

JANUSZ WANDRASZ

Instytut Techniki Ciepłej

OPÓR CIEPŁINY NAROŻA SYMETRYCZNEGO

Streszczenie. W pracy przedstawiono wyniki badań przeprowadzonych za pomocą wanny elektrolitycznej mających na celu określenie zależności oporu cieplnego naroża symetrycznego od liczb Biota i stosunków wymiarów geometrycznych. Przedstawiono zasięg oddziaływania naroża oraz jego wpływ na wartości obliczonego strumienia ciepła.

1. Wstęp

Zagadnienie oporu cieplnego naroża występuje w obliczeniach cieplnych budynków, pieców przemysłowych itp. Rozwiązanie analityczne pola temperatur w narożu z trzecim warunkiem brzegowym jest skomplikowane. Można uzyskać rozwiązanie numeryczne za pomocą metod różnicowych lub przy zastosowaniu analogii.

Problem wnikania ciepła na obu powierzchniach naroża do chwili obecnej nie został dostatecznie zbadany [2], [6]. Wartości współczynnika wnikania ciepła w różnych punktach naroża nie są jednakowe. Z powodu braku odpowiednich informacji przyjęto, że wartości α są stałe na każdej z powierzchni naroża.

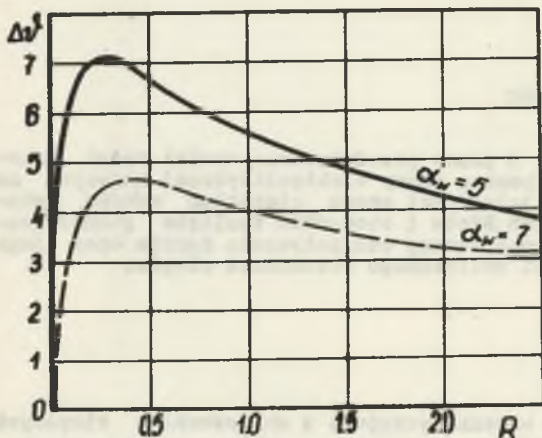
Opór cieplny naroża jest mniejszy od oporu ściany płaskiej o powierzchni równej wewnętrznemu polu powierzchni naroża. Dlatego przy odpływie ciepła przez naroże budynku w wewnętrznym jego kącie występuje obniżenie temperatury, które może doprowadzić do kondensacji pary wodnej z powietrza i zwiększenia współczynnika przewodzenia ciepła ściany. Wpływ zawilżenia materiału na współczynnik przewodzenia ciepła przedstawiony jest w pracy [1].

Zmniejszenie oporu cieplnego może też wystąpić na skutek zwiększenia się współczynnika wnikania ciepła α_z na zewnętrznej powierzchni naroża w stosunku do ściany płaskiej.

Ujemny wpływ naroża Fokin [2] proponuje ująć za pomocą różnicy temperatur ściany bez uwzględnienia naroża ψ_{Δ} i ścianki naroża ψ_n

$$\Delta\psi = \psi_{\Delta} - \psi_n \quad (1)$$

Wielkość różnicy temperatur $\Delta \psi$ zależy od kształtu i konstrukcji naroża, wielkości oporu cieplnego ściany R , różnicy temperatur obu ośrodków ($t_p - t_{ot}$) oraz wielkości zmian oporu wnikania ciepła R_{α} na zewnętrznej i wewnętrznej powierzchni naroża.



Rys. 1. Zależność $\Delta \psi$ od oporu cieplnego ściany płaskiej podług [2]

W obliczeniach strat ciepłych powierzchni [4] nie uwzględnia się zwiększonego strumienia ciepła przez naroże traktując ściany jako nieskończenie rozległe.

Z powyższych danych wynika konieczność uzyskania dokładniejszych informacji o wpływie naroża.

2. Opór cieplny naroża

Strumień ciepła przekazywanego przez ścianę płaską można zapisać równaniem

$$\dot{Q} = F k (t_w - t_z), \quad (3)$$

gdzie

F - powierzchnia ściany, m^2 ,

k - współczynnik przenikania ciepła, $W/(m^2 \text{ deg})$.

