny zapasu wytrzymałości wykorzystuje się pojęcie współczynnika bezpieczeństwa

$$k = \frac{P_{gr}}{R_s} \cdot \frac{R_s}{P_{rob}} = k_{pl} \cdot k_{sp} , \qquad (1)$$

gdzie

P_{gr} - uogólnione graniczne obciążenie,

P_{rob} - obciążenie robocze,

R_s - granica sprężystości.

Dla tarcz wykonanych z materiałów o małej plastyczności należy wykorzystać współczynnik związany ze zniszczeniem tarczy, określony formułą

$$k = \frac{P_{zn}}{P_{rob}}, \qquad (2)$$

gdzie

P_{zn} – obciążenie, przy którym następuje zniszczenie elementu.

Z zależności (1) i (2) wynika, że dla oceny wytrzymałości wirników konieczna jest znajomość dostatecznie dokładnych metod obliczania naprężeń i odkształceń plastycznych celem znalezienia maksymalnych przemieszczeń i obrotów granicznych.

Literatura dotycząca metod określenia naprężeń i przemieszczeń tarcz w przedziałach odkształceń sprężystych i plastycznych jest bardzo bogata i dostępna [np. 1, 2, 3]. Brak jest natomiast dostatecznie dokładnych metod określenia naprężeń i nośności granicznych wirników wentylatorów. Stosowane obecnie metody w praktyce projektowej są bardzo uproszczone. Z tych względów w dalszej części pracy zajęto się bardziej szczegółowo tym problemem.

2. Kryteria oceny nośności granicznej wirników wentylatorów

Z uwagi na małe wartości przyrostów ciśnień w czasie pracy wentylatorów można przyjąć, że stan naprężeń i odkształceń statycznych wywołany jest wyłącznie siłami bezwładności wirujących mas wirnika. Wpływ sił aerodynamicznych jako mały jest zwykle pomijalny. Wynika stąd, że problem nośności granicznej wirnika można sprowadzić do określenia granicznej liczby obrotów, względnie granicznej prędkości obwodowej. Dla określenia tych wielkości bardzo istotnym jest przyjęcie kryterium utraty przydatności maszyny do dalszej eksploatacji. W literaturze dotyczącej wytrzymałości maszyn zwykle przyjmuje się jako kryterium zniszczenia elementu albo wielkości odkształcenia czy przemieszczenia, albo zniszczenia poszczególnych elementów składowych maszyny.

W pracy jako podstawę do określenia obciążenia granicznego wykorzystano trzy kryteria:

- zniszczenie tarcz wirujących według Robinsona [4],
- zniszczenie tarcz wirujących według Pragera [5],
- zniszczenia łopatek wirnika.

Pierwsze kryterium zwane w dalszej części pracy kryterium Robinsona zostało opracowane w oparciu o eksperymentalne badania wytrzymałości symetrycznych tarcz wirujących [4]. Uzyskane wyniki badań porównano ze sprężystym stanem naprężenia wyznaczonym dla prędkości obrotowej powodującej rozerwanie tarczy. Z przeprowadzonej analizy wynika, że maksymalne naprę-

żenia obwodowe w chwili zniszczenia tarczy przewyższało dwukrotnie granicę wytrzymałości materiału R_m. W badaniach opisanych w [6, 7] stosunek ten był jeszcze wyższy. Wynika stąd, że maksymalne sprężyste naprężenie w tarczy nie określa jej wytrzymałości. Wniosek ten jest słuszny tylko dla materiałów plastycznych z uwagi na zmianę rozkładu naprężeń poza granicą sprężystości ze względu na pojawienie się odkształceń plastycznych. Wielkość naprężeń sprężystych nie stanowi zatem kryterium zniszczenia tarcz wirujących wykonanych z materiałów plastycznych.

W oparciu o wspomniane wyżej badania można stwierdzić, że powierzchnia pod wykresem granicy wytrzymałości R_m w zależności od promienia tarczy niewiele różni się od powierzchni pod wykresem naprężeń obwodowych obliczonych dla prędkości obrotowej powodującej rozerwanie tarczy. Maksymalna różnica między tymi powierzchniami dla badanych tarcz nie przekraczała 15%.

Z przedstawionych związków wynika, że dostatecznie pewnym, potwierdzonym doświadczalnie kryterium zniszczenia tarcz wirujących jest równość powierzchni pod wykresem naprężeń obwodowych wywołanych siłą odśrodkową własnych mas i granicy wytrzymałości materiału R_m. Można więc przyjąć, że w chwili zniszczenia tarczy rozkład naprężeń obwodowych pokrywa się z wykresem granicy wytrzymałości

$$\sigma_\varphi(r) = R_m(r) . \tag{3}$$

W przypadku równomiernego nagrzania tarczy wzdłuż promienia $R_m(r) = const$ i w związku z tym przyjmujemy, że w czasie rozerwania zachodzi pełne wyrównanie naprężeń obwodowych do wartości średniej równej R_m

$$\sigma_\varphi^{śr} = R_m . \tag{3a}$$

Dla słabo plastycznych materiałów rozerwanie tarczy następuje w chwili, gdy średnie naprężenie obwodowe jest mniejsze od granicy wytrzymałości materiału.

Metoda Pragera jest metodą analityczną. Autor sformułował tę metodę dla szeregu założeń upraszczających. Sposób obliczeń oparto o kryterium plastyczności Tresca, zakładające, że momentowi osiągnięcia przez główne naprężenie styczne pewnej wartości krytycznej, uzależnionej od stopnia umocnienia materiału lub wartości odkształcenia odpowiada deformacja równa czystemu przesunięciu w płaszczyźnie maksymalnego naprężenia stycznego. Kierunek odkształcenia jest przy tym zgodny z kierunkiem działania naprężeń stycznych.

Tak sformułowane kryterium prowadzi do zależności

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \tau = \frac{\sigma}{2}, \tag{4}$$

gdzie σ określono przez funkcję $\sigma = f(\varepsilon)$ opisującą postać umocnienia materiału.

