ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1973

Seria: Energetyka z. 48 Nr kol. 375

Jan Składzień

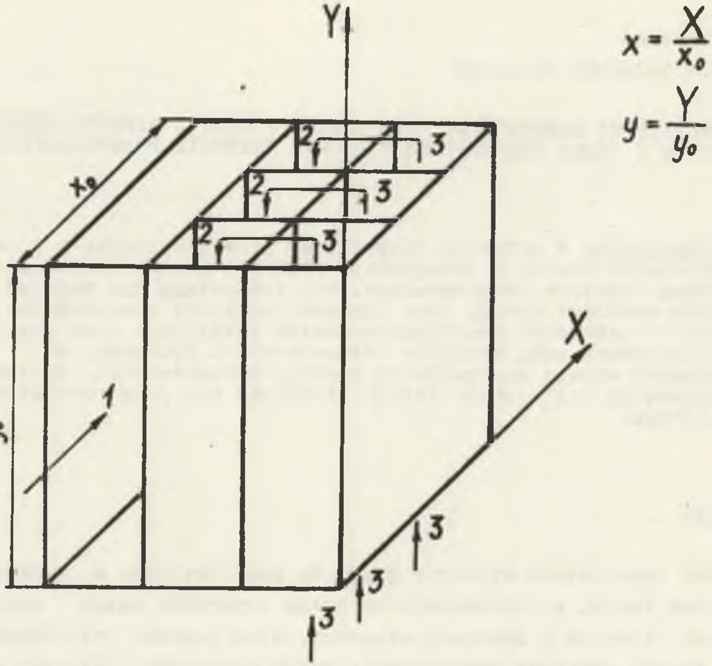
Instytut Techniki Cieplnej

KRZYŻOWOPRĄDOWY KONWEKCYJNY REKUPERATOR FIELDA Z NIERÓWNOMIERNYM PRZEPŁYWEM I STAŁĄ TEMPERATURĄ WYLOTOWĄ CZYNNIKA PODGRZEWANEGO

Streszczenie. W artykule rozpatrzono przepływ ciepła w konwekcyjnym rekuperatorze Fielda z przepływem krzyżowym przy stałej temperaturze wylotowej czynnika podgrzewanego. Cel ten osiąga się poprzez nierównomierny rozdział strugi tego czynnika pomiędzy poszczególne elementy. Przyjęto całkowite wymieszanie medium grzejącego oraz przyjęto założenia stosowane przy analizie rekuperatorów. Wykazano, że rozpatrzony przypadek wymaga zastosowania większych powierzchni ogrzewalnych dla osiągnięcia tego samego efektu cieplnego niż przy równomiernym rozdziale strugi.

1. Wstęp

Stałą temperaturę wylotową czynnika podgrzewanego w konwekcyjnym rekuperatorze Fielda z krzyżowym przepływem czynników można osiągnąć albo stosując elementy o zmiennej długości, albo poprzez nierównomierny rozdział strugi pomiędzy poszczególne rzędy elementów. Pierwszy z wymienionych przypadków rozpatrzony został w pracy [3], poniższe zaś rozważania dotyczą drugiej wymienionej możliwości. Zmienny rozdział strugi można uzyskać poprzez zastosowanie dławienia przy wlocie do poszczególnych elementów. Zmiana masy strumienia przepływającego przez kolejne rzędy elementów odbywa się w sposób skokowy. Skokowo zmienia się zatem pojemność cieplna strumienia czynnika podgrzewanego. Dla uproszczenia zagadnienia zakłada się, że zmiana taka odbywa się w sposób ciągły. Założenie to jest tym lepszym odbiciem rzeczywistości, im więcej jest rzędów elementów. Przyjęto model teoretyczny wymiennika pokazany na rys. 1., w którym powierzchnie przepływu ciepła zostały sprowadzone do dwóch prostokątów o wymiarach x_0 i y_0. W równaniach bilansów energii będą więc występowały skorygowane współczynniki przenikania ciepła. Czynnik grzejący, w krańcowych przypadkach, może płynąć adiabatycznymi strugami, bądź też ulegać całkowitemu wymieszaniu. Ponieważ efekt cieplny w obu przypadkach [2] jest niemal taki sam, założono dla uproszczenia całkowite wymieszanie czynnika grzejącego. Jego temperatura jest zatem funkcją tylko zmiennej x. Przyjmuje się również wszystkie uproszczenia stosowane przy rozpatrywaniu przepływu ciepła w rekuperatorach konwekcyjnych, tzn. stałość współczynników przenikania ciepła, niezależność pojemności cieplnych od temperatury, przepływ ciepła jedynie prostopadle do przegród, brak strat ciepła do otoczenia, stan ustalony.