Wyznaczając współczynnik przenikania ciepła z zależności

$$k = \frac{1}{R} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_w} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_z}}, \quad (4)$$

W wyniku przeprowadzonych przez Fokina badań ustalono dla następujących założeń:

$t_p = 20^\circ C$, $t_{ot} = 20^\circ C$, $\alpha_w = 7,95$, $\alpha_z = 22,7 \text{ W}/(m^2 \text{ deg})$, ($\alpha_w = 7$, $\alpha_z = 20 \text{ kcal}/(m^2 h \text{ deg})$) wykres zależności $\Delta \psi$ od oporu cieplnego ściany płaskiej R (rys. 1)

$$R = \frac{\delta}{\lambda} \quad (2)$$

Ten sam wykres w nieco odmiennym układzie współrzędnych $\Delta \psi = f(k)$ ($k = \frac{1}{R}$) przedstawiony jest dla $\alpha_w = 7,95 \text{ W}/(m^2 \text{ deg})$ w pozycji [1]. Praktyczne ujęcie wpływu naroża zostało przedstawione w pracy [3].

gdzie δ jest grubością ściany płaskiej, a λ współczynnikiem przewodzenia ciepła.

Do równania (4) wprowadza się liczby podobieństwa ujmujące warunki brzegowe

$$Bi = \frac{\alpha \delta}{\lambda} \quad (5)$$

oraz opór zredukowany odniesiony do oporu przewodzenia płyty płaskiej w postaci

$$R_z = \frac{R}{\lambda \delta}, \quad (6)$$

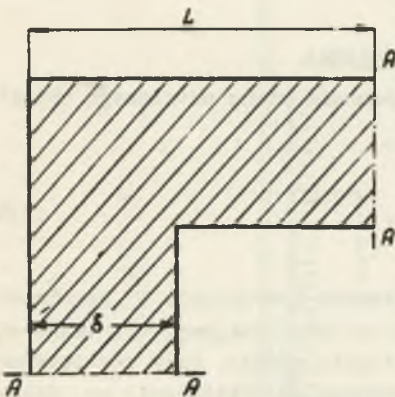
gdzie opór płyty określony jest zależnością

$$R = \frac{t_w - t_x}{\dot{Q}}, \quad (7)$$

po czym otrzymuje się równanie ujmujące zależność oporu zredukowanego płyty od wartości liczb Biota.

$$R_{z\infty} = 1 + \frac{1}{Bi_x} + \frac{1}{Bi_w} \quad (8)$$

Równanie (8) jest słuszne dla płyty nieskończonej, wymieniającej ciepło w sposób ustalony.



Rys. 2. Przekrój naroża

Dla przeprowadzenia analizy oporu cieplnego naroża przedstawionego na rys. 2, wprowadzono do rozważań dodatkowe płaszczyzny adiabatyczne prostopadłe do powierzchni zewnętrznych naroża (płaszczyzna A-A) i umieszczone w odległości L. Odległość ta jest wielkością zmienną a jej wpływ na wartość oporu ujmuje wprowadzony bezwymiarowy stosunek δ/L . Założenie takie pozwala określić wartość oporu cieplnego dla dwu naroży leżących naprzeciw siebie, dla których można ustalić położenie przekroju adiabatycznego. W innych przypadkach, w których występuje ciągłość materiału ściany (brak otworów) konieczna jest znajo-

mość zakresu stosowania wzoru wyprowadzanego przy powyższych założeniach. Poza tym zakresem możliwe będzie stosowanie zależności jak dla ściany płaskiej.

Przy przyjęciu stosunku $\frac{\delta}{L} \rightarrow 0$ ($L \rightarrow \infty$) wartość oporu cieplnego naroża powinna prowadzić do zależności (8). Wpływ bowiem oddziaływania naroża będzie w rozpatrywanym przypadku znikomy.

