ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1973

Seria: Energetyka z. 47 Nr kol. 372

Gerard Kosman
Instytut Maszyn i Urządzeń Energetycznych

ANALIZA WARUNKÓW PRACY KADŁUBÓW TURBIN CIEPLNYCH PRZY ZMIENNYM OBCIĄŻENIU

Streszczenie. Wzrost obciążenia poszczególnych elementów turbin zmusza projektantów do bardziej wnikliwej analizy warunków pracy tych maszyn. Niniejsza praca dotyczy zagadnień wyznaczania stanu naprężenia i odkształcenia w kadłubach turbin cieplnych w różnych warunkach pracy. Rozwiązanie sformułowanego zagadnienia sprowadzono do odpowiedniego zagadnienia wariacyjnego, a to ostatnie rozwiązano metodą Ritza. Przedstawiono wyniki obliczeń rozkładu naprężeń w przekroju poprzecznym kadłuba turbiny parowej uzyskane rozpatrywaną metodą.

1. Wstęp

Kadłub turbiny jest powłoką zamykającą przestrzeń parową w turbinie. Umieszczone są w nim nieruchome kanały rozprężne, uszczelnienia zewnętrzne oraz króćce pary dolotowej i odlotowej. Postać konstrukcyjna kadłuba zależy od zakresu występujących w kadłubie parametrów czynnika roboczego.

Głównym obciążeniem kadłuba jest ciśnienie przepływającego czynnika roboczego oraz nierównomierne nagrzanie. Ciśnienie i temperatura zmieniają się znacznie z kierunkiem przepływu czynnika roboczego przez kadłub. Występujące różnice temperatur pary lub spalin w obrębie kadłuba turbiny powodują powstanie znacznych naprężeń i odkształceń. Naprężenia te są szczególnie niebezpieczne w kadłubach wysokoprężnych turbin cieplnych i stwarzają szereg poważnych trudności konstrukcyjnych.

Analiza warunków pracy kadłubów turbin poddanych działaniu wysokich temperatur wymaga stosowania różnorodnych metod badawczych zarówno teoretycznych, jak i doświadczalnych. Przegląd dotychczasowych prac badawczych [3] wykazuje brak dostatecznie dokładnych obliczeniowych metod analizy warunków pracy kadłubów turbin przy zmiennym obciążeniu.

Praca niniejsza stanowi próbę teoretycznej analizy stanu naprężenia i odkształcenia w kadłubach turbin cieplnych w różnych warunkach pracy. Problem wyznaczania rozkładu temperatur w kadłubach został omówiony szczegółowo w pracach [2], [5]. W związku z tym w dalszych rozważaniach przyjmiemy, że rozkład temperatury jest znany.

2. Założenia problemu i równania wyjściowe

Przedstawione niżej rozwiązania odnoszą się do przypadków, w których kadłub turbiny może być traktowany jako ośrodek sprężysty, izotropowy oraz jednorodny.

Wskutek działania obciążeń zewnętrznych, a więc sił masowych i powierzchniowych, dalej wskutek ogrzania (względnie ochłodzenia) powierzchni, kadłub dozna odkształceń i zmiany temperatury. Deformacji ciała towarzyszy powstanie naprężeń. Stosowane dalej bezwymiarowe przemieszczenia i odkształcenia zostaną zdefiniowane zależnościami

$$v = \frac{u}{\beta T^* l_0}, \quad e = \frac{\varepsilon}{\beta T^*}. \tag{1}$$

Dla naprężeń i sił powierzchniowych wprowadzone zostaną związki

$$s = \frac{\sigma}{\mu\beta T^*}, \quad q = \frac{p}{\mu\beta T^*}. \tag{2}$$

Pole naprężeń i przemieszczeń w kadłubie turbiny otrzymuje się w wyniku rozwiązania układu równań przemieszczonych łącznie z odpowiednimi warunkami brzegowymi.

W wielu przypadkach występujących w czasie eksploatacji turbin zmiany obciążeń powierzchniowych i temperatury zachodzą dostatecznie wolno, tak że w równaniach ruchu pominąć można człony inercyjne, a zagadnienie traktować jako quasistacjonarne. Można również pominąć siły masowe. Dodając te założenia do wprowadzonych wcześniej założeń upraszczających równanie przemieszczeniowe przyjmuje postać [8,3]:

$$L_u \bar{v} \equiv -\nabla^2 \bar{v} - \alpha_0 \operatorname{grad} \operatorname{div} \bar{v} = -\gamma_0 \operatorname{grad} \vartheta, \tag{3}$$

gdzie

$$\alpha_0 = \frac{\mu+\lambda}{\mu} = \frac{1}{1-2\nu}, \qquad \gamma_0 = \frac{\omega}{\mu\beta} = \frac{2(1+\nu)}{1-2\nu}.$$

Rozwiązanie równania (3) musi spełniać warunki brzegowe. Warunki te dane są albo w postaci znanych przemieszczeń, albo obciążeń na powierzchni kadłuba.

3. Modele geometryczne kadłubów turbin cieplnych

Wśród kadłubów turbin parowych i gazowych można wyróżnić dwa zasadnicze typy postaci konstrukcyjnej: kadłub dzielony w płaszczyźnie poziomej i kadłub garnkowy. Z uwagi na dalsze znaczne zróżnicowanie postaci konstrukcyjnej w ramach wspomnianych typów, przyjęty model geometryczny powinien być bardzo ogólny. Warunkowi temu odpowiada grubościenna powłoka o dowolnym przekroju poprzecznym i podłużnym (rys. 1), o której zakładamy tylko, że jest symetryczna względem płaszczyzn xz oraz yz

$$
\begin{aligned}
f_i(x,y) &= f_i(-x,y)\,, \\
f_i(x,y) &= f_i(x,-y)\,.
\end{aligned}
\qquad (i = a,b) \tag{4}
$$

Dodatkowe założenia dotyczące funkcji opisujących powierzchnie kadłuba zostaną podane później.

Badania laboratoryjne [7] wykazały, że największe naprężenia w ściankach kadłubów występują w pionowym przekroju osiowym. Uwaga ta odnosi się tylko do ścianek kadłuba, a nie np. do kołnierza, który z punktu widzenia panujących w nim naprężeń termicznych jest elementem najbardziej obciążonym. W oparciu o wspomniane wyżej badania ściankę kadłuba przedstawić można w postaci grubościennej powłoki obrotowej o dowolnym przekroju podłużnym (rys. 2a). Do analizy stanu naprężenia w kołnierzach kadługa wykorzystamy drugi szczególny przypadek przyjętego modelu geometrycznego – grubościenną powłoką walcową o dowolnym przekroju poprzecznym (rys. 2b).