Rys. 1. Model teoretyczny rozpatrywanego rekuperatora

2. Rozwiązanie zagadnienia

W rozważaniach matematycznych wygodnie jest stosować wielkości bezwymiarowe. Wzory określające bezwymiarowe współrzędne podane są na rys. 1. Bezwymiarowa temperatura i-tego strumienia wyraża się zależnością

$$\Theta_i = \frac{t_i - t_{3d}}{t_{1d} - t_{3d}}, \tag{1}$$

gdzie

t_{1d} i t_{3d} jest najwyższą i najniższą temperaturą występującą w rekuperatorze:

$$t_{1d} = t_1\Big|_{x=0}, \quad t_{3d} = t_3\Big|_{y=0}. \tag{2}$$

Również badając zmienność pojemności czynnika podgrzewanego: $W_2 = W_2(x) = W_3(x)$ dogodnie jest operować stosunkiem pojemności cieplnych:

$$\alpha = \frac{W_2}{W_1} = \alpha(x), \tag{3}$$

gdzie

W_1 jest stałą pojemnością cieplną czynnika grzejącego.

Ponieważ z założenia dla x=idem temperatura czynnika grzejącego Θ_1 = = idem zatem ważna jest [4] zależność określająca temperaturę Θ_0 czynnika podgrzewanego przy wypływie z elementu:

$$\Theta_0 = \Theta_1 \frac{2}{1 + \sqrt{1+4/\varkappa}\ \mathrm{ctgh}\left[\varkappa(K_{2-3})\sqrt{1/4+1/\varkappa}\right]}. \tag{4}$$

W powyższym wzorze $\varkappa$ jest stosunkiem współczynników przenikania ciepła:

$$\varkappa = \frac{k_{1-2}}{k_{2-3}}, \tag{5}$$

zaś (K_{2-3}) jest liczbą kryterialną, zależną w rozpatrywanym przypadku od zmiennej x:

$$(K_{2-3}) = \frac{k_{2-3}x_0y_0}{W_2(x)} = f(x). \tag{6}$$

Równanie bilansu czynnika grzejącego [3] ma postać

$$\frac{d\Theta_1}{dx} = -\alpha\Theta_0. \tag{7}$$

W równaniach (4) i (7) występują dwie nieznane funkcje, których określenie jest równoznaczne z rozwiązaniem zagadnienia: $\Theta_1 = \Theta_1(x)$ i $W_2 = W_2(x)$. Pojemność cieplna W_2 występuje przy tym za pośrednictwem wielkości (K_{2-3}) i α. Stała jest natomiast temperatura Θ_0.

Z zależności (4) otrzymuje się

$$\alpha = \frac{(K_{1-2})\sqrt{1/4+1/\varkappa}}{\mathrm{ar\ ctgh}\dfrac{2\Theta_1 - \Theta_0}{\Theta_0\sqrt{1+4/\varkappa}}}, \tag{8}$$

gdzie liczba kryterialna (K_{1-2}) jest wielkością stałą określoną wzorem

$$(K_{1-2}) = \frac{k_{1-2}x_0y_0}{W_1}. \tag{9}$$

Po wstawieniu (8) do (7) otrzymuje się równanie różniczkowe o zmiennych rozdzielonych, łatwe do scałkowania

$$\text{ar ctgh}\,\frac{2\Theta_1 - \Theta_0}{\Theta_0\sqrt{1+4/\varkappa}}\,d\Theta_1 = -(K_{1-2})\sqrt{1/4+1/\varkappa}\,\Theta_0 dx. \tag{10}$$

