ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1973

Seria: Energetyka z. 48

Jerzy Tomeczek
Instytut Energetyki Gazowej

PRAKTYCZNA METODA OBLICZANIA PRZECIWPRĄDOWYCH REGENERATORÓW CIEPŁA

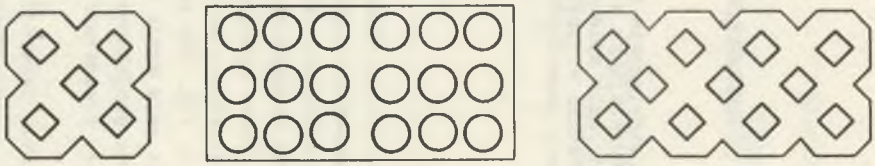
Streszczenie. W pracy przedstawiono metodę rozwiązania równań przepływu ciepła w regeneratorze przeciwprądowym działającym w stanie pseudoustalonym. Rozwiązanie to umożliwia uwzględnienie zmienności własności materiałów wzdłuż regeneratora. Pole temperatury w wypełnieniu i płynach przyjęto jako zależne od jednej zmiennej geometrycznej równoległej do kierunku przepływu.

Wstęp

Dokładne opisanie pola temperatury w regeneratorze wymaga rozwiązania nieustalonych trójwymiarowych równań bilansu energii w wypełnieniu i płynie regeneratora. Obliczenia te są bardzo pracochłonne, szczególnie przy uwzględnieniu zmienności własności kalorycznych wypełnienia i płynów oraz zmienności współczynnika wnikania ciepła [5]. Nawet przyjęcie niezmienności tych własności nie czyni obliczeń na tyle prostymi, aby mogły być stosowane w codziennej praktyce projektanta [2, 9, 10]. Dla celów projektowych użyteczna jest taka metoda, która bądź to daje wynik w krótkim czasie, bądź też pozwala stworzyć obszerne tablice projektowe dla szerokiego zakresu parametrów. Celem niniejszej pracy jest przedstawienie takiej metody.

Wiele regeneratorów o stosunkowo długim czasie rewersji opisanych jest dostatecznie dokładnie przez dwuwymiarowe (czas oraz zmienna skierowana wzdłuż kierunku przepływu) równania bilansu energii. W przypadku, gdy czas rewersji jest stosunkowo krótki dokonuje się korekcji współczynnika wnikania ciepła metodą zaproponowaną przez Hausena [6]. Obszerną dyskusję dokładności takiego postępowania podają Schofield, Butterfield i Young [7]. Postęp w produkcji materiałów ceramicznych umożliwia stosowanie regeneratorów o coraz niższym stosunku objętości to powierzchni przekazywania ciepła kratownicy. Rysunek 1 przedstawia trzy różne typy kratownic badanych przez Armco Steel Corporation w latach sześćdziesiątych przez czas od 2,5 do 5 lat. Im niższy jest stosunek V_w/A tym słuszniejsze jest traktowanie modelu przepływu ciepła jako dwuwymiarowy.

Przedstawione poprzednio [9] rozwiązanie ogólne zawierało w sobie przypadek dwuwymiarowy. Wielokrotne przeliczanie profilów temperatury wzdłuż



Rozmiar kanału przepływowego - m	$4,9 \cdot 10^{-2}$	$3,8 \cdot 10^{-2}$	$3,3 \cdot 10^{-2}$
Powierzchnia przepływowa cegły - m^2	$3,85 \cdot 10^{-2}$	$3,5 \cdot 10^{-2}$	$3,65 \cdot 10^{-2}$
Stosunek powierzchni przekazywania ciepła do objętości - m^{-1}	51,5	63,2	69,2
Średnica hydrauliczna - m	$4,9 \cdot 10^{-2}$	$3,8 \cdot 10^{-2}$	$3,3 \cdot 10^{-2}$
Objętość - m^3	$1,66 \cdot 10^{-2}$	$1,77 \cdot 10^{-2}$	$1,72 \cdot 10^{-2}$