4. Warunki brzegowe

Warunki brzegowe typu mechanicznego dane są albo w postaci znanych przemieszczeń, albo obciążeń na powierzchni kadłuba

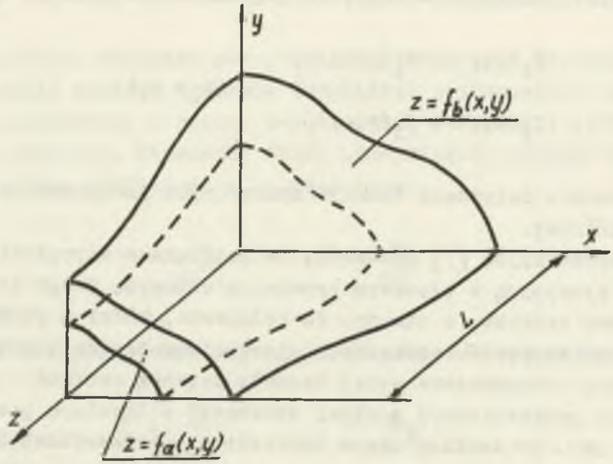
$$
\vec{v} = \vec{v}_g\,[x,y,z,Fo] \qquad [x,y,z] \in G \tag{5}
$$

lub

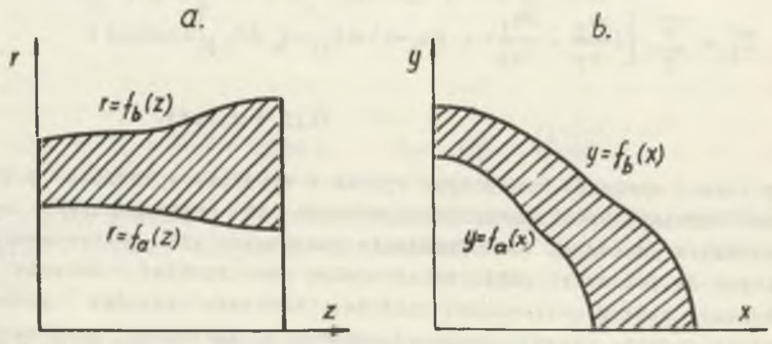
$$
\bar{X}_i = \sum_j \left[\left(\frac{\partial v_i}{\partial j} + \frac{\partial v_j}{\partial i}\right) + (\alpha_0 - 1)\,\Theta\,\delta_{ij} - \gamma_0\,\vartheta\,\delta_{ij}\right]\cos(n,j) \tag{6}
$$

$$
(i,j = x,y,z).
$$

Pierwszy rodzaj warunków brzegowych wynika z współpracy kadłuba z innymi elementami turbiny. Drugi przypadek występuje na powierzchniach omywanych czynnikiem roboczym. Dla określenia składowych sił powierzchniowych odniesionych do jednostki powierzchni musimy znać rozkład ciśnienia czynnika roboczego wzdłuż powierzchni kadłuba. Ciśnienie czynnika roboczego jest jedynie funkcją czasu i zmiennej osiowej z. Zakładamy, że funkcje te



Rys. 1. Model geometryczny kadłuba



Rys. 2. Szczególne przypadki rozpatrywanego modelu
a - grubościenna powłoka obrotowa o dowolnym przekroju podłużnym, b - grubościenna powłoka walcowa o dowolnym przekroju poprzecznym

na powierzchni wewnętrznej (G_a) oraz zewnętrznej (G_b) kadłuba można przedstawić w postaci

$$q_i(z,Fo) = q_{pi}(z) + \left[q_{ki}(z) - q_{pi}(z)\right] \omega_i(Fo) \qquad (i=a,b) . \tag{7}$$

Funkcje $\omega_i(Fo)$ spełniają następujące warunki

$$0 \leqslant \omega_i(Fo) \leqslant 1$$

$$\omega_i(o) = 0 , \qquad \lim_{Fo \to \infty} \omega_i(Fo) = 1 . \tag{8}$$

W miejscach połączeń kołnierzowych rozkład obciążeń powierzchniowych jest uwarunkowany typem połączenia oraz jego szczelnością. Z tego powodu nie można szczegółowo określić mechanicznych warunków brzegowych na powierzchni kadłuba.

W celu otrzymania możliwie ogólnych zależności poszukamy najpierw rozwiązania równania (3) dla warunków brzegowych określonych następująco

$$\vec{v} = \vec{v}_I \qquad [x,y,z] \in G_I \tag{9}$$

$$\sum_j \left(\frac{\partial v_i}{\partial j} + \frac{\partial v_j}{\partial i}\right) \cos(n,j) + (\alpha_o - 1) \cos(n,i) \sum_i \frac{\partial v_i}{\partial i} = (\gamma_o \vartheta - q) \cos(n,i)$$

$$[x,y,z] \in G_{II} \qquad (i,j=x,y,z) , \tag{10}$$

gdzie $G_I + G_{II} = G$.

5. Ogólne rozwiązanie zagadnienia

Rozkład temperatury w kadłubie można wyznaczyć w oparciu o formuły podane w pracy [2]. Rozkład ten, zgodnie z założeniem, jest symetryczny względem płaszczyzn xz oraz yz. Zważywszy, że również mechaniczne warunki brzegowe traktujemy jako symetryczne względem wspomnianych płaszczyzn w dalszych rozważaniach wystarczy rozpatrzeć tylko ćwiartkę powłoki. Podane warunki brzegowe (9) i (10) należy jednak uzupełnić warunkami symetrii pola przemieszczeń. W płaszczyźnie $y = 0$ zeruje się składowa v_y przemieszczenia oraz naprężenia styczne S_{yz} i S_{yx}, natomiast dla $x = 0$ znikają v_x, S_{xz} oraz S_{xy}.

Wspomniane warunki symetrii przyjmują więc postać

$$v_y\Big|_{y=0} = 0\,, \qquad v_x\Big|_{x=0} = 0\,, \tag{11a}$$

$$\left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}\right)\Bigg|_{y=0} = 0\,, \qquad \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z}\right)\Bigg|_{y=0} = 0\,, \tag{11b}$$

$$\left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}\right)\Bigg|_{x=0} = 0\,, \qquad \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z}\right)\Bigg|_{x=0} = 0\,.$$

Do rozwiązania opisanego problemu zastosujemy metodę wariacyjną. W tym celu zastąpimy badane zagadnienie odpowiednim zagadnieniem wariacyjnym. Załóżmy na razie, że warunki brzegowe (9) i (10) są jednorodne. W tym przypadku operatur L_u w równaniu (9) jest dodatnio określony [6] więc rozwiązanie tego równania dla jednorodnych warunków (9), (10) i (11) sprowadzić można do rozwiązania zagadnienia wariacyjnego na minimum funkcjonału

$$J[\vec{v}] = (L_u\,\vec{v}, \vec{v}) + 2\,\gamma_0\,(\vec{v}, \operatorname{grad}\vartheta) \tag{12}$$

w zbiorze funkcji wektorowych, których wartości bezwzględne są całkowalne z kwadratem w obszarze V+G oraz spełniających warunki brzegowe (9) i (11a). Iloczyn skalarny określony jest tu wzorem

$$(\vec{a},\vec{b}) = \iiint_V (a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z)\,dx\,dy\,dz.$$

Po przekształceniach funkcjonał (12) można doprowadzić do postaci

$$J_1[\vec{v}] = \int_V \left[\frac{1}{2}\sum_{i,j}\left(\frac{\partial v_i}{\partial j} + \frac{\partial v_j}{\partial i}\right) + (\alpha_0 - 1)\left(\sum_i \frac{\partial v_i}{\partial i}\right)^2 + 2\,\gamma_0 \sum_i v_i \frac{\partial\vartheta}{\partial i}\right] dV \tag{13}$$

$$(i,j = x,y,z).$$

Rozwiązanie zagadnienia brzegowego z niejednorodnymi warunkami (9) i (10) sprowadzić można do zagadnienia wariacyjnego na minimum funkcjonału

$$J_2[\vec{v}] = J_1[\vec{v}] - 2\int_{G_{II}} \sum_i v_i(\gamma_0\vartheta - q)\cos(n,i)\,dG. \tag{14}$$

w zbiorze funkcji wektorowych spełniających warunki brzegowe (9) oraz (11a).