Dla cienkiej tarczy przy założeniu, że $\sigma_1(\sigma_\varphi) > \sigma_2(\sigma_r)$ warunki płynięcia plastycznego określają związki

$$\sigma = \sigma_\varphi > \sigma_r > 0; \qquad \sigma_3(\sigma_z) = 0, \tag{5}$$

$$\varepsilon_r = 0, \qquad \varepsilon_\varphi = -\varepsilon_z \geqslant 0, \tag{6}$$

gdzie

σ_φ – naprężenie obwodowe, σ_r – naprężenie promieniowe, σ_z – naprężenie osiowe, $\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}$, $\varepsilon_\varphi = \frac{u}{r}$, ε_z – odkształcenia w kierunkach promieniowym, obwodowym i osiowym, u – przemieszczenie promieniowe.

Wchodzące w związki (5) i (6) wielkości σ_φ, σ_r, σ_z, ε_φ, ε_r i ε_z są wielkościami rzeczywistymi naprężeń i odkształceń, tzn. są odniesione do rzeczywistych przekrojów kształtujących się w czasie deformacji.

Przyczyną wielu awarii wirników wentylatorów promieniowych, przy dostatecznie wysokich obrotach, jest mała sztywność i wytrzymałość układu łopatkowego, szczególnie przy mocnych tarczach nośnych i nakrywających, przy nieprofilowanych łopatkach. Stwierdzono doświadczalnie, że decydujące w tej mierze są maksymalne naprężenia od zgniatania łopatek siłami bezwładności wirującej masy łopatki. W przypadku mocnej tarczy nakrywającej naprężenia wywołane jej przemieszczeniami mają niewielki wpływ na obciążenie układu łopatkowego. W związku z tym możliwym jest rozpatrywanie jednoosiowego stanu naprężenia. Jako kryterium utraty przydatności maszyny do eksploatacji przyjmuje się w dalszym ciągu stan osiągnięcia pełnej plastyczności, w przeciwieństwie do [8], gdzie dopuszcza się jedynie odkształcenia sprężyste, w związku z czym obroty graniczne wypadają za niskie.

3. Model wirnika

Ścisłe uwzględnienie kształtu wirnika bardzo komplikuje zagadnienie, dlatego też do rozważań przyjmujemy uproszczony model geometryczny. Do określenia granicznej liczby obrotów ze względu na rozerwanie tarczy nośnej i nakrywającej wykorzystamy model wirnika omówiony szczegółowo w pracy [9]. Założymy, że obciążenie od sił masowych przenoszą nie tylko tar-

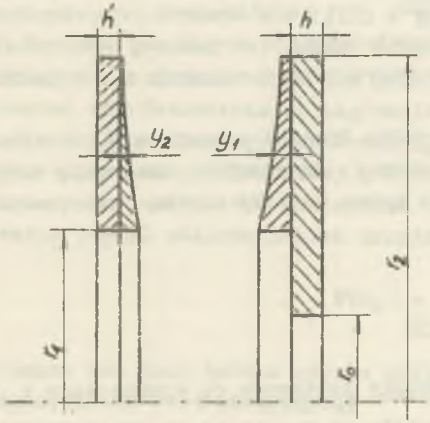
oze ale również łopatki. Całkowite pole przekroju przejmujące naprężenie promieniowe, jest równe:

$$F_o(r) = 2\pi r\,(h_1 + h_2) + z \cdot F(r)\,. \tag{7}$$

Funkcję opisującą zmianę przekroju łopatki F(r) wzdłuż promienia można przedstawić analitycznie tylko dla najprostszych przypadków. Dla składanych łopatek profilowanych pole przekroju jest sumą pól części składowych na danym promieniu.

Dla wirników o dużej liczbie łopatek z można przekrój łopatek F(r) zamienić na przekrój pierścieniowy o zmiennej grubości y

$$y^* = \frac{z \cdot F(r)}{2\,r}\,.$$



Rys. 1. Model tarczy nośnej i nakrywającej wirnika

Ostatniemu założeniu odpowiada model wirnika składający się z trzech tarcz odpowiednio o grubościach h_1, y(r) oraz h_2. Dla określenia stanu obciążenia w tarczy nośnej i nakrywającej podzielimy otrzymany model na dwa niezależne układy (rys. 1). Grubość tarczy $y_1(r)$ oraz $y_2(r)$ można wyznaczyć z zależności

$$y_i(r) = k_i \cdot y^*(r) \text{ dla } i = 1,2\,, \tag{8}$$

gdzie

k_i – współczynniki zależne od sztywności zamocowania łopatek.

Do dalszych obliczeń przyjmujemy założenie, że tarcze o grubości y_1 i y_2 przenoszą tylko naprężenie promieniowe. Założenie to będzie tym bardziej spełnione, im bardziej ustawienie łopatek będzie zbliżone do promieniowego. Otrzymujemy więc w obu przypadkach układ złożony z tarczy o stałej grubości, przejmującej naprężenia promieniowe i obwodowe oraz z tarczy o zmiennej grubości, przejmującej tylko naprężenia promieniowe.

Dla podanych założeń równania równowagi dowolnej z tarcz przedstawionych na rys. 1 przyjmuje postać [9]

$$\frac{d}{dr}\left[r(h + ay)\sigma_r\right] - ay\,\frac{d(yr\sigma_\varphi)}{dr} - h\sigma_\varphi = A(r)\,, \tag{9}$$

gdzie

$$A(r) = -r^2(h + y)\varrho\omega^2 - \frac{r\omega^2\varrho_p F_p z}{2} \tag{10}$$

a = 1 – jeżeli łopatki przenoszą obciążenia,
a = 0 – jeżeli łopatki nie przenoszą obciążeń.

Dla określenia granicznej liczby obrotów ze względu na odkształcenia łopatek wykorzystamy model omówiony w pracy [8]. W przypadku łopatek krótkich i szerokich $(\frac{bm}{L}) \not\geq 1$, do rozważań przyjmujemy model łopatki w postaci belki obustronnie sztywno utwierdzonej, obciążonej wypadkową sił bezwładności zredukowaną do środka łopatki oraz pomijamy naprężenia wynikłe z obciążenia łopatki tarczą nakrywającą. Model ten jest miarodajny w przypadku mocnych tarcz nakrywającej i nośnej. W związku z tym uwzględniamy wyłącznie naprężenia od zginania, aż do osiągnięcia pełnego stanu plastycznego. Łopatki wąskie i długie $(\frac{bm}{L}) < 1$ rozpatrujemy jako wycinek płaszczyzny obciążonej wypadkową sił bezwładności i wypadkową siłą promieniową, uwzględniającą zakrzywienie płaszczyzny przy zginaniu w kierunku osi y [8].