Rys. 1. Przekroje kratownicy o różnych wartościach stosunku powierzchni przepływu ciepła do objętości (Armco Steel Corp. [3])

regeneratora pozwoliło mi zaobserwować, że dla opisania temperatury wypełnienia w chwilach przełączeń wystarczy kilka wyrazów szeregów, zaś dla temperatury płynów wymagana jest duża liczba wyrazów w odpowiednich szeregach. Można to zademonstrować dla długich okresów korzystając z wyrażenia na temperaturę płynu tuż po rewersji $T(z,o) = 1-\exp(-Bz)$. Ponieważ B przyjmuje niejednokrotnie wartości rzędu 20, a nawet 30, zatem łatwo można dojść do niezbędnej liczby wyrazów w szeregu $T(z,o) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k(0)z^k$.

WYKAZ OZNACZEŃ

A – pole powierzchni przepływu ciepła,

$B = \frac{A\alpha}{\dot{W}}$ – liczba bezwymiarowa,

$b = \frac{1}{2n}\frac{\alpha A}{\dot{W}}$ – wielkość bezwymiarowa,

c – właściwa pojemność cieplna,

$f = \frac{\alpha A}{\varrho_w c_w V_w}$ – wielkość o wymiarze s^{-1},

$F = f\tau$ – bezwymiarowy czas,

H – długość regeneratora,

n – liczba elementów podziału regeneratora wzdłuż przepływu płynów,

s – zmienna zespolona,

$T(\tau) = \frac{t(\tau) - t_o}{h_{t_o} - c_{t_o}}$ – bezwymiarowa temperatura płynów,

t – temperatura płynów,

t_o – temperatura płynów na dopływie do regeneratora,

$\dot{W}$ – strumień pojemności cieplnej płynów,

z – współrzędna geometryczna równoległa do przepływu,

$Z = \frac{z}{H}$ – bezwymiarowa współrzędna geometryczna,

α – współczynnik wnikania ciepła,

ϱ – gęstość,

$\Theta(\tau) = \frac{t_w(\tau) - t(\tau)}{h_{t_o} - c_{t_o}}$ – bezwymiarowa temperatura wypełnienia,

τ – czas,

χ – ciepło zredukowane przekazywane w regeneratorze,

dolny indeks w – dotyczy wypełnienia,

górne indeksy c oraz h – dotyczą odpowiednio fazy chłodzenia i grzania.

1. Założenia

Dla rozwiązania nieliniowych równań bilansu energii w płynach i wypełnieniu poczynione zostaną uproszczenia wynikające bądź to z braku dokładnych informacji bądź też są spowodowane komplikacjami matematycznymi. Większość założeń upraszczających podanych poniżej była dyskutowana w poprzednich pracach [8, 9] i dlatego zostaną podane bez uzasadnienia:

a) regenerator działa w stanie pseudoustalonym, w którym pole temperatury powtarza się po upływie kolejnego cyklu,

b) temperatura płynu i wypełnienia są wyrównane w kierunku prostopadłym do powierzchni przepływu ciepła,

c) akumulacja masy i energii dla płynów są niewielkie tak, że można je pominąć,

d) strumienie masy płynów są niezmienne w czasie,

e) temperatury płynów na dopływie do regeneratora są niezmienne,

f) przewodzenie ciepła wzdłuż regeneratora można pominąć.

Własności płynów i wypełnienia zmieniają się znacznie z temperaturą. Również współczynnik wnikania ciepła jest uzależniony od temperatury. Informacje o zmienności tych wielkości, a szczególnie o zmienności współczynnika wnikania ciepła w stanie nieustalonym nie są dostatecznie dokładne [1] tak, że z praktycznego punktu widzenia jest uzasadnione pominąć zależność tych wielkości od czasu. Pozostaje zatem uwzględnić zmianę wspomnianych wielkości wzdłuż regeneratora. Numeryczna ilustracja została zaprezentowana przez Guzika [4].

Praca prezentuje rozwiązania dla niezmiennych oraz dla zmiennych wzdłuż regeneratora własności płynów i wypełnienia.

