ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1974

Seria: Energetyka z. 50 Nr kol. 402

Jan Szargut, Jan Składzień
Instytut Techniki Cieplnej

ZASTOSOWANIE METODY EGZODUS DO OBLICZANIA PERIODYCZNIE ZMIENNYCH PÓL TEMPERATURY

Streszczenie. Przebiegi temperatur i strumieni cieplnych w periodycznie zmiennych polach temperatury można obliczyć metodą numeryczną różnicową przy zastosowaniu procedury iteracyjnej. W pracy zaproponowano stosowanie metody egzodus w miejsce procedury iteracyjnej. Porównano za pomocą przykładów obliczeniowych czas trwania obliczeń w rozpatrywanych metodach i wskazano zakres celowości stosowania metody egzodus.

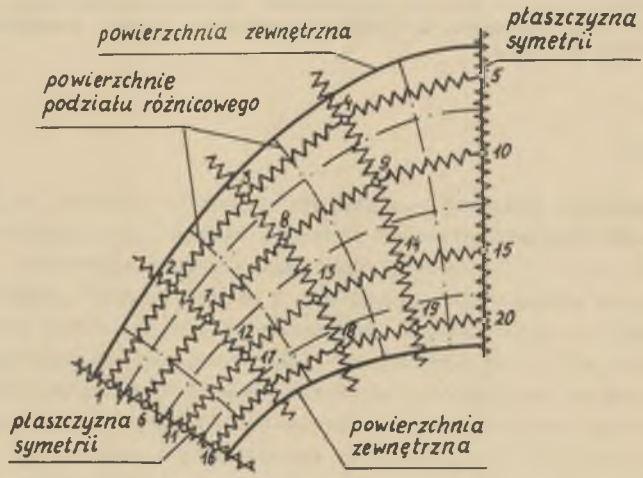
1. Wstęp

W technice cieplnej spotyka się często urządzenia, w których występuje periodycznie-pseudoustalony przepływ ciepła (np. regeneratory, obracające piece i walce). Obliczenie analityczne pola temperatury w takich urządzeniach przy nietypowych kształtach i skomplikowanych warunkach brzegowych jest zwykle bardzo trudne. Również zastosowanie metod numerycznych w klasycznym ujęciu jest utrudnione, gdyż w omawianych zagadnieniach występują równocześnie problemy charakterystyczne dla pola nieustalonego i dla pola ustalonego (po każdym cyklu temperatura w danym punkcie ciała wraca do tej samej wartości). W klasycznych zagadnieniach ustalonego i nieustalonego przewodzenia ciepła można uzyskać rozwiązanie numeryczne przez zastosowanie metody różnicowej [5, 10]. Dodatkowe wykorzystanie metody Monte Carlo pozwala obliczyć temperaturę w dowolnym punkcie ciała i w dowolnym momencie czasu, bez rozwiązywania zagadnienia dla całego rozpatrywanego pola [6, 7]. W miejsce metody Monte Carlo można zastosować metodę egzodus [1] lub równoważną jej metodę siatek [4] uzyskując znaczne przyspieszenie obliczeń. W pracy niniejszej przedstawione rozszerzenie zakresu zastosowań metody egzodus na periodycznie zmieniające się pola temperatury. Proponowana metoda pozwala dojść nie tylko do przebiegu zmian temperatury w dowolnym punkcie układu, lecz także do strumieni ciepła.

Przedmiotem rozważań są pola bezźródłowe. Zakłada się, że nie występują wewnętrzne źródła ciepła (związane np. z przemianami fazowymi) i powierzchniowe źródła ciepła (wynikające z występowania warunków brzegowych drugiego rodzaju). Przyjmuje się ponadto, że współczynnik przewodzenia ciepła oraz objętościowa pojemność cieplna nie zależą od temperatury.