Po wykonaniu całkowania oraz po wykorzystaniu zależności

$$\text{ar ctgh}\, z = \frac{1}{2}\ln\frac{z+1}{z-1} \tag{11}$$

otrzymuje się ostatecznie

$$x = \frac{2-\Theta_0}{2(K_{1-2})\sqrt{1+4/\varkappa}\,\Theta_0}\cdot\ln\frac{2-\Theta_0(1-\sqrt{1+4/\varkappa})}{2-\Theta_0(1+\sqrt{1+4/\varkappa})} - \frac{2\Theta_1-\Theta_0}{2(K_{1-2})\sqrt{1+4/\varkappa}\,\Theta_0}\cdot$$

$$\cdot\ln\frac{2\Theta_1-\Theta_0(1-\sqrt{1+4/\varkappa})}{2\Theta_1-\Theta_0(1+\sqrt{1+4/\varkappa})} + \frac{1}{2(K_{1-2})}\cdot\ln\frac{1-\Theta_0-\Theta_0^2/\varkappa}{\Theta_1^2-\Theta_1\Theta_0-\Theta_0^2/\varkappa} \tag{12}$$

$$\alpha = \frac{(K_{1-2})\sqrt{1+4/\varkappa}}{\ln\dfrac{2\Theta_1-\Theta_0(1-\sqrt{1+4/\varkappa})}{2\Theta_1-\Theta_0(1+\sqrt{1+4/\varkappa})}}. \tag{13}$$

Równania (12) i (13) określają w sposób parametryczny zależność $\alpha = \alpha(x)$, przy czym parametrem jest temperatura czynnika grzejącego Θ_1. Temperatura ta przybiera wartości $\Theta_1 = 1 \div \Theta_{1w}$, gdzie wielkość przy wypływie Θ_{1w} wynika z bilansu:

$$W_{2śr}\,\Theta_0 = W_1(1-\Theta_{1w}). \tag{14}$$

Po wprowadzeniu

$$\alpha_{śr} = \frac{W_{2śr}}{W_1} = \int_0^1 \alpha(x)\,dx \tag{15}$$

otrzymuje się

$$\Theta_{1w} = 1 - \alpha_{śr}\Theta_0. \tag{16}$$

Pozostaje do określenia wielkość powierzchni przepływu ciepła niezbędnej dla osiągnięcia żądanej temperatury podgrzania Θ_0 przy założonym $\varkappa$ i $\alpha_{śr}$. Bezwymiarową miarą tej powierzchni jest w rozważanym przypadku liczba kryterialna (K_{1-2}). Liczbę tę można wyznaczyć z warunku

$$\Theta_1\Big|_{x=1} = \Theta_{1w} = 1 - \alpha_{śr}\,\Theta_o. \tag{17}$$

Po podstawieniu x=1 oraz (17) do (12) otrzymuje się

$$(K_{1-2}) = \frac{2-\Theta_o}{2\Theta_o\sqrt{1+4/\chi}}\cdot \ln\frac{2-\Theta_o(1-\sqrt{1+4/\chi})}{2-\Theta_o(1+\sqrt{1+4/\chi})} - \frac{2-\Theta_o(1+2\alpha_{śr})}{2\Theta_o\sqrt{1+4/\chi}}\,\cdot$$

$$\cdot \ln\frac{2-\Theta_o(1+2\alpha_{śr}-\sqrt{1+4/\chi})}{2-\Theta_o(1+2\alpha_{śr}+\sqrt{1+4/\chi})} + \frac{1}{2}\ln\frac{1-\Theta_o-\Theta_o^2/\chi}{\Theta_o^2(\alpha_{śr}^2+\alpha_{śr}-1/\chi)-\Theta_o(1+2\alpha_{śr})+1}. \tag{18}$$