2. Własności płynów i wypełnienia niezmienne wzdłuż regeneratora

Równania bilansu energii w wypełnieniu i płynie mają postać

$$\frac{\partial t_w(z,\tau)}{\partial \tau} = -\frac{A\alpha}{\varrho_w c_w V_w}\left(t_w(z,\tau) - t(z,\tau)\right)$$

$$\frac{\partial t(z,\tau)}{\partial z} = \frac{A\alpha}{\dot{W}}\left(t_w(z,\tau) - t(z,\tau)\right). \tag{1}$$

Warunki brzegowe dla zmiennej z mają postać określoną przez założenie e. Dla kierunków przeciwprądowych przyjmują one postać

$$h_{t(0,\tau)} = h_{t_o}, \qquad c_{t(H,\tau)}, c_{t_o}, \tag{2}$$

zaś dla współprądowych

$$ {}^{h}t(0,\tau) = {}^{h}t_{o}, \quad {}^{c}t(0,\tau) = {}^{c}t_{c}. \tag{3} $$

Warunek początkowy (τ=0) dla temperatury wypełnienia jest określony przez stan początkowy. Założenie a oraz zastosowana metoda rozwiązania i konieczność obliczania czasu od początku każdego półokresu wprowadza w ten sposób nieznane temperatury ${}^{h}t_{w}(z,o)$ na początku grzania oraz ${}^{c}t_{w}(z,o)$ na początku chłodzenia. Temperatury te wyznacza się następnie z warunków przełączania pseudoustalonego regeneratora.

Równania (1), (2) i (3) dogodnie jest sprowadzić do postaci bezwymiarowej

$$ \left.\begin{aligned} \frac{\partial\Theta(Z,F)}{\partial F} + \frac{\partial T(Z,F)}{\partial F} &= -\Theta \\ \frac{\partial T(Z,F)}{\partial Z} &= B\Theta \end{aligned}\right\} \tag{4} $$

oraz

$$ {}^{h}T(0,F) = 0, \quad {}^{c}T(1,F) = 0 \tag{5} $$

$$ {}^{h}T(0,F) = 0, \quad {}^{c}T(0,F) = 0. \tag{6} $$

W dalszym ciągu rozpatrywany będzie jedynie przepływ przeciwprądowy. Dla rozwiązania zagadnienia brzegowego (4), (5) przyjęte zostanie postępowanie identyczne jak w pracy (9). Obecnie zatem zostaną podane jedynie najbardziej niezbędne przekształcenia.

Równania (4) i (5) poddaje się transformacji Laplace'a, by następnie stransformowaną temperaturę płynu poszukiwać w postaci

$$ \bar{T}(Z,s) = \sum_{k=0}^{\infty} \bar{a}_k(s) Z^k. \tag{7} $$

Temperaturę zaś wypełnienia w momentach rewersji poszukuje się w postaci

$$ \Theta(Z,0) + T(Z,0) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k Z^k. \tag{8} $$

Wykorzystując następnie równania (7) i (8) oraz (4) i (5)otrzymuje się wzór rekurencyjny dla współczynników w szeregu (7)

$$ \bar{a}_l(s) = \sum_{m=0}^{l-1} (-1)^{l-1-m} B^{l-m} \frac{m!}{l!} \left(\frac{s}{s+1}\right)^{l-m-1} \frac{A_m}{s+1}. \tag{9} $$

Wyrazy wolne tak dla okresu grzania ${}^{h}\bar{a}_{o}(s)$ jak i dla okresu chłodzenia ${}^{c}\bar{a}_{o}(s)$ są równe zero, co wynika z przyjęcia niezmienności temperatury płynów na dopływie do regeneratora (równ. (5) i (6)).