2. Równania różnicowe nieustalonego przewodzenia ciepła

Przy stosowaniu metod różnicowych zastępuje się równanie różniczkowe przewodzenia ciepła algebraicznymi równaniami różnicowymi dotyczącymi wybranych punktów ciała. Rozpatrywane ciało dzieli się na elementy różnicowe za pomocą powierzchni, których kształt powinien być dostosowany do kształtu ciała. Po ustaleniu elementów różnicowych przyjmuje się węzły położone w ich centralnych punktach (rys. 1). Zakłada się, że pojemność cieplna każdego elementu różnicowego jest skupiona w jego środku i że opory przepływu ciepła są skupione na odcinkach łączących węzły. Ciało rzeczywiste zastępuje się więc siatką oporów cieplnych z pojemnościami skupionymi w węzłach.



Rys. 1. Podział różnicowy ciała dwuwymiarowego

Opór cieplny występujący między węzłami i oraz j można wyrazić wzorem

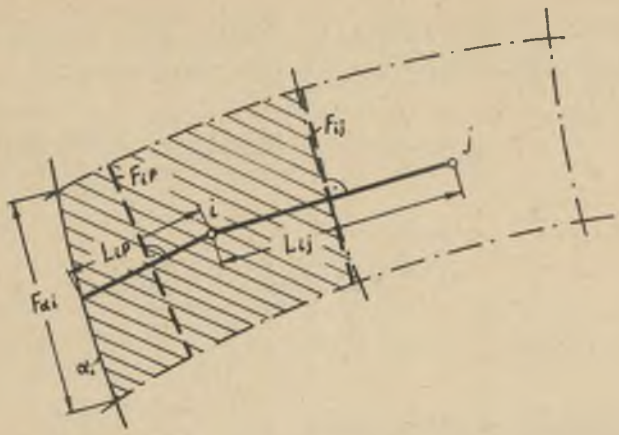
$$R_{ij} = \frac{L_{ij}}{\lambda_{ij} F_{ij}} \tag{1}$$

gdzie:

L_{ij} - odległość rozpatrywanych węzłów,

F_{ij} - średnie pole przekroju prostopadłego do odcinka L_{ij} w zespole elementów różnicowych i, j (rys. 2),

λ_{ij} - zastępczy współczynnik przewodzenia ciepła w kierunku i, j między węzłami i oraz j.



Rys. 2. Wyznaczanie oporów cieplnych siatki różnicowej

Dla odcinków ij znajdujących się w płaszczyźnie symetrii opór jest dwukrotnie większy, gdyż w rozpatrywanym obszarze znajduje się tylko połowa pola F_{ij}.

Jeżeli na powierzchni ciała występuje warunek brzegowy trzeciego rodzaju, to dla węzłów leżących przy powierzchni należy oprócz oporów międzywęzłowych uwzględnić opór cieplny występujący między węzłem a płynem

$$R_{iP} = \frac{L_{iP}}{\lambda_{iP} F_{iP}} + \frac{1}{\alpha_i F_{\alpha i}} \tag{2}$$

gdzie:

L_{iP} - odległość i-tego węzła od powierzchni ciała,

F_{iP} - średnie pole przekroju prostopadłego do odcinka L_{iP} w i-tym elemencie różnicowym (rys. 2),

λ_{iP} - współczynnik przewodzenia ciepła między i-tym węzłem a powierzchnią ciała,

$F_{\alpha i}$ - pole zewnętrznej powierzchni ciała przypadające na i-ty element różnicowy,

α_i - współczynnik wnikania ciepła na powierzchni i-tego elementu różnicowego, w rozpatrywanym momencie czasu.

Najbardziej uniwersalny sposób wyprowadzania równań różnicowych polega na zastosowaniu bilansów cieplnych elementów różnicowych [10]. Strumienie cieplne występujące w tych bilansach można przyjąć według stanu na początku rozpatrywanego interwału czasu, na końcu tego interwału lub w punkcie pośrednim. Dla metody Monte Carlo lub egzodus jest konieczne zastosowanie pierwszego z tych sposobów (metoda ilorazu różnicowego przedniego).