W celu zastosowania do podanego zagadnienia wariacyjnego metody Ritza należy przyjąć układ funkcji współrzędnych złożony z funkcji wektorowych

$$
\begin{aligned}
\bar{Y}_o(x,y,z) &= \left[Y_{ox}(x,y,z),\quad Y_{oy}(x,y,z),\quad Y_{oz}(x,y,z)\right],\\
\bar{Y}_1(x,y,z) &= \left[Y_{1x}(x,y,z),\quad Y_{1y}(x,y,z),\quad Y_{1z}(x,y,z)\right],\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
\bar{Y}_n(x,y,z) &= \left[Y_{nx}(x,y,z),\quad Y_{ny}(x,y,z),\quad Y_{nz}(x,y,z)\right]
\end{aligned}
\tag{15}
$$

spełniających zasadnicze warunki brzegowe. Zachodzą zatem związki

$$
\bar{Y}_o\Big|_{G_I} = \bar{V}_I\,, \qquad \bar{Y}_k\Big|_{G_I} = 0 \qquad (k=1,2,\ldots,n)
$$

oraz (16)

$$
Y_{ky}\Big|_{y=o} = 0\,, \qquad Y_{kx}\Big|_{x=o} = 0 \qquad (k=1,2,\ldots,n).
$$

Ograniczając się do n pierwszych funkcji układu otrzymujemy następujące wyrażenie dla n-tego przybliżenia szukanego rozwiązania

$$
\bar{V}_n(x,y,z) = \bar{Y}_o(x,y,z) + \sum_{k=1}^{n} d_k(x,y,z). \tag{17}
$$

Wstawiając (17) do (14) otrzymujemy znaną funkcję współczynników d_k. Wychodząc z warunku koniecznego na ekstremum funkcji n zmiennych dochodzimy do układu n równań, który za pomocą elementarnych przekształceń można doprowadzić do postaci

$$
[G]\;[D] = [H]\;. \tag{18}
$$

Elementy g_{kl} macierzy $[G]$ oraz h_l macierzy $[H]$ są określone następująco:

$$
g_{kl} = \int_V \left[\frac{1}{2}\sum_{i,j}\left(\frac{\partial Y_{li}}{\partial j} + \frac{\partial Y_{lj}}{\partial i}\right)\left(\frac{\partial Y_{ki}}{\partial j} + \frac{\partial Y_{kj}}{\partial i}\right) + (\alpha_o - 1)\sum_i \frac{\partial Y_{li}}{\partial i}\sum \frac{\partial Y_{ki}}{\partial i}\right] dV \tag{19}
$$

$$h_l = \int_{G_{II}} \sum_i Y_{li}(\gamma_0\vartheta - q)\cos(n,i)dG - \gamma_0 \int_V \sum_i Y_{li} \frac{\partial\vartheta}{\partial i} dV + g_{ol} \qquad (20)$$

$$(i,j = x,y,z).$$

Po wyznaczeniu współczynników d_k można w oparciu o formułę (III.79) obliczyć przemieszczenia w dowolnym punkcie kadłuba.

6. Wyznaczenie składowych stanu naprężenia

Znajomość pola przemieszczeń opisanego w poprzednim punkcie umożliwia wyznaczenie składowych stanu odkształcenia i naprężenia w kadłubie turbiny.

Po wstawieniu do związków

$$S_{ij} = 2\,e_{ij} + \left[(\alpha_0 - 1)\sum_i e_{ii} - \gamma_0 \vartheta\right]\delta_{ij} \qquad (21)$$

$$e_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_i}{\partial j} + \frac{\partial v_j}{\partial i}\right) \qquad (i,j=x,y,z) \qquad (22)$$

przemieszczeń wyznaczonych ze wzoru (17) otrzymujemy formułę określającą n-te przybliżenie stanu naprężenia w kadłubie

$$S_{nij} = S_{oij} + \sum_{k=1}^{n} d_k\, S_{kij} - \gamma_0 \vartheta \delta_{ij} \qquad (23)$$

$$(i,j = x,y,z)$$

gdzie

$$S_{kij} = \frac{\partial Y_{ki}}{\partial j} + \frac{\partial Y_{kj}}{\partial i} + \delta_{ij}(\alpha_0 - 1)\sum_i \frac{\partial Y_{ki}}{\partial i} \qquad (k=0,1,\ldots,n). \qquad (24)$$

W podobny sposób można określić n-te przybliżenie stanu odkształcenia w kadłubie.

7. Analiza stanu naprężenia i odkształcenia w przekroju poprzecznym kadłuba

7.1. Założenia szczegółowe

Podane powyżej ogólne rozwiązanie zagadnienia wykorzystamy obecnie do analizy stanu naprężenia i odkształcenia w przekroju poprzecznym kadłuba.

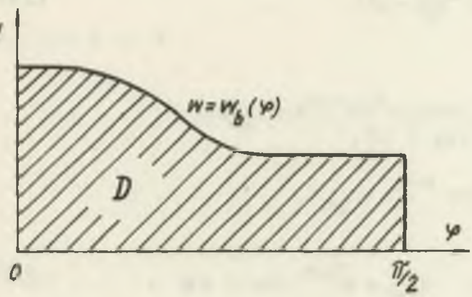
Mechaniczne warunki brzegowe dane są w postaci znanych obciążeń na powierzchni kadłuba. Powierzchnię wewnętrzną kadłuba omywa czynnik roboczy o ciśnieniu p_a (w formie bezwymiarowej q_a). Ciśnienie na powierzchni zewnętrznej kadłuba jest równe p_b (q_b).

Zakładamy, że obciążenie mechaniczne oraz rozkład temperatury nie zmieniają się w kierunku osiowym kadłuba. Wynika stąd, że naprężenia S_{wz} i $S_{\varphi z}$ równają się zeru, przekroje poprzeczne w dostatecznej odległości od końców pozostają płaskie, a wydłużenie jednostkowe w kierunku osiowym jest wielkością stałą: e_z = const. Załóżmy na wstępie, że $e_z = 0$, a następnie wprowadzimy odpowiednie poprawki.

Jako charakterystyczny rozmiar liniowy przyjęto wewnętrzny promień kadłuba r_a. Uwzględniając kształt przekroju poprzecznego kadłuba wygodnie jest wprowadzić do rozważań współrzędne biegunowe ϱ, φ, gdzie $\varrho = r/r_a$. Wprowadzając dodatkowo w miejsce zmiennej ϱ zmienną w, określoną przez związek

$$w = \ln\varrho \tag{25}$$

można analizowany przekrój kadłuba sprowadzić do obszaru D przedstawionego na rys. 3.