Z doświadczeń wynika, że w tym przypadku łopatki zginają się początkowo tylko na krawędziach wlotowej i wylotowej. Przyjmujemy koncepcję trójzamocowanej płaszczyzny, zakładając, że końce łopatki nie są zamocowane, a środek jest sztywny.

4. Wyznaczanie granicznej liczby obrotów

4.1. Analiza możliwości zastosowania metody Robinsona do wyznaczenia n_{gr}

Po scałkowaniu równania (9) w przedziale od promienia wewnętrznego tarczy r_w od zewnętrznego r_z i uwzględnieniu kryterium (3) otrzymujemy

$$\left[r(h+ay)\sigma_r\right]\Big|_{r_w}^{r_z} - a\nu\left[yrR_m\right]\Big|_{r_w}^{r_z} - \int_{r_w}^{r_z} hR_m dr = \int_{r_w}^{r_z} A(r)dr \,. \tag{10a}$$

Powierzchnia zewnętrzna tarczy jest wolna od obciążeń promieniowych. Dodatkowo przyjmujemy, że w chwili rozerwania zerują się również naprężenia promieniowe na powierzchni wewnętrznej tarczy

$$\sigma_r = 0 \quad \text{dla} \quad r = r_w \quad \text{i} \quad r = r_z \,. \tag{11}$$

Wstawiając (3a) i (11) do (10) otrzymujemy formułę określającą graniczną liczbę obrotów, powodującą rozerwanie tarczy wirnika

$$n_{gr} = \frac{30}{\pi}\sqrt{\frac{\int_{r_w}^{r_z} h\,R_m dr + \frac{k a v_z}{2}\left[F R_m\right]_{r_w}^{r_z}}{\varrho\int_{r_w}^{r_z} h r^2 dr + \frac{z}{2\pi}\int_{r_w}^{r_z}(k\varrho F + \varrho_p F_p) r dr}}\,. \tag{12}$$

Współczynnik bezpieczeństwa przeciwko rozerwaniu tarczy należy określić ze względu na graniczne obciążenie, a nie maksymalne naprężenie sprężyste, które nie określa wytrzymałości tarczy.

W podobny sposób można wyznaczyć liczbę obrotów na przekroczeniu których wirnik znajduje się tylko w stanie odkształceń plastycznych.

Podane powyżej zależności można dla celów praktycznych uprościć nie zmniejszając jednocześnie ich przydatności. W czasie pracy wentylatorów stopień nierównomierności nagrzania wirnika jest raczej niewielki stąd też zmiany granicy wytrzymałości R_m można pominąć. Nieznaczny jest również udział siły odśrodkowej pochodzącej od zanieczyszczeń kanałów przepływowych w całkowitym obciążeniu masowym wirnika. W celu dalszego uproszczenia formuł obliczeniowych przyjmiemy, że

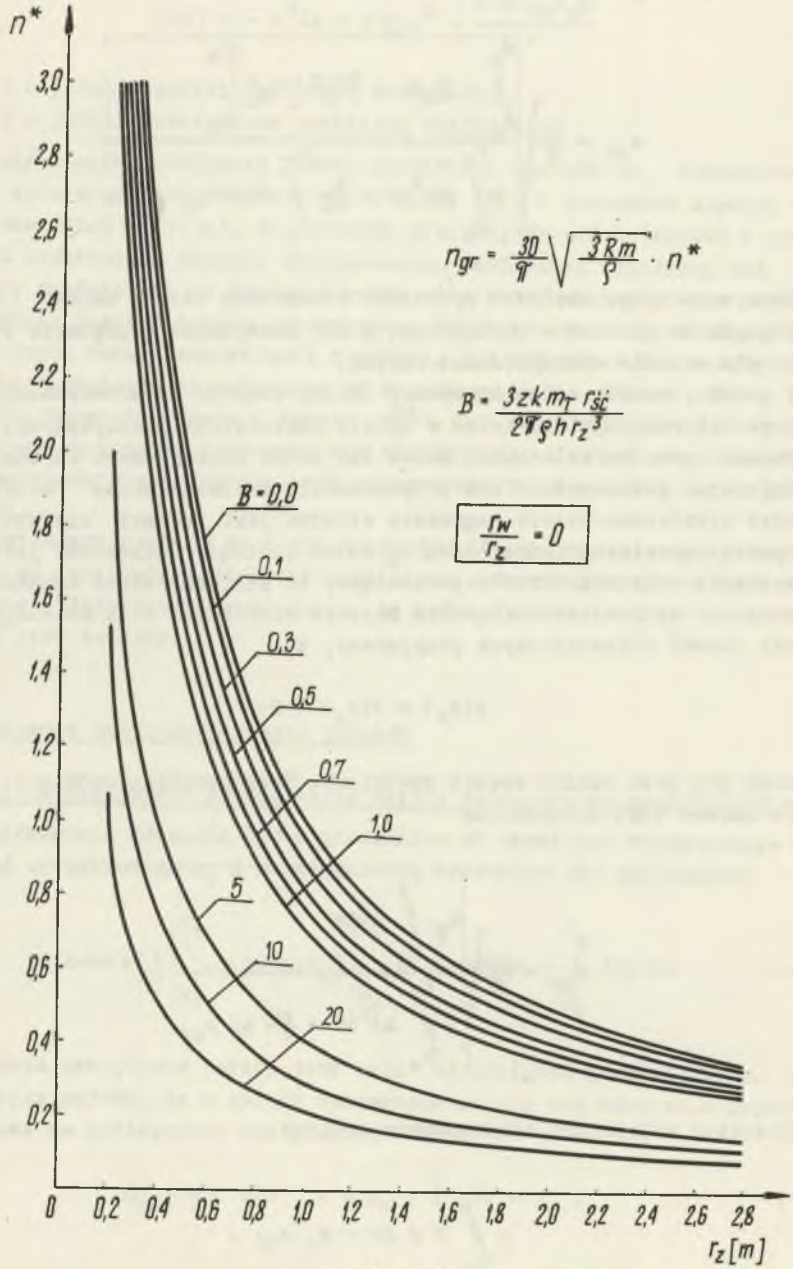
$$F(r_w) = F(r_z) = 0. \tag{13}$$

Warunek ten jest bardzo często spełniony. Uwzględniając omówione założenia w formie (12) otrzymujemy