Dla innych wartości δ/L równanie (8) winno przyjąć postać funkcji

$$R_z = f(Bi_z, Bi_w, \frac{\delta}{L}). \quad (9)$$

Należy zwrócić uwagę, że stosunek $\frac{\delta}{L}$ w narożu (9) przy przyjęciu jednostkowej wysokości ściany jest związany ze stosunkiem powierzchni wewnętrznej i zewnętrznej naroża podług równania

$$\frac{F_w}{F_z} = 1 - \frac{\delta}{L}. \quad (10)$$

Funkcję (9) można ustalić w sposób empiryczny określając wartość oporu zastępczego z równania (6), przy czym opór R jest oporem średnim wyznaczonym podług średniej temperatury ścianki na badanym odcinku L .

$$R = \frac{t_w - t_z}{\frac{F_z}{F_w} \alpha_z (v_{srz} - t_z)}. \quad (11)$$

Określona średnia wartość oporu (11) dla danego δ/L jest odniesiona do jednostki powierzchni wewnętrznej.

3. Metoda określenia średniej temperatury ścianki

Występujące w narożu pole temperatur można dla stanu ustalonego opisać równaniem Laplace'a

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0. \quad (12)$$

Winno ono być rozwiązane dla znanych warunków brzegowych. W zagadnieniach praktycznych zwykle występuje trzeci warunek brzegowy, tj. znane są temperatury ośrodków oraz współczynniki wnikania ciepła. Przy rozwiązywaniu tego zagadnienia można posłużyć się metodami przybliżonymi, np. metodami różnicowymi lub analogowymi. Często wykorzystuje się analog oporowy [4] lub analog elektrolityczny, gdzie badany obraz modeluje się w wannie elektrolitycznej. Zasady modelowania w wannie elektrolitycznej omówiono w pracy [8]. W razie stosowania metody różnicowej konieczne jest rozwiąza-

nie układu równań liniowych opisujących badany obszar. Trudność ta odpada w badaniach analogowych. Szukaną temperaturę w dowolnym punkcie ściany można określić bez obliczania pozostałych temperatur.

W badaniach stosowano analog elektrolityczny pozwalający modelować badany obszar w sposób ciągły. Model wykonano ze szkła organicznego zgodnie z teorią modelowania [8]. Założono występowanie warunków brzegowych trzeciego rodzaju przyjmując stałe temperatury ośrodków $t_p = +20^{\circ}\text{C}$, $t_{ot} = -20^{\circ}\text{C}$ oraz zakresy współczynników wnikania ciepła.

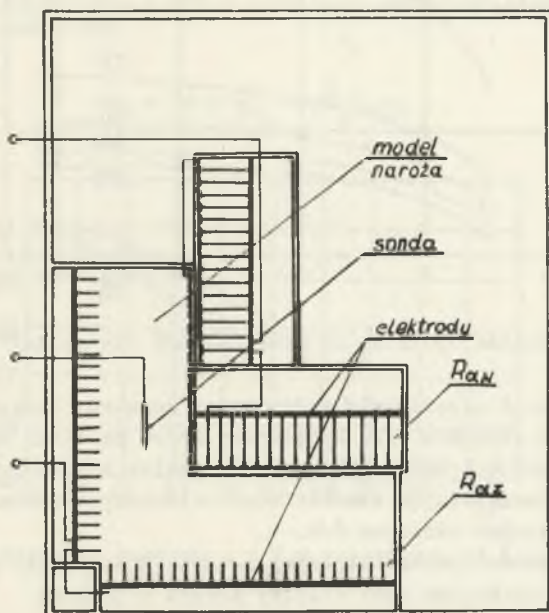
$$2,3 (2) \leq \alpha_w \leq 11,6 (10) \text{ W/m}^2 \text{ deg (kcal/m}^2\text{h deg)}$$

$$11,6(10) \leq \alpha_z \leq 27,9 (24)$$

Przyjęcie trzech grubości ścian naroży 0,12; 0,25; 0,38 m pozwoliło uzyskać zakresy liczb Biota