Rys. 3. Model przekroju poprzecznego kadłuba

Dla podanych założeń szczegółowych warunki brzegowe (9) (10) i (11) przyjmują postać

$$v_\varphi = 0 \quad \text{dla} \quad \varphi = 0 \quad \text{i} \quad \varphi = \frac{\pi}{2} \tag{26a}$$

$$(\alpha_0+1)\frac{\partial v_w}{\partial w} + (\alpha_0-1)\left(v_w + \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi}\right) = \gamma_0\,\vartheta_a - q_a \quad \text{dla } w = 0 \tag{26b}$$

$$\frac{\partial v_w}{\partial \varphi} + \frac{\partial v_\varphi}{\partial w} - v_\varphi = 0 \quad \text{dla} \quad \varphi = 0 \quad \text{i} \quad \varphi = \frac{\pi}{2} \tag{26c}$$

$$\left.\begin{aligned}&\left[(\alpha_0+1)\frac{\partial v_w}{\partial w}+(\alpha_0-1)(v_w+\frac{\partial v_\varphi}{\partial\varphi})\cos(n,w)+(\frac{\partial v_w}{\partial\varphi}+\right.\\&\left.+\frac{\partial v_\varphi}{\partial w}-v_\varphi)\cos(n,\varphi)=e^{w_b}(\gamma_0\vartheta_b-q_b)\cos(n,w)\right.\\&\left[(\alpha_0+1)(v_w+\frac{\partial v_\varphi}{\partial\varphi})+(\alpha_0-1)\frac{\partial v_w}{\partial w}\cos(n,\varphi)+(\frac{\partial v_w}{\partial\varphi}+\right.\\&\left.+\frac{\partial v_\varphi}{\partial w}-v_\varphi)\cos(n,w)=e^{w_b}(\gamma_0\vartheta_b-q_b)\cos(n,\varphi)\right.\end{aligned}\right\}\ \text{dla } w=w_b. \tag{26d}$$

7.3. Wybór funkcji współrzędnych

Szukane funkcje współrzędne muszą spełniać warunki (16), które dla podanych założeń redukują się do postaci

$$Y_{k\varphi}=0 \quad \text{dla} \quad \varphi=0 \quad \text{i} \quad \varphi=\frac{\pi}{2}. \tag{27}$$

Ponieważ podane warunki są jednorodne przyjmujemy

$$Y_{ow}=0\,, \qquad Y_{o\varphi}=0\,. \tag{28}$$

Funkcje $Y_{k\varphi}$ dla $k \geqslant 1$ wybieramy z ciągu funkcji

$$Y_{nm\varphi}=w^n\varphi^m(\frac{\pi}{2}-\varphi) \tag{29}$$

lub

$$Y_{nm\varphi}=w^n\sin 2m\varphi.$$

Można np. przyjąć

$$Y_{k\varphi}=w^{k-1}\varphi^k(\frac{\pi}{2}-\varphi) \quad \text{lub} \quad Y_{k\varphi}=w^{k-1}\sin 2k\varphi\,. \tag{29a}$$

Funkcje Y_{kw} nie muszą spełniać żadnych warunków stąd najprościej wybrać je z ciągu funkcji

$$Y_{nmw}=w^n\varphi^m\,. \tag{30}$$

Przy takim doborze funkcji współrzędnych Y_{kw} oraz $Y_{k\varphi}$ wyznaczone z (17) przemieszczenia spełniają warunek (26a). Naprężenia wyznaczone z (23) nie spełniają w zasadzie warunków na powierzchni wewnętrznej i zewnętrznej kadłuba. Spełnienie tych warunków będzie tylko przybliżone, przy czym dokładność będzie tym większa im więcej wyrazów przyjmiemy we wzorach (23). Celowym staje się więc spełnienie przez funkcje współrzędne warunków (26b ÷ d).

W celu uproszczenia postaci szukanych funkcji współrzędnych zastąpimy warunek (26d) następującym:

$$(\alpha_o+1)\frac{\partial v_w}{\partial w} + (\alpha_o-1)\left(v_w + \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi}\right) = e^{w_b}(\gamma_o \vartheta_b - q_b) \tag{31a}$$

$$\frac{\partial v_w}{\partial \varphi} + \frac{\partial v_\varphi}{\partial w} - v_\varphi = 0 \quad \text{dla} \quad w = w_b\,. \tag{31b}$$

Oba warunki różnią się między sobą tylko na tej części zewnętrznej powierzchni kadłuba, dla której $w_b' \neq 0$.

Dla podanych warunków funkcje współrzędne przyjmujemy w postaci

$$Y_{ow} = \frac{e^{w_b}(\gamma_o \vartheta_b - q_b) - \gamma_o \vartheta_a + q_a}{w_b(\alpha_o-1)}\left(w - \frac{\alpha_o+1}{\alpha_o-1}\right) + \frac{\gamma_o \vartheta_a - q_a}{\alpha_o-1} \tag{32}$$

$$Y_{o\varphi} = 0$$

oraz dla $k > 1$

$$Y_{kw} = w^{k-1}(w^2 + m_k w + n_k)\cos 2k\varphi\ , \tag{33}$$

$$Y_{k\varphi} = w^{k-1}\sin 2k\varphi\ ,$$

gdzie

$$m_1 = -w_b - 2\frac{\alpha_o+1}{\alpha_o-1}\,,$$

(34a)

$$n_1 = -2 - m_1\frac{\alpha_o+1}{\alpha_o-1}\,,$$

dla $k > 1$

$$n_k = 0 ,$$

$$m_k = - w_b - \frac{(\alpha_o+1)w_b + (\alpha_o-1)\,2k}{(\alpha_o+1)k + (\alpha_o-1)\,w_b} . \tag{34b}$$

Tak przyjęte funkcje spełniają warunki (26a), (26b), (31a)oraz (26c) dla $\varphi = 0$ i $\varphi = \pi/2$.

7.3. Przemieszczenia i naprężenia w przekroju poprzecznym kadłuba

Pole przemieszczeń w przekroju poprzecznym kadłuba opisuje zależność

$$\bar{V}_n(w,\varphi) = \bar{Y}_o(w,\varphi) + \sum_{k=1}^{n} d_k \bar{Y}_k(w,\varphi) . \tag{35}$$

Stałe d_k należy wyznaczyć z układu równań (18).
Dla podanych założeń związki (19) i (20) przyjmują postać

$$g_{kl} = \iint_D \Big[(\alpha_o-1)\Big(\frac{\partial Y_{kw}}{\partial w} + Y_{kw} + \frac{\partial Y_{k\varphi}}{\partial \varphi}\Big)\Big(\frac{\partial Y_{lw}}{\partial w} + Y_{lw} + \frac{\partial Y_{l\varphi}}{\partial \varphi}\Big) + 2\,\frac{\partial Y_{kw}}{\partial w}\,\frac{\partial Y_{lw}}{\partial w} +$$

$$+ 2\Big(Y_{lw} + \frac{\partial Y_{l\varphi}}{\partial \varphi}\Big)\Big(Y_{kw} + \frac{\partial Y_{k\varphi}}{\partial \varphi}\Big) + \Big(\frac{\partial Y_{kw}}{\partial \varphi} + \frac{\partial Y_{k\varphi}}{\partial w} - Y_{k\varphi}\Big)\Big(\frac{\partial Y_{lw}}{\partial \varphi} +$$

$$+ \frac{\partial Y_{l\varphi}}{\partial w} - Y_{l\varphi}\Big)\Big]\,dw\,d\varphi$$

$$h_l = - \gamma_o \iint_D \Big(Y_{lw}\frac{\partial \vartheta}{\partial w} + Y_{l\varphi}\frac{\partial \vartheta}{\partial \varphi}\Big)\,e^{w}\,dw\,d\varphi - \int_0^{\pi/2} (\gamma_o\vartheta_a - q_a)\,Y_{lw}(0,\varphi)\,d\varphi +$$

$$+ \int_0^{\pi/2} (\gamma_o\vartheta_b - q_b)\Big[Y_{lw}(w_b,\varphi) - w_b'\,Y_{l\varphi}(w_b,\varphi)\Big]\,e^{w_b}\,d\varphi - g_{ol} . \tag{36}$$