Wówczas równanie różnicowe określające temperaturę w rozpatrywanym węźle siatki przy końcu rozpatrywanego interwału czasu ma postać

$$T_{i\tau+1} = T_{i\tau}\left[1 - \frac{\Delta\tau}{V_i\varrho_i c_{pi}}\left(\frac{1}{R_{iF}} + \sum_j \frac{1}{R_{ij}}\right)\right] +$$

$$+ \frac{\Delta\tau}{V_i\varrho_i c_{pi}}\left(\frac{T_{iF\tau}}{R_{iF}} + \sum_j \frac{T_{j\tau}}{R_{ij}}\right) \qquad (3)$$

gdzie:

$\Delta\tau$ - długość interwału czasu,

$T_{i\tau}, T_{j\tau}$ - temperatury węzłów na początku rozpatrywanego interwału czasu,

$T_{iF\tau}$ - temperatura płynu sąsiadującego z i-tym elementem różnicowym na początku rozpatrywanego interwału czasu lub temperatura powierzchni zewnętrznej ciała przy i-tym węźle (w dalszych wywodach zastosowano wspólne określenie "temperatura brzegowa").

Przy rozpatrywaniu elementów różnicowych nie stykających się z płynem, należy w równaniu (3) pominąć wyrazy zawierające R_{iF} (czyli przyjąć $R_{iF} \to \infty$).

W celu zastosowania metody Monte Carlo lub egzodus należy ująć równanie (3) w postaci

$$T_{i\tau+1} = p_{ii}\, T_{i\tau} + p_{iF}\, T_{iF\tau} + \sum_j p_{ij}\, T_{j\tau} \qquad (4)$$

gdzie:

$$p_{ii} = 1 - \frac{\Delta\tau}{V_i\varrho_i c_{pi}}\left(\frac{1}{R_{iF}} + \sum_j \frac{1}{R_{ij}}\right) \qquad (5)$$

$$p_{ij} = \frac{\Delta\tau}{V_i\varrho_i c_{pi}}\,\frac{1}{R_{ij}} \qquad (6)$$

$$p_{iF} = \frac{\Delta\tau}{V_i\varrho_i c_{pi}}\,\frac{1}{R_{iF}} \qquad (7)$$

Równania (4) mogą dać rozwiązanie niestabilne, jeżeli przyjęty interwał czasu $\Delta\tau$ jest zbyt długi. Uogólniony warunek stabilności można uzyskać na podstawie przesłanek fizycznych. Temperatura w rozpatrywanym węźle powinna być tym wyższa, im wyższe są temperatury w węzłach sąsiednich. Współczynnik p_{ii} po prawej stronie równania (4) powinien więc być dodatni. Stąd wynika ograniczenie interwału czasu

$$\Delta\tau \leq \frac{V_i \varrho_i c_{pi}}{\frac{1}{R_{iF}} + \sum_j \frac{1}{R_{ij}}} \tag{8}$$

Warunek stabilności (8) jest ujęty bardziej ogólnie niż w dotychczasowych publikacjach np. [5].

3. Zastosowanie metody Monte Carlo do obliczenia nieustalonego przewodzenia ciepła

Model probabilistyczny równania różniczkowego parabolicznego podał King [2]. Rozwiązanie to zostało uogólnione w pracy [6]. Zastosowanie metody Monte Carlo opiera się na analogii równania (4) i równania opisującego ruch błądzący punktu. Liczby p_{ij}, p_{iF} określają prawdopodobieństwo przemieszczenia się punktu do sąsiedniego węzła lub do ośrodka o znanej temperaturze. Liczba p_{ii} wyznacza prawdopodobieństwo pozostania punktu błądzącego w i-tym węźle. Na ogół $p_{ij} \neq p_{ji}$. Przy rozpatrywaniu brzegowych elementów różnicowych wartość R_{iF} może być funkcją czasu i wtedy również wartości p_{ii} oraz p_{iF} są funkcjami czasu.