$$0,37 \leq Bi_w \leq 5,85$$

$$1,84 \leq Bi_z \leq 14,0.$$

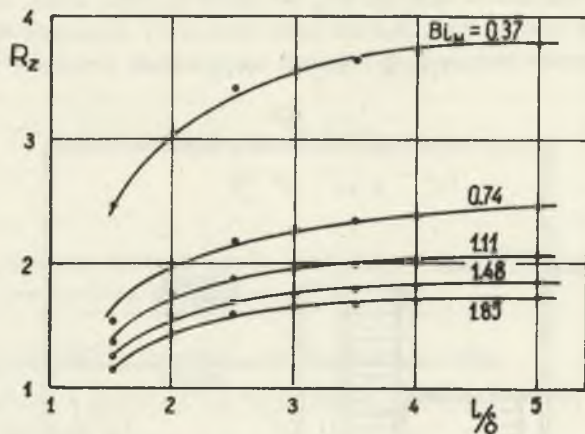


Rys. 3. Schemat stanowiska pomiarowego

Badania przeprowadzono przy założeniu, że w skrajnych przekrojach A-A naroża (rys. 2) nie występuje przepływ ciepła równoległe do ścian zewnętrznych. Przekroje A-A potraktowano więc jak adiabatyczne. Schemat stanowiska pomiarowego dla badania rozkładu temperatur w narożach przedstawiono na rys. 3.

4. Wyniki badań

W wyniku przeprowadzonych badań uzyskano 630 punktów określających zależność (9). Na rys. 4 i 5 przedstawiono zależności oporu cieplnego dla różnych układów współrzędnych. Wykresy te podano dla stałej wartości jednego z badanych parametrów. Z wykresu rys. 4 wynika wyraźnie zależność oporu cieplnego od stosunku powierzchni wewnętrznej i zewnętrznej wyrażonego stosunkiem L/δ . W miarę wzrostu wartości L/δ zmiany oporu naroża są coraz mniejsze. Opór maleje ze zmniejszającym się stosunkiem L/δ (rosnącym δ/L). Dla wartości $L/\delta > 5$ ($\delta/L < 0,2$) można z niewielkim błędem przyjąć stałą wartość oporu zastępczego niewiele odbiegając od oporu płyty nieskończonej.

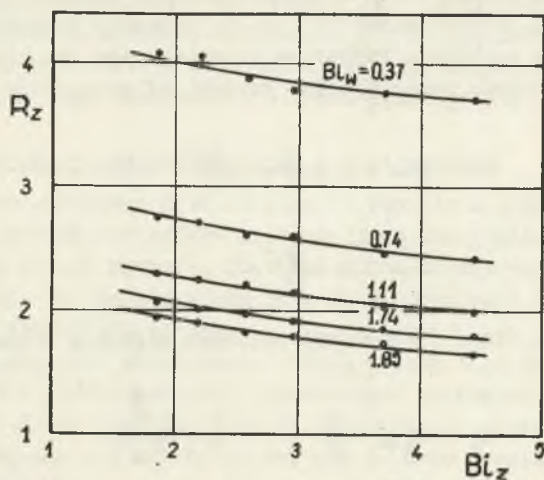


Rys. 4. Zależność oporu R_z od stosunku L/δ dla stałej liczby Bi_w

Wykres na rys. 5 przedstawia wpływ zmian warunków brzegowych na wartość przy stałym stosunku δ/L . Decydujący wpływ ma tutaj wymiana ciepła od strony wewnętrznej. Zwiększenie współczynnika wnikania ciepła α_w zwiększa liczbę Bi zmniejszając wartość oporu cieplnego naroża. Ten sam efekt uzyskamy zmniejszając stosunek δ/λ .

Analiza zależności przedstawionych na rys. 5 pozwoliła przyjąć do rozważań zależność opisującą opór cieplny naroża w postaci

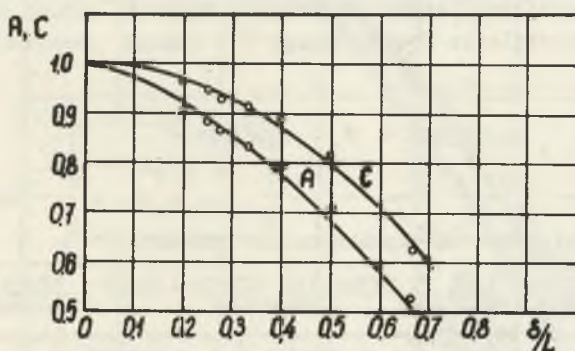
$$R_z = \left(A + \frac{B}{Bi_z} + \frac{C}{Bi_w} \right) \delta/L \quad (13)$$