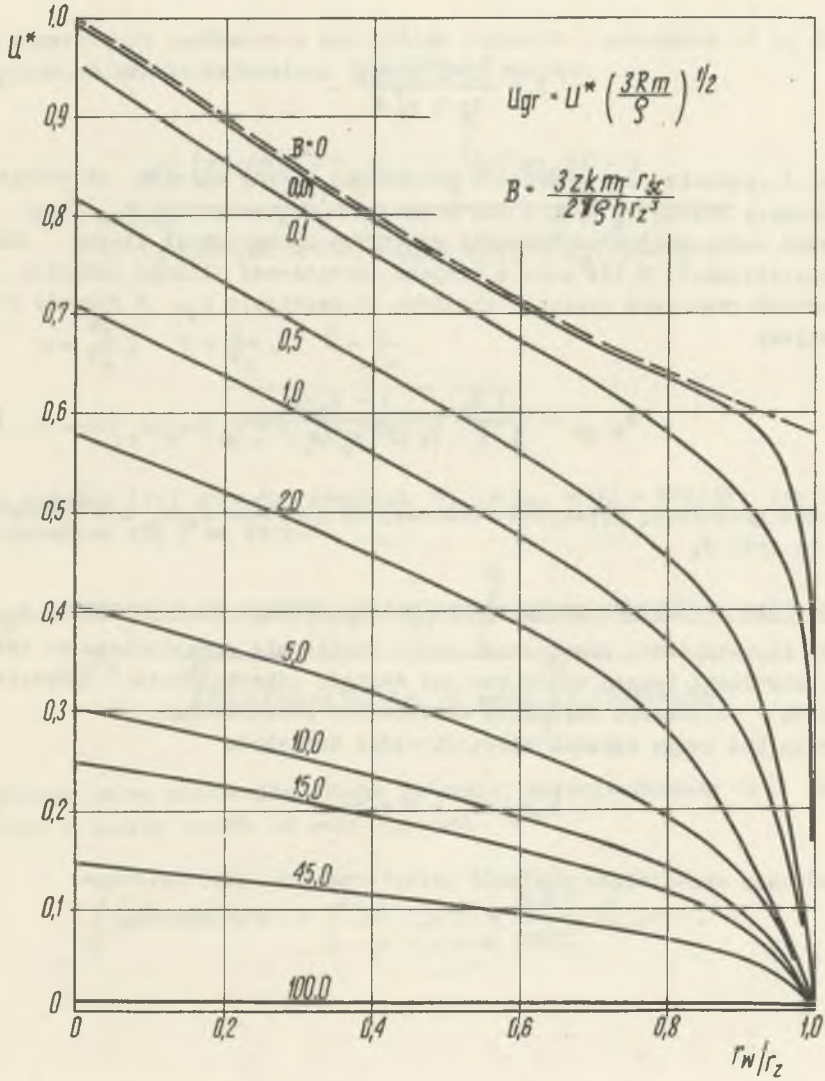
$$n_{gr} = \frac{30}{\pi}\sqrt{\frac{R_m\int_{r_w}^{r_z} h\,dr}{\varrho\int_{r_w}^{r_z} h r^2 dr + \frac{\varrho k}{2} m_z r_{śś}}}\,. \tag{14}$$

W ostatniej zależności wykorzystano związek

$$\varrho\int_{r_w}^{r_z} F r\,dr = m_z r_{śś}\,.$$



Rys. 2. Zależność $n^* = f(r_z, B)$ dla $r_w/r_z = 0$



Rys. 3. Graniczna prędkość obwodowa wirnika

Dla wirników wentylatorów promieniowych wzór (14) ulega dalszemu uproszczeniu ponieważ h = const. Dla tego przypadku mamy

$$n_{gr} = \frac{30}{\pi}\sqrt{\frac{3\,R_m}{\varrho}} \cdot \frac{1}{r_z}\sqrt{\frac{1 - r_w/r_z}{1 - (r_w\ r_z)^3 + B}}\,, \tag{14a}$$

gdzie

$$B = \frac{3\ z\ km_1\ r_{ść}}{2\varrho\ h\ r_z^3\pi}\,. \tag{15}$$

Na rys. 2 przedstawiono zależność granicznej liczby obrotów od zewnętrznej średnicy tarczy r_z oraz B dla stosunku $r_w/r_z = 0$.

Postać zależności (14a) pozwala na dalsze ograniczenie liczby zmiennych niezależnych. W tym celu w miejsce granicznej liczby obrotów n_{gr} wprowadzimy graniczną prędkość obwodową na promieniu r_z. Z formuły (14a) otrzymujemy

$$u_{z\ gr} = \sqrt{\frac{3\,R_m}{\varrho}}\sqrt{\frac{1 - r_w/r_z}{1 - (r_w/r_z)^3 + B}}\,. \tag{16}$$

Zależność granicznej prędkości obwodowej od stosunku r_w/r_z i B przedstawiono na rys. 3.

4.2. Analiza możliwości zastosowania metody Pragera do wyznaczania n_{gr}

Przy rozpatrywaniu granicznego stanu obciążenia prowadzącego do zniszczenia wirującej tarczy można pominąć wartość odkształcenia sprężystego jako małą w porównaniu wartością odkształceń plastycznych.