Niewiadome współczynniki A_m wyznacza się z warunków przełączania. Jakkolwiek w obrębie każdego cyklu temperatura wypełnienia i płynów ulegają zmianie, tym niemniej po czasie równym cyklowi, pole temperatury powraca do wartości poprzedniej. Stan taki można zapisać w postaci

$$\begin{aligned} 1 + {}^{h}T(Z,{}^{h}F) + {}^{h}\Theta(Z,{}^{h}F) &= {}^{c}T(Z,0) + {}^{c}\Theta(Z,0) \\ 1 + {}^{h}T(Z,0) + {}^{h}\Theta(Z,0) &= {}^{c}T(Z,{}^{c}F) + {}^{c}\Theta(Z,{}^{c}F). \end{aligned} \tag{10}$$

Podstawiając zależności (7), (8) i (9) do równań (10) otrzymuje się układ dwóch równań umożliwiających wyznaczenie współczynników A_m. Ograniczając liczbę wyrazów w szeregu (8) do (n+1) wyrazów, dochodzi się do 2(n+1) niewiadomych współczynników. Jeżeli zatem równania (10) mają być spełnione, to muszą być one spełnione w (n+1) punktach wzdłuż osi Z. Dla przykładu, gdy n=0 to równania (10) muszą być spełnione w punkcie $Z = \frac{1}{2}$ co pozwala wyznaczyć współczynniki ${}^{h}A_o$ i ${}^{c}A_o$, zaś w przypadku gdy n = 1, wyznacza się współczynniki ${}^{h}A_o$ i ${}^{h}A_1$ oraz ${}^{c}A_o$ i ${}^{c}A_1$ dla punktów Z = 0 i Z = 1.

Ogólnie zatem należy wymagać spełnienia równań (10) w punkcie o współrzędnych $Z_o=0$ oraz $Z_k = \frac{k}{n}$ (k=1,....n). Prowadzi to do układu 2(n+1) równań

$$[W]\ [A] = [-1], \tag{11}$$

gdzie

$$[A] = \begin{bmatrix} {}^{h}A_o \\ \hline {}^{h}A_n \\ \\ {}^{c}A_o \\ \hline {}^{c}A_n \end{bmatrix}, \qquad [-1] = \begin{bmatrix} -1 \\ \hline -1 \\ \\ -1 \\ \hline -1 \end{bmatrix}$$

oraz

$$
[W] = \left[\begin{array}{c|c|c|c}
e^{-h_F} & 0 & -1 & -1 \\
1 & 0 & -e^{-c_F} + \sum\limits_{k=1}^{\infty} c_{X(k,0)} & -\left[e^{-c_F} + \sum\limits_{k=m+1}^{\infty} c_{X(k,n)}\right] \\
\hline
\left[e^{-h_F} z_n^0 + \sum\limits_{k=1}^{\infty} h_{X(k,0)} z_n^k\right] & \left[e^{-h_F} z_n^n + \sum\limits_{k=m+1}^{\infty} h_{X(k,n)} z_n^k\right] & -1 & -(1-z_n)^n \\
1 & z_n & -\left[e^{-c_F}(1-z_n)^0 + \sum\limits_{k=1}^{\infty} c_{X(k,0)}\right] & -\left[e^{-c_F}(1-z_n)^n + \sum\limits_{k=m+1}^{\infty} c_{X(k,n)}(1-z_n)^k\right]
\end{array}\right]
$$

Wielkość $X(p,m)$ występująca w macierzy $[W]$ jest zdefiniowana następującym splotem

$$
e^{-F} * a_p(F) = \sum_{m=0}^{p-1} A_m X(p,m),
$$

skąd otrzymuje się

$$
X(p,m) = (-1)^{p-1-m} B^{p-m} \frac{m!}{p!} \sum_{l=0}^{p-m-1} (-1)^l \cdot
$$

$$
\frac{(p-m-1)!}{l!(p-m-1-l)!} \quad \frac{1}{(l+1)!} F^{l+1} e^{-F}.
$$

Równanie (11) wyznacza współczynniki h_{A_k} i c_{A_k}, a tym samym temperaturę wypełnienia w momentach rewersji. Pracochłonność rozwiązania zależy bardzo silnie od n, zaś dokładność obliczeń dla określonego n zależy głównie od liczby B. Ocena dokładności jest bardzo trudna do przeprowadzenia w sposób ogólny.

Celem zademonstrowania wpływu poszczególnych wielkości na dokładność zostaną wykonane obliczenia ciepła zredukowanego przekazywanego w regeneratorze. Wielkość ta jest szybciej zbieżna, niż temperatura płynów (szeregi w równaniu (7)), ale ponieważ nawet dla dużych B otrzymuje się wyniki zbliżone do poprawnych, zatem analiza tej wielkości jest stosunkowo łatwa. Przeciwnie zachowuje się temperatura płynów. Zastosowanie zbyt małej liczby wyrazów w szeregu (7) prowadzi do wyników bądź to większych od jedności, bądź też ujemnych.