Interpretację geometryczną błądzenia w układzie dwuwymiarowym przedstawiono na rys. 3 [3]. Kolejne położenia siatki różnicowej odpowiadają kolejnym momentom czasu. Przyjmuje się, że jest znany rozkład temperatur w rozpatrywanym polu w chwili τ oraz są znane wartości temperatur brzegowych i współczynników wnikania ciepła na powierzchni ciała (przy czym wartości te mogą zależeć od czasu). Celem obliczeń jest temperatura w i-tym węźle w chwili $\tau + n\Delta\tau$. Liczba n interwałów czasu jest dobrana tak, by był spełniony warunek stabilności (8). Błądzenie rozpoczyna się w i-tym węźle w momencie czasu $\tau + n\Delta\tau$. W każdym kolejnym kroku punkt błądzący przemieszcza się na płaszczyznę o niższym numerze momentu czasu. Jeżeli wartości p_{ii} oraz p_{iF} są funkcjami czasu, to należy je korygować po każdym kroku ruchu błądzącego. Ścieżki ruchu błądzącego kończą się w płaszczyźnie τ lub na geometrycznym brzegu obszaru, jeżeli punkt błądzący dojdzie do brzegu geometrycznego przed osiągnięciem płaszczyzny τ i zostanie pochłonięty w miejscu o znanej temperaturze brzegowej.

Poszukiwaną temperaturę określa wzór

$$T_{i,\tau+n\Delta\tau} = \frac{1}{k_i}\left(\sum_j k_{ij}\, T_{j,\tau} + \sum_s \sum_\nu k_{is\nu}\, T_{Fs\nu}\right) \qquad (9)$$

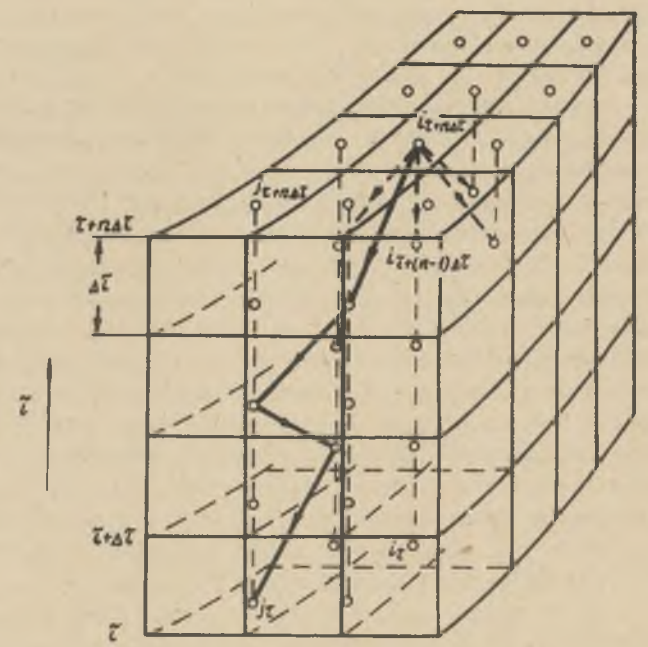
gdzie:

k_i - łączna liczba ścieżek zaczętych w punkcie "i",

k_{ij} - liczba ścieżek zaczętych w punkcie "i", a zakończonych w punkcie j w płaszczyźnie τ,

$T_{Fs\nu}$ - temperatura brzegowa w chwili $\tau + (n-\nu)\Delta\tau$, przy czym ν oznacza liczbę kroków ścieżek od chwili startu do chwili pochłonięcia punktu błądzącego, s jest numerem kolejnym węzłów położonych przy powierzchni ciała,

$k_{is\nu}$ - liczba ścieżek zaczętych w węźle "i", a zakończonych na brzegu obszaru w miejscu o znanej temperaturze $T_{Fs\nu}$.