Biorąc pod uwagę warunek nieściśliwości materiału

$$h_0 r_0\ dr_0 = h\ r\ dr\,, \tag{17}$$

oraz równość określającą wielkość przemieszczenia promieniowego

$$u = r - r_0 \tag{18}$$

równanie (9) zapisujemy przez wielkości charakterystyczne dla stanu nieodkształconego w postaci

$$\frac{d}{dr_0}\left[r_0\sigma_r(h+ay)\right] - a\nu\frac{d(yr_0\sigma_\varphi)}{dr_0} - h\sigma_\varphi =$$

$$= -\varrho_p\frac{zF_p}{2}(r_0+u)\omega^2 - \varrho\omega^2 r_0(r_0+u)(h+y)\,. \tag{19}$$

Po obustronnym scałkowaniu ostatniego równania w granicach od r_w do r_z i dodatkowych przekształceniach otrzymujemy związek

$$\varrho\omega^2 r_w = \frac{a\nu\left[y_z\alpha\sigma_{\varphi z} - y_w\sigma_{\varphi w} + \int_1^\alpha h(\xi)\sigma_\varphi\,d\xi - \chi\right.}{\int_1^\alpha \xi(\xi+\eta)(h+y)\,d\xi + \varrho_p/\varrho\,\frac{z}{2\pi r_w}\int_1^\alpha F_p(\xi)(\xi+\eta)\,d\xi}\,, \tag{20}$$

gdzie $\alpha = \frac{r_z}{r_w}$, $\eta = \frac{u}{r_w}$, $\xi = \frac{r}{r_w}$,

$$\chi = \alpha\sigma_{rz}(h_z+ay_z) - \sigma_{rw}(h_w+ay_w).$$

Dla założeń (11) oraz dla równości $\sigma_{\varphi z} = \sigma_{\varphi w} = \sigma_\varphi = f(\eta/\xi)$ równanie (20) upraszcza się i ma postać

$$\varrho\omega^2 r_w = \frac{a\nu f(\eta/\xi)\left[\alpha y_z - y_w\right] + \int_1^\alpha h(\xi)\,f(\eta/\xi)\,d\xi}{\int_1^\alpha \xi(\eta+\xi)(h+y)\,d\xi + \varrho_p/\varrho\,\frac{z}{2\pi r_w}\int_1^\alpha F_p(\xi)(\xi+\eta)\,d\xi}\,. \tag{21}$$

Pierwszy człon mianownika ułamka po prawej stronie formuły (21) można uzależnić w prosty sposób od masy łopatki.

$$\int_1^\alpha \xi(\xi+\eta)(h+y)\,d\xi = \int_1^\alpha \xi(\xi+\eta)h\,d\xi + \frac{m_T k\,z}{2\pi\varrho r_w^2}(\xi_{\delta 0}+\eta)\,. \tag{22}$$

Wstawiając równość (22) do (21) otrzymujemy

$$\varrho\omega^2 r_w^2 = \frac{a v f(\eta/\hat{\xi})\left[\alpha y_z - y_w\right] + \int_1^{\alpha} h(\hat{\xi})\, f(\eta/\hat{\xi})\, d\hat{\xi}}{\int_1^{\alpha} \hat{\xi}(\hat{\xi}+\eta) h\, d\hat{\xi} + \varrho_p/\varrho \frac{z}{2\pi r_w} \int_1^{\alpha} F_p(\hat{\xi})(\hat{\xi}+\eta) d\hat{\xi} + \psi}, \tag{23}$$

gdzie $\psi = \frac{k\, z\, m_z}{2\pi\varrho r_w^2} (\hat{\xi}_{śo} + \eta)$.

Praktyczne wykorzystanie zależności uzależnione jest od znajomości funkcji $h(\hat{\xi})$, $F_p(\hat{\xi})$, $f(\eta/\hat{\xi})$. Dla wentylatorów promieniowych $(h/\hat{\xi})$=const) przy niewielkim zanieczyszczeniu kanałów przepływowych. $(F_p(\hat{\xi}) \approx 0)$ i przy założeniu, że $y_z = y_w = 0$ (łopatki zaostrzone) wzór (23) ulega dalszemu uproszczeniu i ma postać

$$\frac{\varrho\omega^2 r_w^2}{6} = \frac{\int_1^{\alpha} f(\eta/\hat{\xi}) d\hat{\xi}}{2(\alpha^3-1) + 3\eta(\alpha^2-1) + 2B(1+\eta/\hat{\xi}_{śo})\alpha^3}. \tag{24}$$

Dla B = 0 związek przechodzi w równość rozpatrywaną przez Pragera dla tarczy. Maksymalną wartość prędkości kątowej ω (wartość graniczną) określa się z zależności

$$\omega_{gr} = \frac{1}{r_w} (6\bar{\psi}/\varrho)^{1/2}, \tag{25}$$

gdzie

$$\bar{\psi} = \max\left\{\frac{\int_1^{\alpha} f(\eta/\hat{\xi})\, d\hat{\xi}}{2(\alpha^3-1) + 3\eta(\alpha^2-1) + 2B(1+\eta/\hat{\xi}_{so})\alpha^3}\right\}.$$

4.3. Wyznaczanie n_{gr} wirnika wentylatora z punktu widzenia wytrzymałości łopatek

Pewne ogólne informacje co do wielkości dopuszczalnej liczby obrotów wirnika można uzyskać rozpatrując łopatkę jako dwustronnie sztywno utwierdzoną belką, obciążoną wypadkową sił bezwładności wirującej masy łopatki.

Przy czym nie uwzględnia się kształtu łopatki. Wówczas maksymalne naprężenia od zginania wynoszą

$$\sigma_{g\,max} = \frac{M_{max}}{W}, \tag{26}$$

gdzie $W = \frac{s^2 \cdot dL}{4}$, $M_{max} = F \cos\bar{\beta} \cdot \frac{b}{12}$.