Rys. 5. Zależność oporu R_z od liczby Bi_z dla stałego stosunku δ/L

Współczynniki równania (13) dla $\delta/L \rightarrow 0$ winny dążyć do jedności. Przeprowadzone obliczenia na maszynie cyfrowej metodą najmniejszych kwadratów wykazały konieczność zmiany postaci równania, bowiem współczynnik B osiągał wartości większe od jedności i rosnące ze zmniejszaniem się stosunku δ/L . Analiza kilku postaci funkcji typu (13) pozwoliła przyjąć do rozważań następującą zależność

$$R_z = \left(A + \frac{1}{Bi_z} + \frac{C}{Bi_w} \right) \delta/L \quad (14)$$



Rys. 6. Rozkład wartości stałych A i C w zależności od δ/L oraz przebieg funkcji (15) i (16)

Wyniki obliczeń poszczególnych współczynników równania (14) w zależności od stosunku δ/L przedstawiono na rys. 6. Równania regresji tych współczynników ustalone za pomocą kryterium najmniejszego odchylenia standardowego (obliczenia metodą najmniejszych kwadratów) przyjęto w postaci

$$A = 1 + a \frac{\delta}{L} + b \left(\frac{\delta}{L}\right)^2 \quad (15)$$

$$C = 1 + c \left(\frac{\delta}{L}\right)^2. \quad (16)$$

Wykorzystując (9), (14), (15) i (16) uzyskamy równanie w postaci

$$R_z = R_{z\infty} - \frac{\delta}{L} \left(a + b \frac{\delta}{L} + \frac{c}{Bi_w} \frac{\delta}{L} \right), \quad (17)$$

gdzie $R_{z\infty}$ oznacza opór cieplny ściany płaskiej o polu takim jak na wewnętrznej powierzchni naroża.

Obliczenia współczynników równania (17) przeprowadzone na maszynie cyfrowej ZAM-41 w oparciu o metodę najmniejszych kwadratów pozwoliły powyższe równanie przedstawić w postaci

$$R_z = R_{z\infty} - \frac{\delta}{L} \left(0,325 + 0,55 \frac{\delta}{L} + \frac{0,8}{Bi_w} \frac{\delta}{L} \right). \quad (18)$$

W równaniu (18) wartości współczynników zaokrąglono do wartości mieszczących się w przedziale ufności danego współczynnika. Wyniki obliczeń oraz przedziały ufności współczynników krzywej regresji podano w tabelicy 1. Przedział ufności odchylenia standardowego σ błędów obserwacji zamyka się w granicach

$$0,052505 < \sigma < 0,063904.$$

Tabela 1

Wyniki obliczeń współczynników równania (17)

Współczynnik równania (17)	Wartość współczynnika	Przedział ufności współczynnika		Szerokość przedziału ufności %
a	0,324871	0,308677	0,341065	± 5,05
b	0,549232	0,588898	0,597566	± 8,81
c	0,804092	0,780816	0,827268	± 2,88

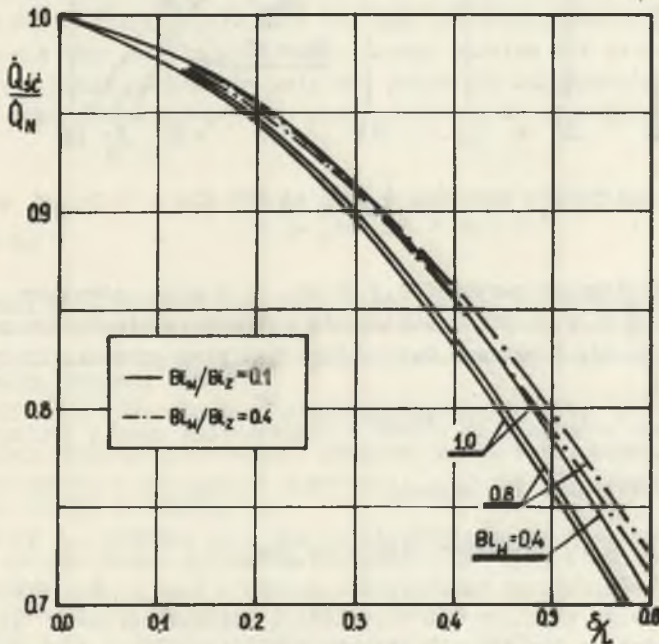
Ze względu na zbyt dużą liczbę obserwacji nie przedstawiono wykreślnie względnego odchylenia wartości obliczonej z równania (18) i uzyskanej z pomiarów. Największa wartość tego odchylenia dla kilku punktów nie przekracza $\pm 10\%$ przy czym pozostałe wielkości zamykają się w granicach $\sim \pm 5\%$.