Zredukowane ciepło przekazane w regeneratorze zdefiniowane jest równaniem [9]

$$\chi = \int_0^1 \left({}^{c}\Theta(z,o) + {}^{c}T(z,o) - {}^{h}\Theta(z,o) - {}^{h}T(z,o) \right) dz - 1 =$$

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} \left[{}^{c}A_k - {}^{h}A_k \right] - 1. \qquad (12)$$

Zamieszczone w tabeli 1 wyniki dotyczą przypadku symetrycznego: ${}^{h}B = {}^{c}B$ oraz ${}^{h}F = {}^{c}F$.

Tablica 1

Współczynniki A_k oraz ciepło zredukowane χ

B	F	n	ilość wyraz. w równ. 7	${}^{h}A_o$	${}^{h}A_1$	${}^{c}A_o$	${}^{c}A_1$	χ
1	6	0	0	-1	0	+1	0	1
			1	-1	0	+1	0	1
			2	-1	0	+1	0	1
		1	1	-1	0	+1	0	1
	1	0	0	-0,732	0	+0,732	0	0,464
			1	-0,645	0	+0,645	0	0,290
			2	-0,657	0	+0,657	0	0,314
			3	-0,650	0	+0,650	0	0,300
		1	1	-0,512	-0,298	+0,512	+0,298	0,322
			2	-0,505	-0,309	+0,505	+0,309	0,318
10	1	0	0	-0,732	0	+0,732	0	0,464
			1	-0,310	0	+0,310	0	-0,380
			2	-1,10	0	+1,10	0	1,200
			3	-0,1	0	+0,1	0	-0,800
			4	-0,106	0	+0,106	0	-0,788
		1	1	-0,139	-0,810	+0,139	+0,810	0,088
			2	-0,160	-0,780	+0,160	+0,780	0,100

3. Własności płynów i wypełnienia zmienne wzdłuż regeneratora

Uwzględnienie zmienności własności wzdłuż regeneratora uniemożliwia wykorzystanie zależności podanych wcześniej. Szczególnie korzystnie dla rozwiązania zagadnienia przedstawia się metoda stosowana już kilkakrotnie [8] poprzednio celem rozwiązania nieustalonego przekazywania ciepła pomiędzy ciałem stałym i omywającym je płynem. Metoda ta wymaga podziału

regeneratora na strefy w obrębie których zostanie założony liniowy przebieg temperatury płynów.

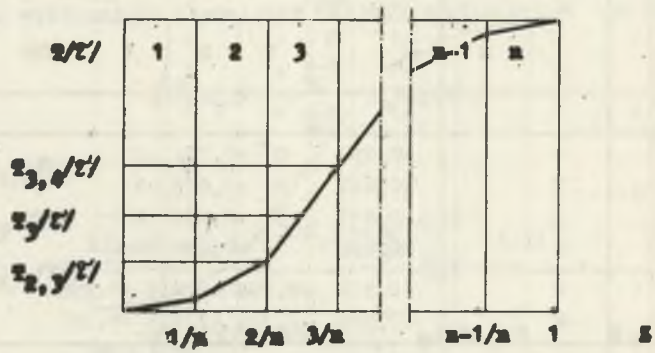
Oznaczając następnie temperaturę na styku elementów k-1 i k jako $t_{k-1,k}$, zaś średnią temperaturę elementu k-tego jako t_k, można stwierdzić następujący związek pomiędzy temperaturą płynów na styku elementów k i k+1 oraz średnimi temperaturami elementów poprzednich

$$t_{k,k+1}(\tau) = 2t_k(\tau) - 2t_{k-1}(\tau) + \ldots \pm 2t_1(\tau) \mp t_o(\tau). \tag{13}$$

Dla temperatury zredukowanej równanie to przyjmie postać

$$T_{k,k+1}(\tau) = 2T_k(\tau) - 2T_{k-1}(\tau) + \ldots \pm 2T_1(\tau). \tag{14}$$

Rozkład temperatury płynu wraz z podziałem przedstawia rysunek 2.