Stąd przyjmując $\sigma_{max} = R_{pl}$ otrzymujemy,

$$n_{gr} = \frac{30}{\pi b_m}\sqrt{\frac{3 \cdot s \cdot R_{pl}}{\varrho r_m \cos\bar{\beta}}}. \tag{27}$$

Jeśli uwzględnić kształt łopatki, to dla łopatek nieprofilowanych wypadkową wartość sił bezwładności (rys. 4) można obliczyć następująco:

$$F = \int_{r_1}^{r_2} d\,F \cos\beta = \varrho\,\omega^2 s \int_{r_1}^{r_2} r\,b(r)\,\mathrm{ctg}\beta\,(r)\,dr. \tag{28}$$

Z drugiej strony

$$F = m\,\omega^2\,r_m \cos\bar{\beta}, \tag{29}$$

gdzie

$$m = \varrho\,s \int_{r_1}^{r_2} \frac{b(r)}{\sin\beta\,(r)}\,dr \tag{30}$$

lub w formie uproszczonej

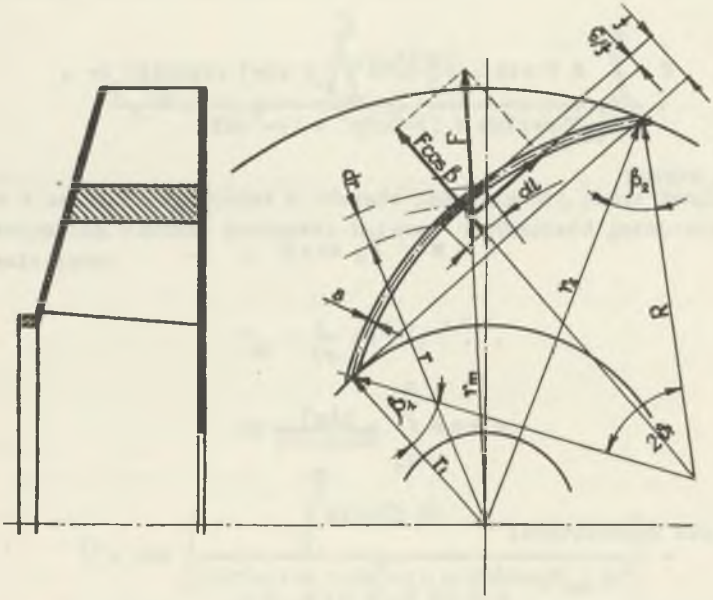
$$m = \varrho\,s\,b_m\,L = \varrho\,b_m\,A. \tag{30a}$$

Z porównania (28) i (29) otrzymujemy

$$r_m \cos\bar{\beta} = \frac{\int_{r_1}^{r_2} r\, b(r)\, \mathrm{ctg}\beta(r)\, dr}{\int_{r_1}^{r_2} \frac{b(r)}{\sin\beta(r)}\, dr} . \tag{31}$$

W celu uproszczenia obliczeń przyjmujemy: $r_m = \frac{1}{2}(r_1+r_2)$ i $\bar{\beta} = \frac{1}{2}(\beta_1+\beta_2)$, $b_m = \frac{1}{2}(b_1 + b_2)$. Związki te są słuszne dla łopatek w kształcie spirali logarytmicznej i płaskiej tarczy nakrywającej.
Wstawiając (30a) do (29) mamy

$$F = A\, b_m\, r_m \varrho\, \omega^2 \cos\bar{\beta} . \tag{32}$$



Rys. 4. Model łopatki wirnika w postaci zginanej belki

Dla łopatki nieprofilowanej w formie łuku okręgu, szerokiej i krótkiej, $(\frac{b_m}{L}) \geqslant 1$ oraz w przypadku takiej samej łopatki parabolicznej równoważnej łukowej o maksymalnym wygięciu $f = R\,(1 - \cos\vartheta)$ (rys. 4) za [8] przyjmujemy

$$W = \frac{J_m}{(\frac{2f}{3})}, \tag{33}$$

gdzie $J_m = A\,(\frac{4}{45} f^2 + \frac{1}{12} s^2)$.

Dla przyjętego modelu maksymalne naprężenia do zginania są równe

$$\sigma_{gmax} = \frac{M_{max}}{W} = \frac{F \cdot b_m}{12\,W} = \varrho b_m^{\,2} \cos\bar{\beta}\, \frac{(u_m^{\,2}/r_m)}{(\frac{8}{5} f^2 + \frac{1}{2} s^2)}, \tag{34}$$

skąd otrzymujemy

$$n = \frac{30}{\pi b_m} \sqrt{\frac{R_{pl}}{\varrho r_m \cos\bar{\beta}}\, \frac{1.6\, f^2 + 1.5 s^2}{f}}. \tag{35}$$

W szczególności dla łopatek płaskich przyjmując $f = \frac{3}{4} s$ otrzymujemy

$$n_{gr} = \frac{30}{\pi b_m} \sqrt{\frac{16\, R_{pl} \cdot s}{5 \varrho r_m \cos\bar{\beta}}}. \tag{35a}$$

W przypadku łopatek profilowanych zastępujemy je równoważną łopatką o stałej grubości s, w sensie równości odpowiednich wskaźników wytrzymałości na zginanie i o takiej samej długości linii szkieletowej L.

Przeprowadzone doświadczenia z wirnikami wentylatorów o łopatkach długich i wąskich $(\frac{b_m}{L}) < 1$ [8] wykazały, że łopatki te uginają się początkowo tylko na krawędzi wlotowej i wylotowej. W związku z tym celem jest zastąpienie takiej łopatki, mającej postać płata powierzchni walcowej, odpowiednim wycinkiem płaszczyzny (rys. 5).

Równanie określające ugięcie płaszczyzny przyjmuje postać

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\,\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\,\partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q/K, \tag{36}$$

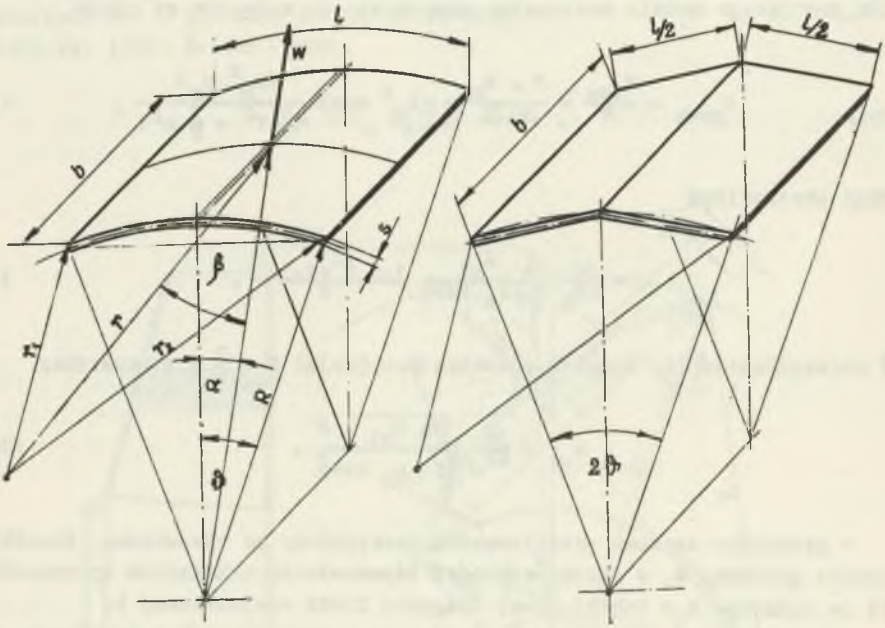
gdzie

$K = \frac{E s^3}{12(1-\nu^2)}$ – sztywność płaszczyzny,

s – grubość,

q – obciążenie płaszczyzny,

$q = r s \omega^2 (\cos\beta - \frac{1}{2} \sin\alpha \, d\alpha) - \frac{1}{2} E s w/R^2$.