N-te przybliżenie stanu naprężenia opisuje formuła (23). Wyrażenia (24) sprowadzają się do postaci

$$S_{kw} = e^{-w}\left[(\alpha_0+1)\frac{\partial Y_{kw}}{\partial w} + (\alpha_0-1)(Y_{kw} + \frac{\partial Y_{k\varphi}}{\partial\varphi})\right],$$

$$S_{k\varphi} = e^{-w}\left[(\alpha_0+1)(Y_{kw} + \frac{\partial Y_{k\varphi}}{\partial\varphi}) + (\alpha_0-1)\frac{\partial Y_{kw}}{\partial w}\right],$$

$$S_{kz} = e^{-w}(\alpha_0-1)(\frac{\partial Y_{kw}}{\partial w} + \frac{\partial Y_{k\varphi}}{\partial\varphi} + Y_{kw}), \tag{37}$$

$$S_{kw\varphi} = e^{-w}(\frac{\partial Y_{kw}}{\partial\varphi} + \frac{\partial Y_{k\varphi}}{\partial w} - Y_{k\varphi}).$$

Naprężenia osiowe wyznaczone z ostatniej zależności odpowiadają założeniu $e_z = 0$. W rzeczywistości w czasie eksploatacji turbiny kadłub ma możność przesuwu osiowego na łapach. Do naprężeń tych należy więc dodać stałe naprężenie S'_z dobrane w ten sposób, aby wypadkowa naprężeń osiowych była równa zewnętrznej sile wzdłużnej. Oznaczając siłę wzdłużną wywołaną ciśnieniem pary przez Q (w formie bezwymiarowej) otrzymujemy

$$S'_z = \frac{Q - \iint\limits_D S_z e^{2w}\,dw\,d\varphi}{\iint\limits_D e^{2w}\,dw\,d\varphi}. \tag{38}$$

8. Badania naprężeń w przekroju poprzecznym kadłuba turbiny 13K215

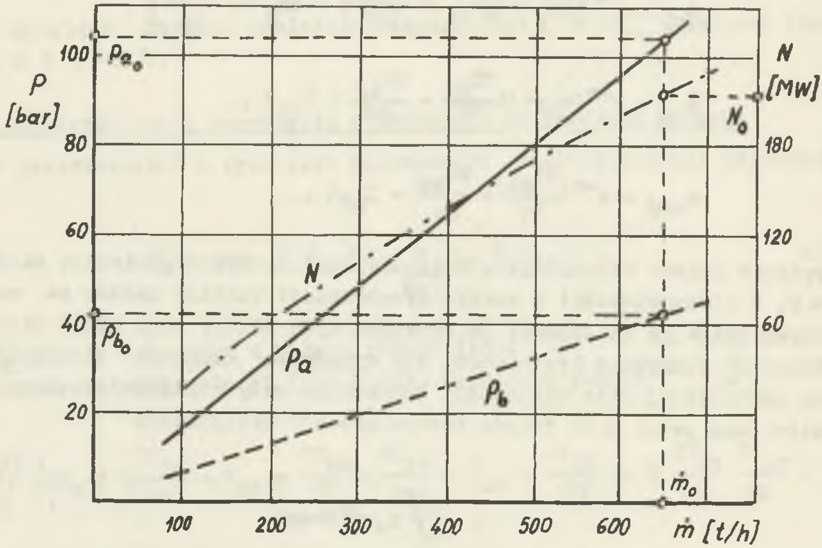
8.1. Założenia

Rozpatrywany przykład dotyczy analizy stanu naprężenia w kadłubie wewnętrznym części WP turbiny 13K215 przy różnym jej obciążeniu.

Obliczenia ograniczono do wyznaczenia jedynie naprężeń wywołanych różnicą ciśnień na powierzchni kadłuba. Tok obliczeń naprężeń termicznych jest taki sam.

Badany przekrój poprzeczny wspomnianego kadłuba znajduje się w obrębie stopnia regulacyjnego. Do przeprowadzenia obliczeń konieczna jest znajomość ciśnienia pary omawiającej kadłub w rozpatrywanym przekroju. Parametry pary omawiającej kadłub od wewnątrz są równe parametrom za pierwszym stopniem (w komorze stopnia regulacyjnego). Ciśnienie pary zewnętrznej jest równe ciśnieniu pary za stopniem dziewiątym.

W oparciu o wyniki pracy [4] wykreślono zależności ciśnienia pary na powierzchni wewnętrznej i zewnętrznej kadłuba od natężenia przepływu (rys. 4). Na tym samym rysunku przedstawiono zależność mocy turbiny od natężenia przepływu pary. Omówione wykresy umożliwiają wyznaczenie ciśnienia pary przy różnym obciążeniu turbiny. Dla obciążenia nominalnego 215 MW otrzymujemy $p_{1_0} = 104$ bar i $p_{2_0} = 42$ bar.



Rys. 4. Zależność mocy turbiny oraz ciśnienia pary na powierzchni wewnętrznej i zewnętrznej kadłuba od natężenia przepływu pary

Dla obciążenia turbiny różniącego się od nominalnego, najwygodniej jest aproksymować zależność między zużyciem pary a ciśnieniami w stopniach turbiny (rys. 4) formułą Flügela.

Niech $\dot{m}_0$ i $\dot{m}$ będą natężeniami przepływu przez grupę stopni w obliczeniowych i rozpatrywanych warunkach pracy. Oznaczając przez p i T – ciśnienie i temperaturę pary przed grupą stopni, a p_k – ciśnienie pary za grupą stopni otrzymujemy

$$\frac{\dot{m}}{\dot{m}_0} = \sqrt{\frac{T_0}{T}}\,\sqrt{\frac{p^2 - p_k^2}{p_0^2 - p_{k0}^2}}\,. \qquad (39)$$

Indeksem "o" oznaczono warunki obliczeniowe. Brak tego indeksu oznacza warunki rozpatrywane.

Dla turbin kondensacyjnych p_k^2 i p_{ko}^2, jako małe, mogą być pominięte. Uwzględniając dodatkowo, że T_o/T jest zwykle bliski jedności wzór (39) upraszcza się do postaci

$$\frac{\dot{m}}{\dot{m}_o} = \frac{p}{p_o} . \tag{39a}$$

Stąd zależność ciśnienia pary na powierzchni wewnętrznej i zewnętrznej kadłuba od natężenia przepływu pary (rys. 4) można opisać formułami

$$p_a = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_o} p_{a_o} , \qquad p_b = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_o} p_{b_o} . \tag{40}$$

Po wprowadzeniu wielkości bezwymiarowych mamy

$$Q_a = 1,3126 , \qquad q_b = 0,5301 . \tag{41}$$

W ostatnich zależnościach przyjęto

$$\beta T^* = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_o} \cdot 10^{-4} , \qquad \mu = 7,923 \cdot 10^4 \frac{MN}{m^2} . \tag{42}$$

Wielkości q_1 i q_2 są stałe i nie zależą od obciążenia turbiny. W ten sposób, dzięki wprowadzeniu wielkości bezwymiarowych, analizę stanu naprężenia w kadłubie przy różnym obciążeniu turbiny sprowadzono do analizy bezwymiarowego stanu naprężenia dla stałych warunków brzegowych (41).