Rys. 3. Schemat błądzenia w układzie przestrzenno-czasowym

Realizacja metody Monte Carlo wymaga posługiwania się generatorem liczb losowych przy każdym kroku punktu błądzącego. Można tego uniknąć i znacznie przyspieszyć obliczenia przez zastosowanie metody egzodus [1]. Przy realizacji tej metody przyjmuje się, że z rozpatrywanego węzła startuje równocześnie duża liczba punktów błądzących (np. 10 000). Liczba punktów przemieszczających się do sąsiednich węzłów wynika z wartości prawdopodobieństw p_{ij}, p_{iF}. Historię błądzenia śledzi się przez n interwałów czasu. Wyniki końcowe uzyskuje się za pomocą wzoru (9). Metodę egzodus można uważać za modyfikację metody Monte Carlo, choć nie ma ona już cech metody probabilistycznej.

4. Zastosowanie metody egzodus do obliczania periodycznego przewodzenia ciepła

Periodyczny przepływ ciepła można uważać za szczególny przypadek przepływu nieustalonego. Przy rozpatrywaniu zjawiska periodycznego nie jest jednak znany początkowy rozkład temperatur, natomiast powinien być spełniony warunek periodyczności, tj. po każdym cyklu temperatury powinny mieć powtarzającą się wartość.

Zastosowanie metody różnicowej do obliczeń periodycznego przewodzenia ciepła zaproponowano w pracy [9]. Zastosowano tam metodę iteracyjną. Zakłada się początkowy rozkład temperatur w danym ciele i oblicza się kolejne cykle nieustalonego procesu przepływu ciepła przy periodycznie zmiennych warunkach brzegowych. Po uzyskaniu dostatecznej powtarzalności pola temperatur uważa się procedurę iteracyjną za zakończoną. Zaproponowano również metodę przyśpieszania iteracji.

W pracy niniejszej zaproponowano odmienny tok obliczeń, oparty na wykorzystaniu metody egzodus.

W celu obliczenia przebiegu temperatury w rozpatrywanym punkcie ciała należy zastosować metodę opisaną w punkcie 3, z tym, że model przestrzenno-czasowy przedstawiony na rys. 3 nie jest ograniczony płaszczyzną τ, lecz rozciąga się nieograniczenie w kierunku malejącej współrzędnej czasu. Z rozpatrywanego węzła startuje dostatecznie duża liczba punktów błądzących, których historię śledzi się aż do pochłonięcia niemal wszystkich punktów w miejscach o znanej temperaturze brzegowej. Temperaturę i-tego węzła w dowolnym momencie czasu można obliczyć przez zastosowanie wzoru (9)

$$T_{i\tau} = \frac{1}{k_i} \sum_{s} \sum_{\nu} k_{is\nu} T_{Fs\nu} \qquad (10)$$

gdzie:

k_i - łączna liczba pochłoniętych punktów błądzących,

$T_{Fs\nu}$ - temperatura brzegowa przy węźle o numerze s w chwili $\tau - \nu\Delta\tau$, przy czym ν oznacza liczbę kroków ścieżki zakończonej w miejscu s,

$k_{is\nu}$ - liczba ścieżek zakończonych w miejscu s i mających ν kroków.

Ze względu na periodyczną zmienność temperatur $T_{Fs\nu}$ można łączyć z sobą wartości $k_{is\nu}$ różniące się o liczbę kroków odpowiadającą cyklowi. Wówczas numer kolejny ν przy temperaturze $T_{Fs\nu}$ jest zawsze niższy od liczby kroków odpowiadającej cyklowi. Jeżeli na przykład cykl podzielono na 12 kroków, to można zastosować następujące przykładowe uproszczenie

$$T_{s8}\, k_{is8} + T_{s20}\, k_{is20} + T_{s32}\, k_{is32} =$$

$$= T_{s8}(k_{is8} + k_{is20} + k_{is32} + \ldots)$$

W celu obliczenia przebiegu czasowego temperatury T_i należy obliczenia powtórzyć kilkakrotnie, aby objąć nimi cały cykl zmian temperatury.