Maksymalna możliwa do osiągnięcia temperatura czynnika podgrzewanego przy wypływie wynosi na podstawie [4]

$$\Theta_{o\ max} = \Theta_{1w}\cdot\frac{2}{1+\sqrt{1+4/\chi}}. \tag{19}$$

Wynika ona stąd, że dla x=1 przy $\Theta_o \rightarrow \Theta_{o\ max}$ $W_2 \rightarrow 0$, a tym samym $(K_{2-3}) \rightarrow \infty$. Po wykorzystaniu (17) otrzymuje się ostatecznie:

$$\Theta_{o\ max} = \frac{2}{1+2\alpha_{śr}+\sqrt{1+4/\chi}}. \tag{20}$$

Dla tego przypadku bezwymiarowo wyrażona powierzchnia przepływu ciepła wynosi

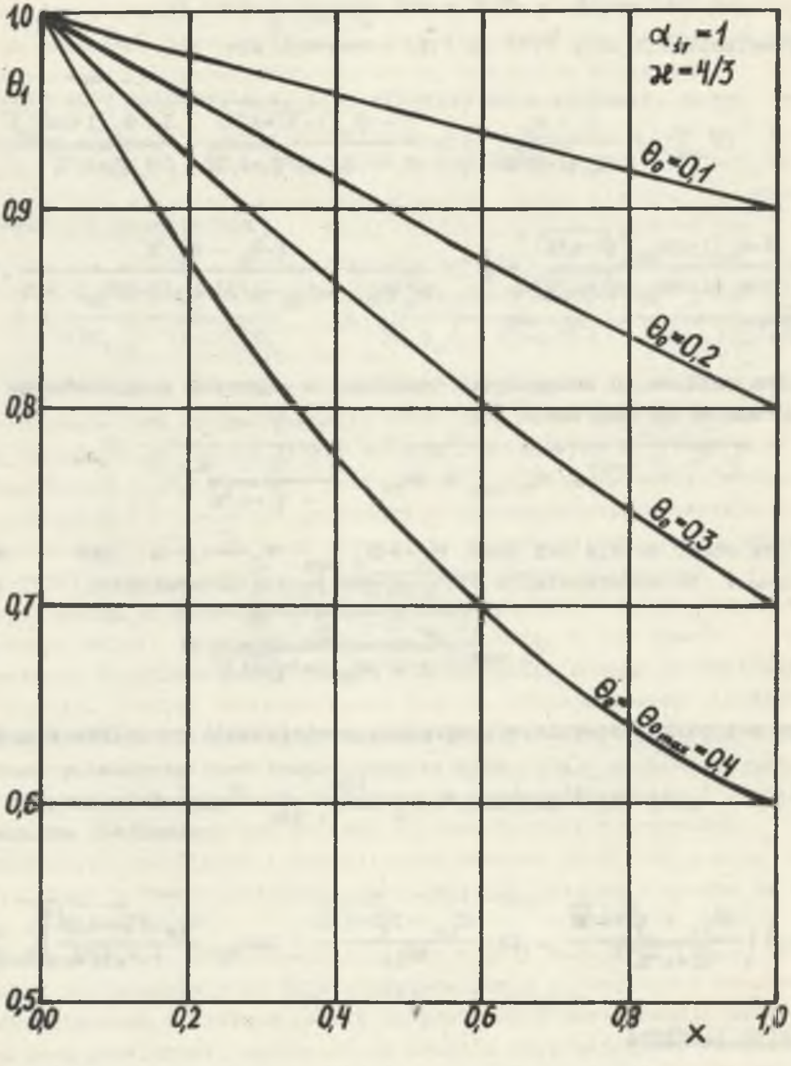
$$(K_{1-2})_{max} = \lim_{\Theta_o\rightarrow\Theta_{o\ max}} (K_{1-2}) =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{2\alpha_{śr}+\sqrt{1+4/\chi}}{\sqrt{1+4/\chi}}\cdot\ln\frac{\alpha_{śr}+\sqrt{1+4/\chi}}{\alpha_{śr}} + \ln\alpha_{śr}\frac{\alpha_{śr}+\sqrt{1+4/\chi}}{1+4/\chi}\right). \tag{21}$$