8.2. Wyznaczenie naprężeń

Dla podanych warunków brzegowych z zależności (32) otrzymujemy

$$Y_{ow} = \frac{w-2,333}{w_b} (0,875-0,3534\, e^{w_b}) - 0,875 , \tag{43}$$

$$Y_{o\varphi} = 0 .$$

Funkcje współrzędne dla $k \geqslant 1$ przyjmujemy w postaci

$$Y_{1w} = w^2+m_1w+n_1 , \qquad Y_{1\varphi} = 0 ,$$

$$Y_{2w} = (w^2+m_1w+n_1-2) \cos 2\varphi , \qquad Y_{2\varphi} = \sin 2\varphi , \tag{44}$$

$$Y_{3w} = (w^2+m_1w+n_1-4) \cos 4\varphi , \qquad Y_{3\varphi} = \sin 4\varphi ,$$

gdzie

$$m_1 = -w_b - \frac{14}{3}, \qquad n_1 = -\frac{7}{3} m_1 .$$

Ograniczając się do trzeciego przybliżenia z (18) oraz (36) otrzymujemy

$$d_1 = 1{,}026, \qquad d_2 = -0{,}478, \qquad d_3 = -0{,}1684 . \tag{45}$$

Składowe stanu naprężenia (III przybliżenie) wyznaczone z (23) i (37) są równe

$$S_w = e^{-w}\left[\frac{w}{w_b}(1{,}3126-0{,}5301\, e^{w_b}) - 1{,}3126+1{,}5\, w(w-w_b)\, F(\varphi)\right],$$

$$S_\varphi = e^{-w}\left\{\frac{w-1{,}9048}{w_b}(3{,}0625-1{,}237\, e^{w_b}) - 3{,}0625 + \right. \tag{46}$$

$$\left. + \left[\frac{7}{2} w^2 + 3w + (w_b + \frac{14}{3})(\frac{20}{3} - \frac{7}{2} w)\right] F(\varphi)\right\},$$

$$S_z = 0{,}3(S_w + S_\varphi),$$

$$S_{w\varphi} = e^{-w}\left\{w_b'(w - \frac{7}{3})\left[\frac{1-w_b}{w_b} 0{,}3534\, e^{w_b} - \frac{0{,}875}{w_b^2} - F(\varphi)\right] - \right.$$

$$- 1{,}5156 \sin 4\varphi + \left[2w^2+(w_b + \frac{14}{3})(\frac{14}{3} - 2w)-3\right](0{,}478 \sin 2\varphi +$$

$$\left. + 0{,}3368 \sin 4\varphi \right)\Big\},$$

gdzie

$$F(\varphi) = 1{,}026 - 0{,}478 \cos 2\varphi - 0{,}1684 \cos 4\varphi .$$

Do naprężeń osiowych wyznaczonych z ostatniej zależności należy dodać naprężenie S_z' obliczone z (38).

8.3. Analiza wyników badań

W oparciu o uzyskane rezultaty można wyznaczyć stan naprężenia w badanym kadłubie wywołany różnicą ciśnień na jego powierzchniach w zmiennych warunkach pracy turbiny. W tym celu wystarczy bezwymiarowe naprężenia pomnożyć, zgodnie z (42) przez wyrażenie $7{,}923\ \dot{m}/\dot{m}_0$, gdzie przez $\dot{m}$ oznaczono natężenie przepływu pary odpowiadające danemu obciążeniu turbiny. Wielkość tę można, dla danego obciążenia turbiny, wyznaczyć z wykresu przedstawionego na rys. 4. Największe naprężenia występują przy maksymalnym obciążeniu turbiny N_{max} = 215 MW. Maksymalne naprężenia obwodowe i osiowe występują na powierzchni wewnętrznej kadłuba i odpowiednio wynoszą 80 MN/m^2 oraz 28,5 MN/m^2. Naprężenie zredukowane obliczone w oparciu o podane wartości jest znacznie mniejsze od naprężenia dopuszczalnego.

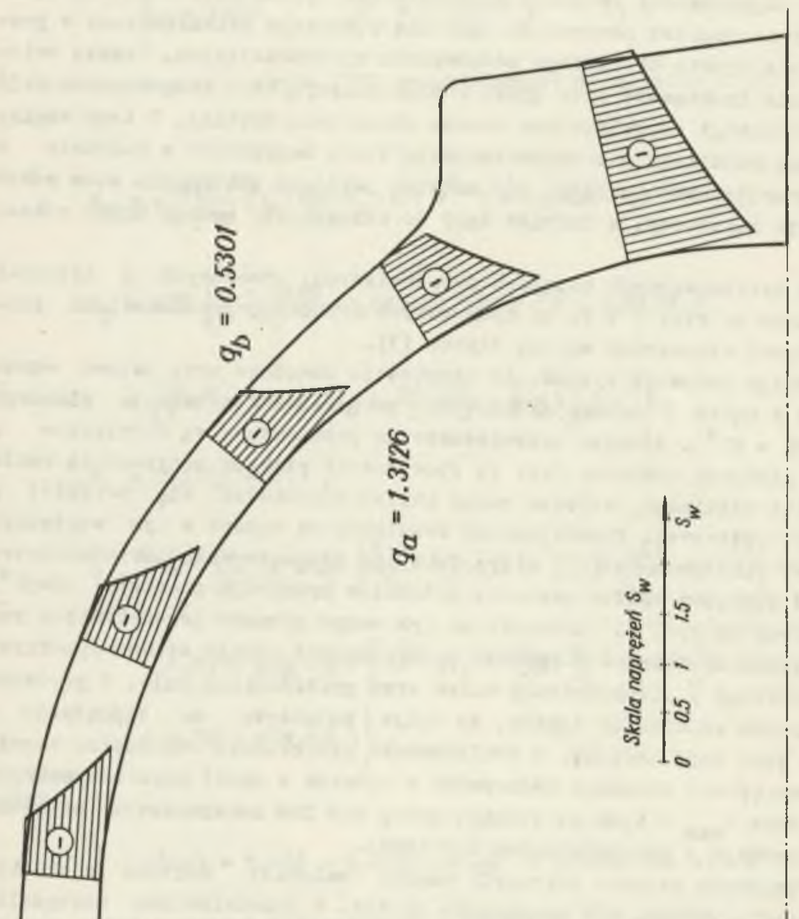
Z uwagi na trudności związane z określeniem wpływu zmiennego obciążenia turbiny na rozkład parametrów czynnika roboczego przedstawione w pracy obliczenia oparto na szeregu założeniach upraszczających. Proces zmiany obciążenia traktowano jako quasi - stacjonarny, tzn. rozpatrywano tylko stany równowagi odpowiadające danemu obciążeniu turbiny. Z tego względu otrzymane rezultaty nie charakteryzują stanu naprężenia w kadłubie w procesie przejściowym turbiny, gdy wskutek jakiegoś zakłócenia stan równowagi zostaje naruszony, a turbina dąży do osiągnięcia nowego stanu równowagi.