Wartości $k_{is\nu}$ wyznaczone dla danego przypadku geometrycznego, danych wartości α na powierzchni i danej cykliczności procesu mogą służyć do obliczenia przebiegu temperatury w rozpatrywanym węźle przy dowolnym przebiegu temperatur brzegowych.

Do ilości ciepła przekazanego w procesie periodycznym można dojść na podstawie przebiegu temperatur w węzłach położonych przy powierzchni. Dla przedziału czasu zawartego w okresie od chwili τ do chwili $\tau + m\Delta\tau$ otrzymuje się

$$Q_P = \sum_s Q_{Fs} = \Delta\tau \sum_s \sum_{\tau=1}^{m} \frac{T_{s\tau} - T_{Fs\tau}}{R_{sF}} \tag{11}$$

Zwykle proces można podzielić na fazy nagrzewania i ochładzania ciała. Wówczas przy obliczaniu sumarycznej ilości przekazywanego ciepła należy zastosować wzór (11) tylko do jednej z tych faz.

Jeżeli rozpatrywane ciało kontaktuje się periodycznie z dwoma płynami (np. w regeneratorach), występuje przekazywanie ciepła od płynu cieplejszego do zimniejszego. W tym przypadku ilość ciepła przekazywanego w jednym cyklu można wyznaczyć na podstawie skrajnych rozkładów temperatur wewnątrz rozpatrywanego ciała

$$Q_P = \sum_i V_i\, \varrho_i\, c_{pi}(T_{ig} - T_{io}) \tag{12}$$

gdzie:

T_{ig}, T_{io} - temperatura w i-tym węźle przy końcu fazy nagrzewania ciała i przy końcu fazy ochładzania ciała.

5. Przykład zastosowania metody egzodus do obliczenia przepływu ciepła w regeneratorze

Ilość ciepła przekazywanego w regeneratorze w jednym cyklu działania można wyrazić wzorem

$$Q_F = \varkappa V \varrho c_p (T_{F\,g} - T_{F\,o}) \tag{13}$$

gdzie:

$V \varrho c_p$ - całkowita pojemność cieplna rozpatrywanej strefy wypełnienia regeneratora,

$T_{F\,g}$, $T_{F\,o}$ - średnia temperatura płynu grzejącego i ogrzewanego,

$\varkappa$ - zredukowany współczynnik przekazywania ciepła (zwany też sprawnością cieplną wypełnienia).

Z wzorów (12) i (13) wynika

$$\varkappa = \frac{T_{g\,m} - T_{o\,m}}{T_{F\,g} - T_{F\,o}} \tag{14}$$

gdzie:

$T_{g\,m}$, $T_{o\,m}$ - średnia temperatura wypełnienia przy końcu fazy nagrzewania i fazy ochładzania.