5. Zastosowanie oporu cieplnego naroża w obliczeniach

Wartość oporu cieplnego R obliczonego w oparciu o określony równaniem (18) opór zredukowany odniesiona jest od jednostki powierzchni wewnętrznej. Nasuwa się jednak pytanie, jaki typ naroża można obliczać przedstawionym równaniem, jak daleko sięga jego wpływ oraz jaki daje ono wpływ na wynik obliczeń strumienia ciepła.

Praca niniejsza jest próbą nieco innego ujęcia tego zagadnienia w porównaniu z danymi literaturowymi. Wyprowadzona zależność oporu cieplnego naroża od liczb Biota nie daje pełnego rozwiązania powyższego problemu. Badania przeprowadzono dla naroża wykonanego z muru ceglanego pełnego po obu stronach. Nie badano wpływu tynku na wartość oporu (problem ten w przybliżeniu można rozwiązać wyznaczając λ_{sr}), nie analizowano wpływu przylegającego do naroża otworu balkonowego lub okiennego.

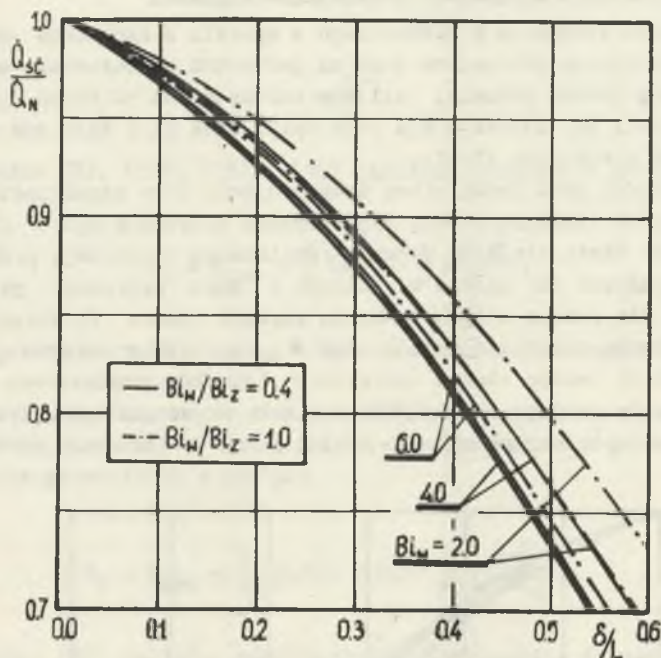
Dla określenia zasięgu oddziaływania naroża przeanalizowano stosunek strumienia ciepła ściany płaskiej o takiej samej powierzchni jak wewnętrz-



Rys. 7. Wykres zależności stosunku $\frac{\dot{Q}_{sc}}{\dot{Q}_M}$ od $\frac{\delta}{L}$ dla $0,3 < Bi_w < 1$ przy $0,1 < Bi_w/Bi_z < 0,4$

na powierzchnia rozpatrywanego naroża. Wyniki przedstawiono na wykresie rys. 7 i 8. Widać z nich wyraźny wpływ liczb Bi_w i Bi_z ujętych w badaniach stosunkiem tych wielkości

$$0 < Bi_w/Bi_z \leq 1.$$



Rys. 8. Wykres zależności stosunku \dot{Q}_{sc}/\dot{Q}_N od δ/L dla $1 < Bi_w < 6$ przy $0,4 < Bi_w/Bi_z \leq 1$