Rozkład bezwymiarowych naprężeń promieniowych, obwodowych i osiowych przedstawiono na rys. 5 ÷ 7. Na tych samych rysunkach przedstawiono rozkłady naprężeń wyznaczone metodą siatek [3].

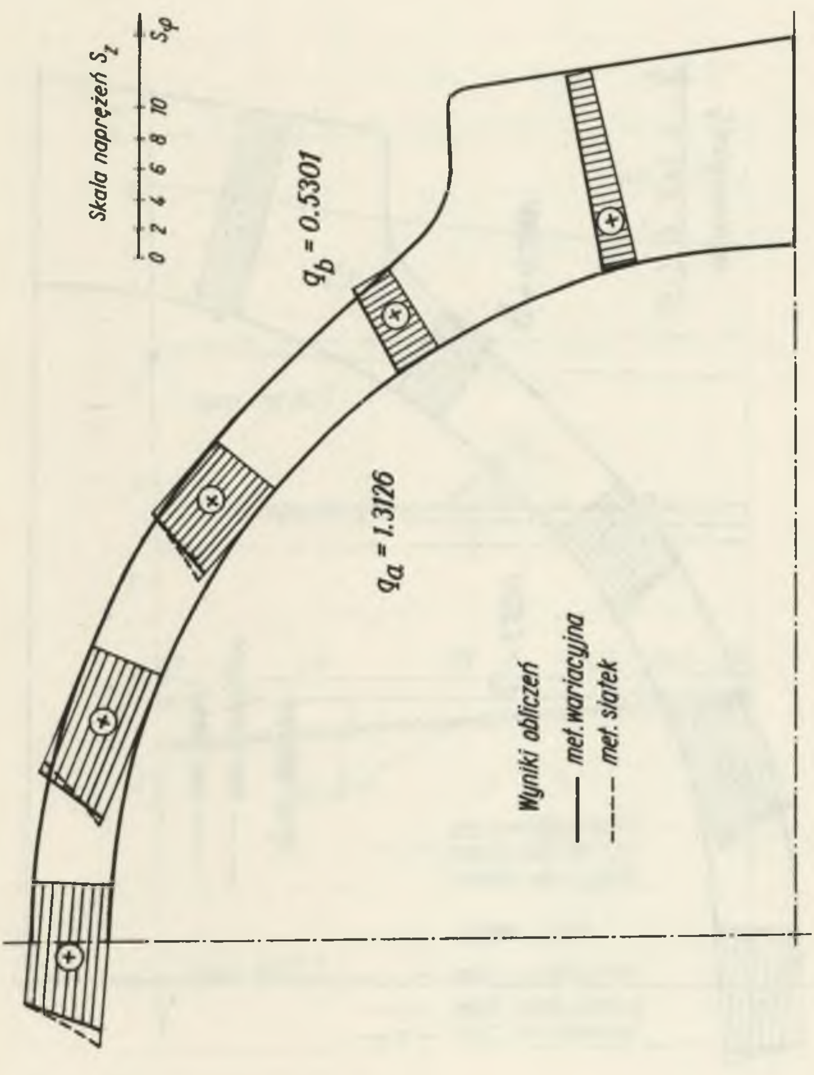
Z przebiegu krzywych wynika, że naprężenia obwodowe oraz osiowe wzrastają wraz z kątem φ osiągając wartości maksymalne w przekroju pionowym kadłuba ($\varphi = 90^\circ$). Również przemieszczenia promieniowe są największe w przekroju pionowym kadłuba. Jest to spowodowane większą sztywnością kadłuba w obrębie kołnierzy, wskutek czego kadłub odkształca się bardziej w płaszczyźnie pionowej. Przedstawione rezultaty są zgodne w tym względzie z badaniami W.K. Naumowa [7], który fakt ten zaobserwował doświadczalnie.

Rozkład naprężeń wzdłuż grubości ścianki w przekroju pionowym ($\varphi=90^\circ$) przedstawiono na rys. 8. Dodatkowo na tym samym rysunku przedstawiono rozkłady naprężeń wyznaczone w oparciu o uproszczone modele osiowo-symetryczne: grubościenny i cienkościenny walec oraz grubościenną kulę. Z porównania uzyskanych rezultatów wynika, że wpływ kołnierzy na naprężenia w ściankach jest dość znaczny. W analizowanym przykładzie maksymalne bezwymiarowe naprężenie obwodowe wyznaczone w oparciu o model osiowo-symetryczny jest równe S_{max} = 6,84 co stanowi mniej niż 70% maksymalnego naprężenia wyznaczonego z uwzględnieniem kołnierzy.

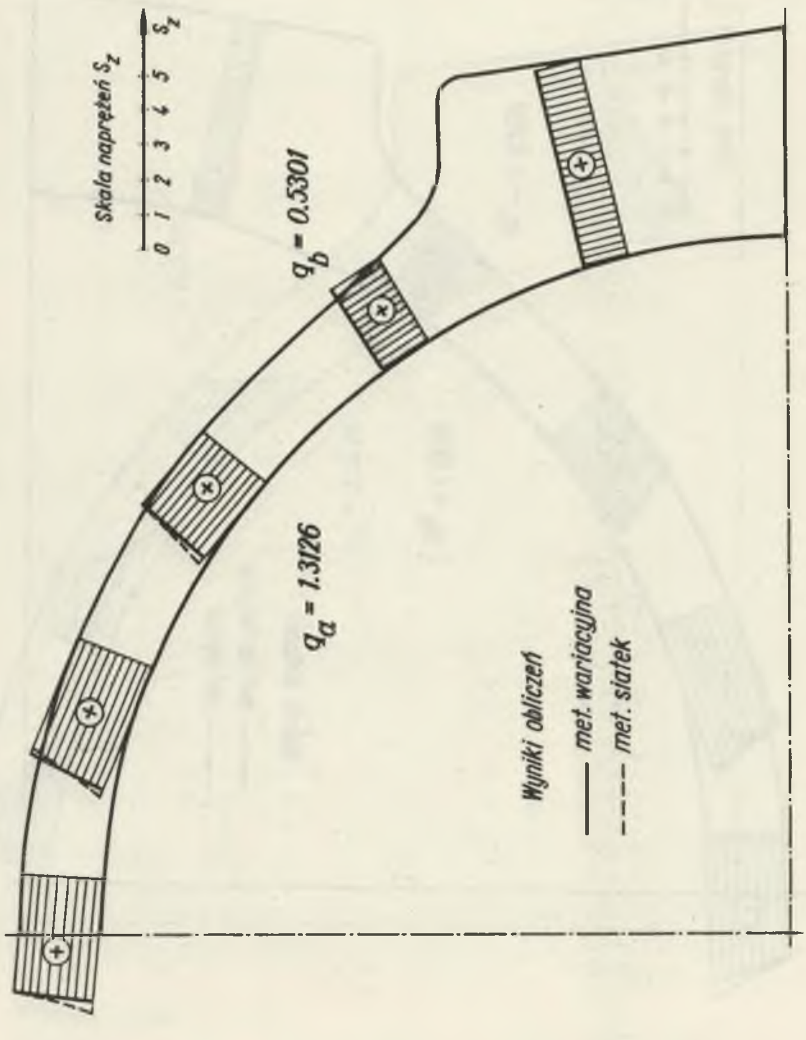
Przeprowadzone badania dotyczyły części walcowej kadłuba w obrębie stopnia regulacyjnego. Dla porównania na rys. 8 przedstawiono maksymalne naprężenia w przedniej ściance toroidealnej wyznaczone z przybliżonych formuł podanych przez W.S. Czerninę [1] oraz M.A. Rudisa [10].