Rys. 2. Podział długości regeneratora na elementy

Celem wyznaczenia pola temperatury w regeneratorze jest niezbędne podanie średnich temperatur $T_k(\tau)$ płynów oraz wypełnienia $\Theta_k(\tau)$. Przyjmując podział na n części uzyskuje się 2n szukanych temperatur ${}^hT_k(\tau)$ i ${}^cT_k(\tau)$ oraz tyle samo temperatur ${}^h\Theta_k(\tau)$ i ${}^c\Theta_k(\tau)$. Wielkości te otrzymuje się w wyniku rozwiązania równań bilansu energii. Równania te, dla elementu k, zostaną obecnie zapisane w postaci nie stosującej bezwymiarowego czasu

$$\frac{d\Theta_k(\tau)}{d\tau} + \frac{dT_k(\tau)}{d\tau} = - f_k\Theta_k(\tau)$$
$$T_k(\tau) - T_{k-1,k}(\tau) = b_k\Theta_k(\tau). \tag{15}$$

Stosując transformację Laplace'a do równań(14) i (15) można je sprowadzić do układu (2n-1) równań umożliwiających wyznaczenie transformat średnich temperatur $\bar{T}_k(s)$ w n segmentach regeneratora.
Otrzymuje się zatem [8]

$$[W][\bar{T}] = [K], \tag{16}$$

gdzie

$$[W] = \begin{bmatrix} Y_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_2 & 0 & -(s + f_2) & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & Y_n & 0 & -(s + f_n) \\ 2 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ +2 & +2 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \tag{17}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} b_1 & (\Theta_1(0) + T_1(0)) \\ b_2 & (\Theta_2(0) + T_2(0)) \\ \cdots & \cdots \\ b_n & (\Theta_n(0) + T_n(0)) \\ & 0 \\ & 0 \\ & \cdots \\ & 0 \end{bmatrix}, \tag{18}$$

$$[\bar{T}] = \begin{bmatrix} \bar{T}_1 \\ \bar{T}_2 \\ \cdots \\ \bar{T}_n \\ \bar{T}_{1,2} \\ \bar{T}_{2,3} \\ \cdots \\ \bar{T}_{n-1,n} \end{bmatrix}, \tag{19}$$

oraz

$$Y_i = s(1 + b_i) + f_i.$$

Rozwiązaniem równania (16) jest wyrażenie

$$\bar{T}_k = \sum_{\vartheta=1}^{2n-1} k_\vartheta \frac{D_{\vartheta k}}{|W|}, \tag{20}$$

gdzie $D_{\vartheta k}$ jest dopełnieniem algebraicznym wyrazu (ϑ,k) wyznacznika głównego $|W|$ macierzy (17). Ponieważ równanie $|W(s)| = 0$ posiada pojedyncze pierwiastki s_ν, gdy f_k oraz b_k wszystkich segmentów są różne, zatem odwrotna transformacja Laplace'a równania (20) ma postać

$$T_k(\tau) = \sum_{\vartheta=1}^{2n-1} K_\vartheta \sum_{\nu=1}^{n} M_{\vartheta k}(s_\nu)\, e^{s_\nu \tau}, \tag{21}$$

gdzie

$$M_{\vartheta k}(s_\nu) = \lim_{s \to s_\nu} \left[\frac{D_{\vartheta k}(s)}{|W(s)|} (s - s_\nu) \right]. \tag{22}$$

W przypadku gdy $F_1 = F_2 = \ldots = F_n$ oraz $B_1 = B_2 = \ldots = B_n$, wówczas

$$M_{\vartheta k}(s_\nu) = \frac{1}{n-1} \lim_{s \to s_\nu} \left[\frac{d^{(n-1)}}{ds^{(n-1)}} \frac{D_{\vartheta k}(s)}{|W(s)|} (s - s_\nu)^n \right]. \tag{23}$$