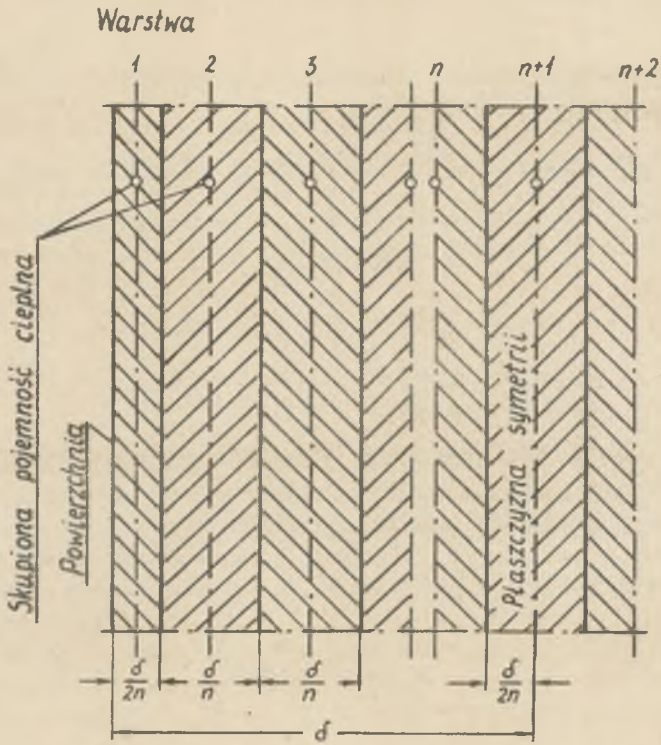
W celu przeprowadzenia przykładowych obliczeń wzięto pod uwagę regenerator zbudowany z płaskich płyt nieskończenie rozległych o grubości 2δ (rys. 4). Każda z płyt została podzielona na $2n+1$ elementów różnicowych, przy czym elementy przy powierzchni mają grubość $\frac{\delta}{2n}$, pozostałe zaś $\frac{\delta}{n}$. Założono, że współczynnik wnikania ciepła ma wartość stałą podczas każdej z faz (α_g = idem, α_o = idem lecz $\alpha_g \neq \alpha_o$). Prawdopodobieństwa występujące w równaniu (4) można ująć wzorami:

$$p_{1F} = 8\,D_1K_1; \quad p_{11} = 1 - 8\,D_1K_1 - \frac{8}{3}\,D_1; \quad p_{12} = \frac{8}{3}\,D_1;$$

$$p_{21} = \frac{4}{3}\,D_1; \quad p_{22} = 1 - \frac{7}{3}\,D_1; \quad p_{23} = D_1;$$

$$p_{i,i-1} = p_{i,i+1} = D_l;\ p_{ii} = 1 - 2\,D_l,\quad \text{dla}\quad i = 3...n$$

$$p_{n+1,n} = 2\,D_l;\qquad p_{n+1,n+1} = 1 - 2\,D_l,\quad \text{dla}\quad i = n+1.$$



Rys. 4. Schemat podziału płyty regeneratora

Wielkości pomocnicze D_l, K_l oblicza się oddzielnie dla fazy nagrzewania i ochładzania ($l = g$ lub $l = o$), przy czym obowiązują wzory [9]

$$D_l = \frac{n^2\,Fo_l}{z_l};\qquad K_l = \frac{Bi_l}{4n + Bi_l} \tag{15}$$

gdzie:

z_l – liczba interwałów czasu podczas fazy l

$$Bi_l = \frac{\alpha_l \delta}{\lambda};\qquad Fo_l = \frac{a\,\tau_l}{\delta^2} \tag{16}$$

przy czym:

a - współczynnik przewodzenia temperatury materiału wypełnienia,

τ_1 - czas trwania fazy 1.

Zgodnie z wzorem (8) liczba interwałów czasu w fazie 1 powinna spełniać warunek

$$z_1 \geqslant \frac{32}{3} n^2 Fo_1 \frac{n + Bi_1}{4n + Bi_1} \tag{17}$$

Zredukowany współczynnik przekazywania ciepła po wykorzystaniu wzoru (11) można wyrazić równaniem

$$\varkappa = \frac{4}{n} D_1 K_1 \frac{\left| \sum_{\tau=1}^{z_1} T_{1\tau} - \sum_{\tau=1}^{z_1} T_{F\tau} \right|}{T_{F\,g} - T_{F\,o}} \tag{18}$$

Po wprowadzeniu temperatur średnich wzór (18) przyjmuje postać

$$\varkappa = \frac{4}{n} D_1 K_1 \frac{\left| T_{1ml} - T_{Fl} \right|}{T_{F\,g} - T_{F\,o}} z_1 \tag{19}$$

gdzie:

T_{1ml} - średnia temperatura warstwy i=1 podczas fazy 1.