Rys. 5. Model łopatki w postaci powłoki

Współczynnik w nawiasie uwzględnia skończoną grubość powłoki i fakt, że bardziej miarodajne są naprężenia w zewnętrznych warstwach niż w płaszczyźnie środkowej powłoki. Zastępując równanie (36) równoważnym układem równań i przyjmując $\frac{\partial}{\partial y} \equiv 0$, ponieważ zakrzywienie w tym kierunku uwzględniamy przez wprowadzenie dodatkowej siły promieniowej, otrzymujemy ostatecznie równanie postaci

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + 4 \mu^4 w = \gamma , \tag{36a}$$

gdzie

$$\mu^4 = \frac{3\,(1-\nu^2)}{z} \cdot \frac{1}{R^2 s^2}$$

$$\gamma = \frac{12\,(1-\nu^2)\,\varrho}{E\,s^3}\,.$$

Po rozwiązaniu równania (36a) możemy określić momenty gnące występujące w łopatce, a następnie odpowiadające im naprężenia. Maksymalne naprężenia występują dla x = 0 i są równe

$$\sigma_{max} = \varrho r \omega^2 \cos\beta\, R \xi_{max} \sqrt{\frac{6}{1-\nu^2}}\,,$$

gdzie ξ_{max} zależy od zamocowania łopatki. Dla mocnych tarcz nośnych i nakrywających:

$$\xi_{max} = \frac{E\,D}{\varrho r \omega^2\, R \cos\beta} = \frac{\sin h(\mu_b) - \sin(\mu_b)}{\sin h(\mu_b) + \sin(\mu_b)}\,.$$

Stąd

$$\sigma_{max} = \varrho \omega^2\, r \cos\bar{\beta}\quad R \xi_{max} \sqrt{\frac{6}{1-\nu^2}}\,. \tag{37}$$

Z ostatniej zależności można wyznaczyć dopuszczalną liczbę obrotów wirnika

$$n_{gr} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{R_{pl}\left(\frac{1-\nu^2}{6}\right)^{1/2}}{\varrho r\, R \cos\bar{\beta}\, \xi_{max}}}\,. \tag{38}$$

5. Przykłady zastosowań

W celu porównania i sprawdzenia przedstawionych metod przeprowadzono obliczenia granicznej liczby obrotów i granicznej prędkości obwodowej dla wirników wentylatorów WPWs 60/1.4 i WPWDs 190/1.4 produkowanych przez Fabrykę Wentylatorów w Chełmie Śląskim.

Obliczenia wykonano dla następujących danych:

Wentylator		WPWs 60/1.4	WPWDs 190/1.4
Promień wewnętrzny tarczy nośnej	r_w	0,15 m	0,615 m
Promień zewnętrzny tarczy nośnej	r_z	0,420 m	1,330 m
Promień wewnętrzny tarczy nakrywającej	r'_w	0,278 m	0,950 m
Grubość tarczy nośnej	h	0,008 m	0,016 m
Grubość tarczy nakrywającej	h'	0,003 m	0,008 m
Ilość łopatek	z	12	12 + 12
Szerokość łopatki na wlocie	b_1	0,265 m	0,823 m
Szerokość łopatki na wylocie	b_2	0,195 m	0,511 m
Kąty	β_1, β_2	20^0, 28^0	19^0, 36^0
Masa łopatki	m_l	1,9 kg	57,44 kg
Materiał wirnika		18 G2A	18 G2A

Rezultaty obliczeń zamieszczono w tablicach 1 i 2. Do obliczeń szczegółowych przyjęto w przypadku metody Pragera logarytmiczną aproksymację krzywej umocnienia w postaci $\sigma = \varkappa \ln (1 + \varepsilon m)$ (dla stali 18 G2A $\varkappa = 16,15$, $l = 6,445$, $m = 240,2$). Do określenia n_{gr} ze względu na zniszczenie łopatek wykorzystano zależność (38) ważną dla łopatek wąskich i długich ($\frac{bm}{L} < 1$).

6. Uwagi końcowe

W pracy rozpatrywano zakres stosowalności wybranych metod do oceny obciążenia poszczególnych elementów wirnika. W szczególności rozpatrzono metody Robinsona i Pragera oraz metodę określenia obrotów granicznych i dopuszczalnych ze względu na wytrzymałość łopatek wirnika. Kryterium zniszczenia wg Robinsona opracowane przez niego dla tarcz o stałej grubości sprowadza się do związku. Rozszerzenie tej tezy dla przyjętego modelu wirnika podano w p. 4.1. Metoda Pragera jest rozpowszechnioną metodą teoretyczną określania obrotów granicznych. Ostatnio przeprowadzone badania doświadczalne dla tarcz o stałej grubości dały wyniki bardzo zbliżone do rezultatów obliczeń. Fakt ten przemawia za możliwością rozszerzenia tej metody na wirniki wentylatorów. Przy określaniu obrotów granicznych ze względu na zniszczenie łopatek rozpatrzono dwa modele. Model pierwszy słuszny dla łopatek krótkich i szerokich i model drugi dla łopatek długich i wąskich. W pracy podano konkretne zależności dla obu modeli i wybranych kształtów łopatek.