Temperatura k-tego elementu wypełnienia jest równa

$$\Theta_k(\tau) = (\Theta_k(0) + T_k(0))\, e^{-f_k \tau} + f_k e^{-f_k \tau} * T_k(\tau) - T_k(\tau) =$$

$$= (\Theta_k(0) + T_k(0))\, e^{-f_k \tau} + \sum_{\vartheta=1}^{n} K_\vartheta \sum_{\nu=1}^{n} M_{\vartheta k}(s_\nu) \cdot$$

$$\cdot \frac{f_k}{f_k + s_\nu} \left(e^{s_\nu \tau} - e^{-f_k \tau}\right) - T_k(\tau). \tag{24}$$

Wyrażenie to określa średnią temperaturę k-tego elementu wypełnienia w funkcji nieznanych temperatur początkowych wypełnienia $\Theta(0) + T(0)$. Temperatury te wyznacza się z warunków periodyczności (10), które dla elementu k przyjmą postać

$$\begin{aligned} 1 + {}^{h}T_k({}^{h}\tau) + {}^{h}\Theta_k({}^{h}\tau) &= {}^{c}T_k(0) + {}^{c}\Theta_k(0) \\ 1 + {}^{h}T_k(0) + {}^{h}\Theta_k(0) &= {}^{c}T_k({}^{c}\tau) + {}^{c}\Theta_k({}^{c}\tau). \end{aligned} \tag{25}$$

Przyjmując, że kolejność liczenia wskaźnika k segmentów wypełnienia jest zgodna z kierunkiem przepływu płynu gorącego otrzymuje się temperaturę dla fazy grzania ${}^{h}T_k(\tau)$ i ${}^{h}\Theta_k(\tau)$ wprowadzając w wyrażenia (21) i (24) górny lewy wskaźnik h przy odpowiednich wielkościach. Podobnie, dla temperatury fazy chłodzenia, należy wprowadzić górny lewy wskaźnik c z tym, że dodatkowo w wyrażeniach (17), (18) i (19) należy zmienić wskaźniki dolne k na n-k+1 (${}^{c}f_k \equiv {}^{c}f_{n-k+1}$, ${}^{c}b_k \equiv {}^{c}b_{n-k+1}$).

Równanie (25) należy zatem zapisać w postaci

$$ {}^{c}\Theta_k(\tau) = ({}^{c}\Theta_k(0) + {}^{c}\Pi_k(0))\, e^{-{}^{c}f_k\tau} + \sum_{\mathfrak{g}=1}^{n} K_{\mathfrak{g}} \sum_{\nu=1}^{n} M_{\mathfrak{g}(n-k+1)} \cdot $$

$$ \cdot\, (s_\nu)\, \frac{{}^{c}f_k}{{}^{c}f_k + {}^{c}s_\nu} \left(e^{{}^{c}s_\nu} - e^{-{}^{c}f_k\tau}\right). \tag{26} $$

Dla zademonstrowania korzyści metody rozważony zostanie przykład numeryczny dla n=2. Otrzymuje się wówczas

$$ s_1 = -\frac{f_1}{1 + b_1}, \quad s_2 = -\frac{f_2}{1 + b_2} $$

oraz dla okresu grzania

$$ \frac{D_{11}}{|W|} = \frac{1}{s(1 + {}^{h}b_1) + {}^{h}f_1}, \quad \frac{D_{21}}{|W|} = 0 $$

$$ \frac{D_{12}}{|W|} = 2\,\frac{s + {}^{h}f_2}{(s(1 + {}^{h}b_1) + {}^{h}f_1)(s(1 + {}^{h}b_2) + {}^{h}f_2)}, \quad \frac{D_{22}}{|W|} = \frac{1}{s(1 + {}^{h}b_2) + {}^{h}f_2}. $$

Przyjmując następnie wartości liczbowe oparte na danych podanych przez Guzika [4]