W zakresie analizowanych wartości $0,3 < Bi_w < 6$ oraz stosunku δ/L w przedziale $0 < \frac{\delta}{L} < 0,7$. Błędy obliczania strumienia ciepła wynoszące około 5% dla liczb Bi_w z zakresu $0,3 < Bi_w < 1$ przy stosunku liczb Biota

$$0,1 < Bi_w/Bi_z < 0,4$$

występują w przybliżeniu dla zakresu

$$0,185 < \delta/L < 0,225,$$

przy czym wartościom większym δ/L odpowiadają większe wartości stosunków liczb Biota. Podobnie dla zakresu liczb $0,3 < Bi_w < 6$; $0,2 < Bi_w/Bi_z \leq 1$

$$0,14 < \delta/L < 0,195.$$

Odchylenia 10% uzyskuje się dla stosunków δ/L w zakresach

$$0,29 < \delta/L < 0,34; \quad 0,25 < \delta/L < 0,31.$$

Przy obliczaniu strumienia ciepła ściany z narożem należy więc zdawać sobie sprawę, jak daleko sięga wpływ naroża i jakie odchylenie nastąpi przy obliczaniu tego strumienia podług równania dla płyty płaskiej.

W obliczeniach praktycznych należy ustalić przekrój naroża, który można traktować jak adiabatyczny i obliczenia strumienia ciepła wykonać podług równania (18). Przy występowaniu np. okna nie można założyć warunku adiabatyczności, co automatycznie ogranicza stosowanie wzoru (18). Wpływ naroża można pominąć dla wartości δ/L dostatecznie małych.

6. Wnioski

Przedstawiona w pracy metoda obliczania oporu cieplnego naroża nie jest pełnym rozwiązaniem postawionego problemu. W oparciu o podane zależności można w sposób bardziej dokładny przeprowadzić obliczenia strumienia ciepła, jak również ocenić błąd obliczeń wykonanych dla ściany płaskiej nieskończenie rozległej. Zależność (18) nie daje możliwości obliczania temperatur w narożu. W liczbach Biota występują średnie współczynniki wniesienia ciepła w pobliżu naroża, które ze względu na brak dostatecznych wyników doświadczalnych przyjmuje się jak dla ściany płaskiej.

Zbadanie tych wielkości stanowi osobny problem nie wchodzący w zakres niniejszej pracy. Dalsze badania nad powyższym zagadnieniem są w chwili obecnej kontynuowane i powinny przyczynić się do jego pełniejszego rozwiązania.

LITERATURA

- [1] ADAMSKI F. - Elementy przegród budowlanych, projektowanie klimatyczne, ocena własności fizycznych. Zeszyt 6 BPT i SBM, Warszawa, 1969.
- [2] FOKIN K.F. - Stroitielnaja tieplotiechnika ograždajuszczich czastiej zdanija, Moskwa, 1954.
- [3] MADEJSKI J. - Rozwiązanie równania Laplace'a przy pewnych warunkach brzegowych i jego zastosowanie w teorii przewodzenia ciepła w jednorodnych izotropowych ciałach stałych. Arch. Mech. Stos., Tom III, 1954.
- [4] RIETSCHEL H. - Podręcznik ogrzewania i wietrzenia. Arkady, Warszawa, 1963, (tłum. z niem.).
- [5] RÓŻYCKI J., KIEBAŁA A. - Analog elektrolityczny ustalonego przewodzenia ciepła. Praca dyplomowa dostępna w ITC Pol, Sl.
- [6] SZKŁOWER A.M. i inni - Osnovy stroitielnoj tieplotiechniki żilych i obščiestwiennyh zdaniej. Moskwa, 1956.
- [7] SZORIN S.N. - Tieplopieriedacza. Moskwa, 1964.
- [8] WANDRASZ J. - Modelowanie ustalonego pola temperatur. Zesz. Nauk. Pol. Sl., Energetyka 34, 1970.

ТЕПЛОТЕХНИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ СИММЕТРИЧНОГО УГЛА

Резюме

В работе представлены результаты исследований температурного поля симметричного угла, выполненных при помощи электролитической ванны. Определено на их основе зависимость термического сопротивления угла от числа Би и геометрических соотношений. Представлено влияние угла на расчет теплового потока в стене, включающей в себя угол.

HEAT RESISTANCE OF SYMETRICAL CORNER

Summary

Paper presents the results of experiments carried out by means of the electrolytic tank. The examination aims to determine the dependence of heat resistance of symmetrical corner of the wall on the Biot number and geometrical size ratios. The interaction range of the corner and its influence on the value of calculated heat flux, is presented.