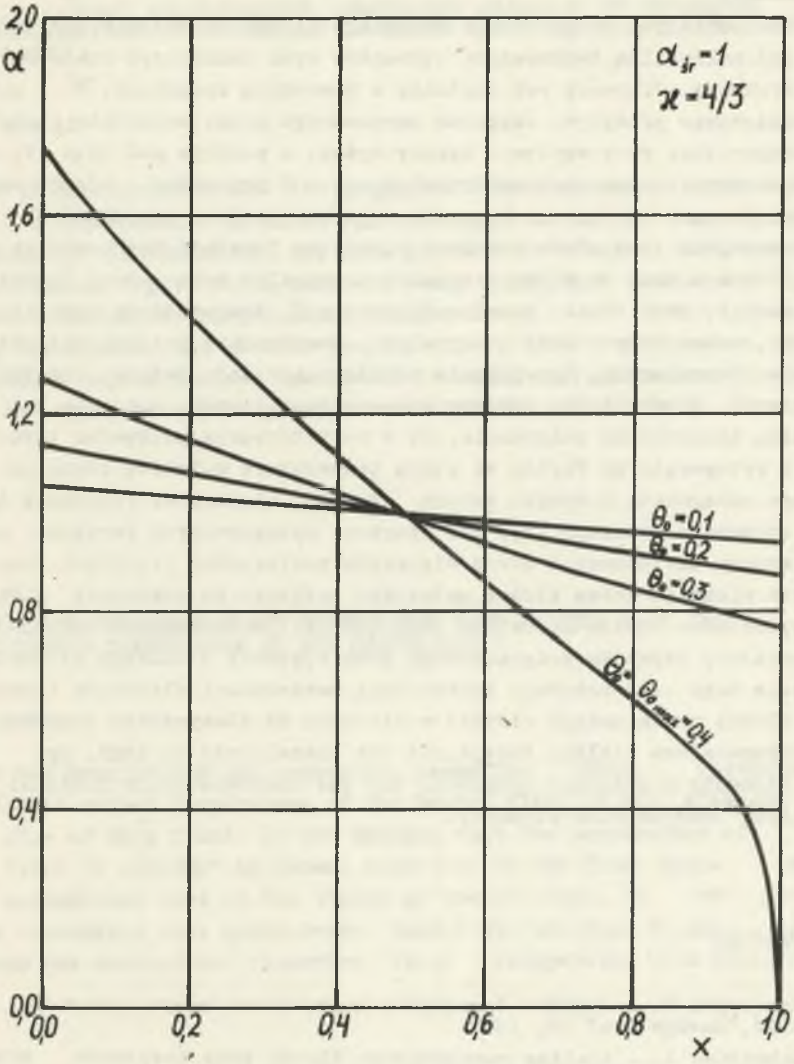
3. Przykład liczbowy

Dla zilustrowania wyprowadzonych zależności wykonano korzystając z zależności (12) i (13) wykresy funkcji $\Theta_1 = \Theta_1(x)$ oraz $\alpha = \alpha(x)$ przedstawione na rys. 2 i 3. Wartości (K_{1-2}) obliczono na podstawie (18), zaś dla $\Theta_o = \Theta_{o\ max}$ na podstawie (21). Temperatury $\Theta_2 = \Theta_2(x,y)$ oraz $\Theta_3 = \Theta_3(x,y)$ są określone takimi samymi zależnościami, jak w [3] i [4].

Na rys. 3 widać, że α zmienia się wraz ze zmianą x w stosunkowo niewielkim stopniu z wyjątkiem przypadków, gdy Θ_o osiąga wartości bliskie $\Theta_{o\ max}$.