${}^{h}f_1 = 0{,}3 \cdot 10^{-3}\ s^{-1}$,	${}^{c}f_1 = 0{,}5 \cdot 10^{-3}\ s^{-1}$,
${}^{h}f_2 = 0{,}8 \cdot 10^{-3}\ s^{-1}$,	${}^{c}f_2 = 0{,}6 \cdot 10^{-3}\ s^{-1}$,
${}^{h}b_1 = 3$,	${}^{c}b_1 = 5$,
${}^{h}b_2 = 8$,	${}^{c}b_2 = 6$,
${}^{h}\tau = 6 \cdot 10^{3}s$,	${}^{c}\tau = 2 \cdot 10^{3}s$,

sprowadza się układ równań (25) do czterech równań,których rozwiązanie daje

$$h_{T_1}(0) + h_{\Theta_1}(0) = -0{,}480, \qquad c_{T_1}(0) + c_{\Theta_1}(0) = 0{,}695,$$

$$h_{T_2}(0) + h_{\Theta_2}(0) = -0{,}570, \qquad c_{T_2}(0) + c_{\Theta_2}(0) = 0{,}523.$$

Zredukowane ciepło przekazane w regeneratorze zgodnie z równaniem (12) wynosi $\varkappa = 0{,}134$.

4. Wnioski

Przedstawiona metoda rozwiązania czyni obliczenia na tyle krótkimi, że umożliwia przeprowadzenie obliczeń dla najczęściej występujących wartości w regeneratorach przemysłowych. Można by zatem sporządzić tablice ciepła zredukowanego, średniej temperatury podgrzania oraz spadku temperatury płynu grzanego.

Rozwiązanie dla zmiennych własności materiałów wzdłuż regeneratora demonstruje możliwość uniknięcia stosowanych dotychczas, żmudnych obliczeń numerycznych. Ze względu na korzystną postać macierzy (17) obliczenia są bardzo szybkie, nawet wówczas gdy wykonywane są ręcznie. W praktycznych przypadkach można ograniczyć się do n=10 elementów, co pozwoliłoby otrzymać rezultaty w czasie rzędu kilkunastu sekund na maszynie cyfrowej klasy ODRA 1304.

Literatura cytowana

1. BISRA, Regenerator Group - J. Iron Steel Inst., 190, 1958, 254.
2. T.BES, ST.GDULA - Bulletin de L'Academie Polonaise des Sciences, 2, 1969, 91.
3. R.J.BAYS, P.SCHROTH - Refractories for Modern Blast Furnace Stove Practice. Armco Steel Corporation. Middletown, Ohio, 1970.
4. A.GUZIK - Zesz.Nauk.Pol.Śl., "Energetyka" 26, 1967, 59.
5. A.GUZIK - Zesz.Nauk. WSI Opole 1, 1971.
6. H.HAUSEN - Warmeubertragung in Gegenstrom. Gleichstrom und Kreuzstrom Springer, Berlin 1950.
7. J.SCHOFIELD, P.BUTTERFIELD, P.A.YOUNG - J. Iron Steel Inst. - part 1, 199, 1961, 229, - part 2, 201, 1953, 497.
8. J.TOMECZEK - Bulletin de L'Academie Polonaise des Sciences, 1, 1969, 21.
9. J.TOMECZEK - Zesz.Nauk.Pol.Śl., "Energetyka" 41, 1972.
10. A.J.WILLMOTT - Int. J.Heat Mass Transf., 12, 1969, 997.

ПРАКТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЁТА ПРОТИВОТОЧНЫХ РЕГЕНЕРАТИВНЫХ ТЕПЛООБМЕННИКОВ

Р е з ю м е

В статье представлен метод решения уравнений расхода тепла в противоточном регенеративном теплообменнике, действующем в псевдоустановившемся состоянии. Это решение даёт возможность учесть переменности свойств материалов вдоль регенеративного теплообменника. Поле температуры в заполнении и жидкостях принято как зависимое от одной геометрической переменной, параллельной к направлению течения жидкостей.

PRACTICAL METHOD OF SOLUTION FOR THE COUNTER - FLOW HEAT REGENERATORS

S u m m a r y

In this paper the method of solution for heat transfer equations in a pseudo-steady state of a counter-flow regenerator has been presented. It allows for the variation of thermal properties of materials along the regenerator. The temperature field in the filling and in the fluids is assumed to be dependent on one geometrical coordinate parallel to the direction of fluids flow.