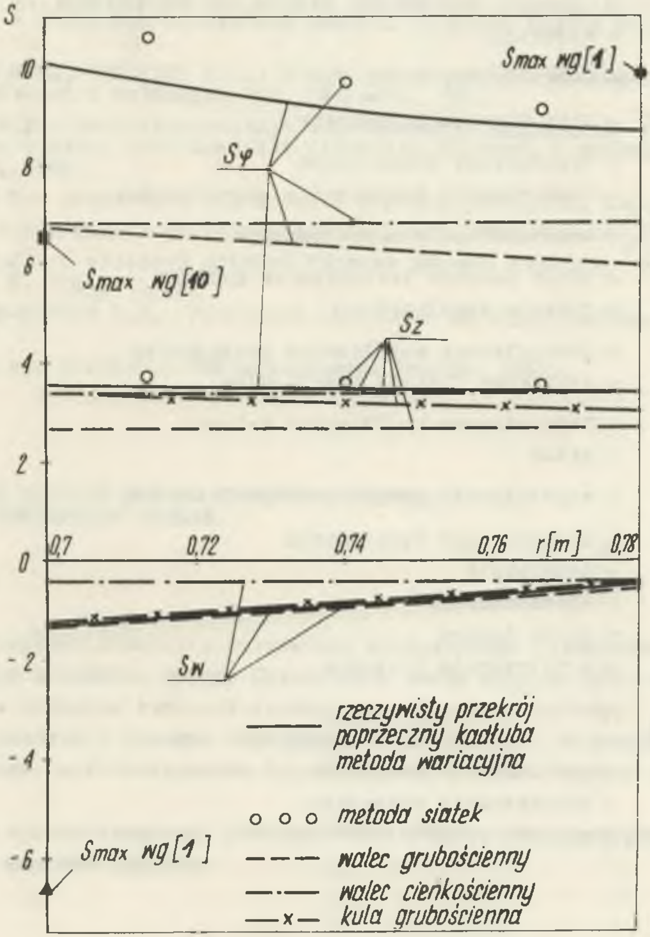
Rys. 5. Rozkład naprężeń promieniowych w przekroju poprzecznym kadłuba



Rys. 6. Rozkład naprężeń obwodowych w przekroju poprzecznym kadłuba



Rys. 7. Rozkład naprężeń osiowych w przekroju poprzecznym kadłuba



Rys. 8. Rozkład naprężeń wzdłuż grubości ścianki. Porównanie wyników obliczeń dla różnych modeli kadłuba

ZESTAWIENIE WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

$e = \varepsilon/\beta T^*$	– zredukowane odkształcenie
G	– zbiór punktów brzegowych kadłuba
J	– funkcjonał
l	– długość kadłuba w kierunku osi
$L = l/l_0$	– bezwymiarowa długość kadłuba
l_0	– wymiar charakterystyczny
n	– normalna zewnętrzna do powierzchni kadłuba
p	– ciśnienie
$q = p/\mu\beta T^*$	– bezwymiarowe ciśnienie
$S = \sigma/\mu\beta T^*$	– bezwymiarowe naprężenie
T^*	– temperatura odniesienia
$w = \ln\rho$	– bezwymiarowa współrzędna geometryczna
$v = u/\beta T^* l_0$	– bezwymiarowe przemieszczenie
V	– zbiór punktów wewnętrznych kadłuba
V_i	– funkcje współrzędne
x, y, z	– bezwymiarowe współrzędne prostokątne
$\vec{Y}_i$	– wektorowe funkcje współrzędne
z, ρ, φ	– bezwymiarowe współrzędne walcowe
α_0, γ_0	– stałe
β	– współczynnik rozszerzalności cieplnej
$\vartheta = T/T^*$	– bezwymiarowa temperatura
σ	– naprężenie
ε	– odkształcenie
μ, λ, ω	– stałe Lamego
ν	– współczynnik Poissona

Wskaźniki

a	– powierzchnia wewnętrzna
b	– powierzchnia zewnętrzne
c	– czynnik roboczy

LITERATURA

1. CZERNINA A.W.: Ocienka żestkosti i naprażennogo sostojanija torcowych stienek korpusow turbin. Energomaszinostrojenie nr 5, 1963.
2. KOSMAN G.: Pola temperatur w grubościennej powłoce o dowolnym przekroju poprzecznym i podłużnym. ZNPS. Energetyka, z. 45, 1973.
3. KOSMAN G.: Metoda wyznaczania naprężeń w kadłubach turbin cieplnych. Praca naukowo-badawcza, Gliwice, 1973.
4. KRAUSE M.: Obliczanie rozkładu temperatury pracy w turbinie o mocy 200 MW. Prace wewn. Zamechu, Elbląg, 1971 (nie opublikowana)
5. KATARBA K., CHMIELNIAK T., KOSMAN G.: Badania nieustalonych pól temperatur w złożonych elementach maszyn. Archiwum Budowy Maszyn, Z. 3, 1971.
6. MICHLIN S.G., SMOLICKI C.L.: Metody przybliżone rozwiązywania równań różniczkowych i całkowych PWN, Warszawa, 1970.
7. NAUMOW W.K.: Eksperimentalnoje issledowanije naprażenij w korpusach parowych turbin. Issledowanije elementow parowych i gazowych turbin, Maszgiz, 1960.
8. NOWACKI W.: Dynamiczne zagadnienia termosprężystości. Warszawa, 1966.
9. POŁOŻY G.N.: Metody przybliżonych obliczeń. WNT, Warszawa, 1966.
10. RUDIS M.A.: K rasczetu stienki korpusa parowoj turbiny. Tepłoenergetika nr 6, 1961.
11. SZUBENKO-SZUBIN L.A.: Procznost elementow parowych turbin. Maszgiz, 1962.
12. TRAUPEL W.: Termische Turbomaschinen. Berlin, 1960.

ИССЛЕДОВАНИЯ УСЛОВИЙ РАБОТЫ КОРПУСОВ ТЕПЛОВЫХ ТУРБИН ПРИ ПЕРЕМЕННОМ РЕЖИМЕ

Р е з ю м е

Работа содержит некоторые результаты исследований термических напряжений в сложных элементах машин. Представлен метод определения термических напряжений в корпусах тепловых турбин при переменном режиме.

Задача решается с помощью вариационного исчисления, стараясь определить экстремум соответствующего функционала при использовании метода Ритца.

Подробно проанализировано распределение напряжений в поперечном сечении корпуса паровой турбины.

ANALYSIS OF WORK CONDITIONS OF THERMAL TURBINES CYLINDERS
WITH CHANGING LOAD

S u m m a r y

This paper contains some results of investigation of the thermal stress in machine parts of complicated forms. The paper presents an approximate method for determining the thermal stress in steam and gas turbine cylinders.

The problem is solved by means of the variational calculus, by seeking for the extremum value of the relevant functional by means of the Ritz method. The thermal stress distribution in a cylinder of a system turbine has been analysed in detail.