Rys. 2. Zależność $\Theta_1 = \Theta_1(x)$ przy Θ_o = idem



Rys. 3. Zależność $\frac{W_2}{W_1} = \alpha(x)$ przy Θ_o = idem

4. Wnioski

Stosowanie nierównomiernego rozdziału strugi ma spełnić dwa zadania: obniżyć maksymalną temperaturę elementów oraz zmniejszyć ich sumaryczną powierzchnię. Pierwszy cel zostanie z pewnością spełniony. W przypadku równomiernego przepływu czynnika ogrzewanego przez wszystkie elementy, jego temperatura przy wypływie byłaby wyższa w punkcie x=0 (dla $W_1 < \infty$) niż średnia temperatura przy wypływie $\Theta_{o\ śr}$. W przypadku nierównomiernego rozdziału masy strumienia czynnika ogrzewanego jego temperatura średnia przy wypływie jest równa w każdym elemencie lokalnej temperaturze wylotowej. Skoro niższe są w tym przypadku maksymalne temperatury czynnika podgrzewanego, przy takiej samej w punkcie x=0 temperaturze czynnika grzejącego, zatem niższe będą maksymalne temperatury ścianek niż przy przepływie równomiernym. Rozwiązanie powyższe nie daje jednak korzyści materiałowych. Bezwymiarowa powierzchnia wymiany ciepła, podobnie jak i maksymalna temperatura podgrzania, są w rozpatrywanym przypadku takie same, jak w rekuperatorze Fielda ze stałą temperaturą wylotową czynnika podgrzewanego osiągniętą w wyniku zmiany długości elementów. Przypadek ten zaś, jak uprzednio wykazano [3], nie przynosi spodziewanych korzyści, na ogół zaś wymaga zastosowania nieco większych powierzchni przepływu ciepła. Z punktu widzenia zatem ilości materiału zużytego na wykonanie elementów w rekuperatorze Fielda niecelowe jest dążenie do otrzymania takiej samej temperatury czynnika podgrzewanego przy wypływie z każdego elementu. Osiągnięcie tego celu powoduje zwiększenie powierzchni elementów (przy tej samej ilości przekazanego ciepła) w stosunku do klasycznego krzyżowoprądowego rekuperatora Fielda. Dzieje się tak niezależnie od tego, czy stosuje się elementy o zmiennej długości, czy też nierównomierny rozdział strugi pomiędzy poszczególne elementy.

LITERATURA

1. Kostowski E. - Rozkład temperatur w opromieniowanym elemencie Fielda. ZNPŚ, "Energetyka" 28, 1968.
2. Składzień J. - Analiza rekuperatora Fielda przy krzyżowym przepływie czynników bez wymieszania. ZNPS "Energetyka" 45, 1973.
3. Składzień J. - Krzyżowoprądowy konwekcyjny rekuperator Fielda ze stałą temperaturą wylotową czynnika podgrzewanego. ZNPS, "Energetyka" 39, 1971.
4. Składzień J. - Rozkład temperatur w rekuperatorze Fielda przy krzyżowym przepływie czynników, ZNPŚ, "Energetyka" 39, 1971.

ПЕРЕКРЁСТНОТОКОВОЙ КОНВЕКЦИОННЫЙ РЕКУПЕРАТОР ФИЛЬДА С НЕРАВНОМЕРНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ СТРУГ И ПОСТОЯННОЙ НА ВЫХОДЕ ТЕМПЕРАТУРОЙ ПОДОГРЕВАЕМОГО ТЕРЛОНОСИТЕЛЯ

Р е з ю м е

В статье рассмотрен вопрос теплопередачи в конвекционном рекуператоре фильда с перекрёстным течением при постоянной на выходе температуре подогреваемого теплоносителя. Эту цель достигается методом неравномерного распределения струги этого носителя между отдельными элементами. Принято полное смешивание нагревающего теплоносителя, а также принято условия, применяемые при анализе рекуператоров. Расчёты доказывают, что рассмотренный случай требует применения больших нагревательных поверхностей, чем при равномерном распределении струги.

THE CONVECTIVE CROSSFLOW FIELD RECUPERATOR WITH UNEQUAL FLOW AND CONSTANT OUTLET TEMPERATURE OF THE HEATED FLUID

S u m m a r y

There has been considered convective crossflow Field recuperator with constant outlet temperature of the heated fluid in all elements but unequal flow of this fluid. It was assumed that the temperature of the heating fluid is constant in normal direction to the flow. There were applied assumptions used in the theory of recuperators. It was proved that the considered case needs larger heated surface than in the same conditions the convective crossflow Field recuperator with equal flow,