Z przeprowadzonych obliczeń szczegółowych wynikają następujące wnioski

- zmodyfikowane metody Robinsona i Pragera można zastosować do oceny granicznego stanu wytrzymałościowego wirników wentylatorów promieniowych ze względu na rozerwanie tarcz,

- zależności wyprowadzone w niniejszej pracy mogą służyć do przybliżonej analizy obrotów granicznych i granicznej prędkości obrotowej. Dalszego uściślenia wymaga model wirnika wentylatora, gdyż same kryteria zostały wielokrotnie dla materiałów plastycznych sprawdzone doświadczalnie,
- rezultaty obliczeń n_{gr} ze względu na rozerwanie tarcz są do siebie zbliżone. Metoda Robinsona w obliczeniach wymaga jednak mniejszego nakładu pracy,
- dla badanych wirników graniczna liczba obrotów wyznaczona ze względu na zniszczenie łopatek jest znacznie niższa niż wyznaczona dla tarcz.

Tablica 1

Wartości n_{gr} i u_{zgr} dla wirnika wentylatora WPWs 60/1.4

Tarcza nośna				
k		0	0,5	1,0
wg rów. (14a) i (16)	n_{gr} $\left[\frac{1}{min}\right]$	8242	6857	5993
	u_{zgr} $\left[\frac{m}{s}\right]$	362,6	301,7	263,4
wg rów. (25)	n_{gr} $\left[\frac{1}{min}\right]$	7826	6521	5697
	u_{zgr} $\left[\frac{m}{s}\right]$	344,3	286,9	250,7
Tarcza nakrywająca				
k		0	0,3	0,5
wg równ. (14a) i (16)	n_{gr} $\left[\frac{1}{min}\right]$	6927	4959	4106
	u_{zgr} $\left[\frac{m}{s}\right]$	304,5	217,9	180,5
wg równ. (25)	n_{gr} $\left[\frac{1}{min}\right]$	6332	4855	4308
	u_{zgr} $\left[\frac{m}{s}\right]$	278,6	213,6	189,6
Łopatki wirnika				
n_{gr} $\left[\frac{1}{min}\right]$			2280	
u_{zgr} $\left[\frac{m}{s}\right]$			132,3	

Tablica 2

Wartości n_{gr} i u_{zgr} dla wirnika wentylatora WPWDs 190/1.4

Tarcza nośna				
k		0	0,5	1,0
wg rów. (14a) i (16)	n_{gr} $\left[\frac{1}{min}\right]$	2450	1630	1310
	u_{zgr} $\left[\frac{m}{s}\right]$	341,0	226,9	182,3
wg równ. (25)	n_{gr} $\left[\frac{1}{min}\right]$	2451	1960	1683
	u_{zgr} $\left[\frac{m}{s}\right]$	341,3	272,9	234,5
Tarcza nakrywająca				
k		0	0,3	0,5
wg równ. (14a) i (16)	n_{gr} $\left[\frac{1}{min}\right]$	2130	1480	1280
	u_{zgr} $\left[\frac{m}{s}\right]$	296,5	206,0	178,2
wg równ. (25)	n_{gr} $\left[\frac{1}{min}\right]$	2181	1791	1623
	u_{zgr} $\left[\frac{m}{s}\right]$	303,6	249,3	225,9
Łopatki wirnika				
n_{gr} $\left[\frac{1}{min}\right]$		985,6		
u_{zgr} $\left[\frac{m}{s}\right]$		137,2		

W dalszym etapie pracy przewiduje się badania eksperymentalne rozpatrywanego problemu celem weryfikacji otrzymanych rezultatów.

Omawiane w niniejszej pracy wybrane problemy z zakresu granicznej nośności elementów wirników wentylatorów promieniowych stanowią fragment pracy naukowo-badawczej prowadzonej przez Zespół Cieplnych Maszyn Wirnikowych na zlecenie Zakładu Doświadczalnego Fabryki Wentylatorów w Chełmie Śląskim.

LITERATURA

1. KINOSOSZWILI R.S.: Rasoziet na prooznost diskow turbomaszin, Gosobor. 1954.
2. PONOMARIEW S.D. i inni: Rasoziety na prooznost w maszinostrojeni, tom II, Maszgiz, Moskwa 1958.
3. MOISIEJEW A.A., ROZIENBIERG A.N.: Rasoziet proszności sudowych parowych i gazowych turbozubozastych Agriegotow, 1970.
4. ROBINSON E.: Bursting Tests of Steam - Turbine Disk Wheels., Trans. of the ASME, vol. 60, Nr 5, 1944.
5. PRAGER W.: J. of Aeronontical Sciences, vol. 21, 3, 1954.
6. WASILCZENKO G.S., RABINOWICZ W.P.: Razgonnyje ispytanija austenitnych i kompozitnych diskow, Tiepłoenergietika 12, 1957.
7. RABINOWICZ W.P.: Prooznost wraszczajuszczichsja diskow z bolszymi radialnymi napriażeniami, Energomaszinostrojenije, 3, 1959.
8. BROECKER E.: Berechnung der Schaufelbiegung bei radialen Laufrädern von Strömungsmaschinen, Konstruktiom in Masch. - App. - und Gerätebau, Heft 7, J. XIX, 1967.
9. KOSMAN G.: Metoda wytrzymałościowych obliczeń wirników wentylatorów promieniowych, ZN Pol. Śl., Energetyka z. 40, 1971.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ РАБОЧИХ КОЛЁС РАДИАЛЬНЫХ ВЕНТИЛЯТОРОВ

Р е з ю м е

Эта работа касается испытания несущей способности рабочих колёс радиальных вентиляторов. При некоторых условиях работы элементов колеса анализированную задачу возможно привести к определению предельного числа оборотов. В работе делается сравнительный анализ предельного числа оборотов по критерию разрушения ротора в смысле потери его работоспособности. Детально рассматриваются рабочие колёса вентиляторов ВПВС-60/I,4 и ВПВДс-190/I,4 изготовляемых на заводе вентиляторов в Хелме Шлёмском (Силезском Хелме).

ANALYSIS OF THE BURSTING LOADING OF THE RADIAL FANS IMPELLERS

S u m m a r y

In this paper the bursting loading of a radial fan's impeller has been presented. The problem of the bursting speed has been determined for different criteria. Detailed computations have been carried out for exhaust frans impellers (WPWs 60/1.4 and WPWDs 190/1.4).