Obliczenie wartości $\varkappa$ przeprowadzono za pomocą maszyny Odra-1204 dla kilku wariantów:

a) Temperatury gazu stałe w każdej z faz, liczby Biota jednakowe w obu fazach

Przyjęto $Bi_o = Bi_g = 0,4$; $Fo_g = 10$; $Fo_o = 5$. Dla założonej liczby podziału n=4 minimalna liczba interwałów czasu wynosi $z_{g\,min} = 458$, $z_{o\,min} = 229$. Do obliczeń przyjęto $z_g = 480$, $z_o = 240$. Stałe pomocnicze mają wartość $D = D_g = D_o = 1/3$, $K = K_g = K_o = 1/41$.

Ze względu na stałą wartość liczby Biota, jest w tym przypadku celowe wykorzystanie wzoru (11), z którego wynika równanie (18). Wystarczy jednokrotne obliczenie wartości $k_{1\nu}$ występujących w równaniu (10). Ze względu bowiem na stałą wartość prawdopodobieństw p_{ii}, p_{ij} w równaniu (4), ciąg wartości $k_{1\nu}$ jest jednakowy dla wszystkich wartości temperatury T_1.

Wzór (19) przy $z_o \leqslant z_g$ prowadzi do równania

$$\varkappa = \frac{4\,D\,K}{n \sum\limits_{\nu=1}^{z_o+z_g} k_{1\nu}} \left\{ \sum_{\nu=1}^{z_o} \left[\nu k_{1\nu} + (z_o + 1 - \nu)\, k_{1,z_g+\nu} \right] + \right.$$

$$\left. + (z_o + 1) \sum_{\nu=1}^{z_g - z_o} k_{1,z_o+\nu} - \frac{1}{2} \sum_{\nu=1}^{z_g} (k_{1\nu} + k_{1,z_o+\nu}) \right\} \qquad (20)$$

Ostatni wyraz wzoru (20) wynika stąd, że przy uśrednianiu temperatury warstwy pierwszej występuje połowa wartości temperatur w chwili początkowej i końcowej fazy ochładzania. Wartości $k_{1\nu}$ wyrażają sumę zakończonych ścieżek mających liczbę kroków ν, $\nu+(z_o + z_g)$, $\nu+2(z_o + z_g)$ itd. Obliczenia prowadzono do chwili pochłonięcia 99,5% punktów błądzących, co wymagało zrealizowania 708 kroków czasowych. Czas trwania obliczeń wynosił ok. 1 min., przy czym otrzymano $\varkappa = 0{,}8074$. Przy stosowaniu procedury iteracyjnej przedstawionej w [9] czas trwania obliczeń wynosi ok.2,5 min., przy czym otrzymuje się $\varkappa = 0{,}8082$. Obliczenie za pomocą metody egzodus skrajnych temperatur we wszystkich węzłach trwało ok. 3,5 min.

b) Temperatury gazu zmienne w obu fazach, liczby Biota jednakowe w obu fazach

Obliczenia przeprowadzono dla wartości Bi oraz Fo takich jak w punkcie a. Założono liniową zmienność temperatur gazów w zakresie $T_g = 1000 \div 1200$, $T_o = 0 \div 200$. Uzyskano w wyniku $\varkappa = 0{,}8728$. Do obliczenia wartości $\varkappa$ wykorzystano wartości $k_{1\nu}$ wyznaczone w punkcie a. Dodatkowy czas trwania obliczeń wynosi ok. 0,5 min.

c) Liczby Biota różne w obu fazach

Przyjęto $Bi_o = 0{,}2$ $Bi_g = 0{,}4$ oraz wartości Fo jak w punkcie a). W tym przypadku jest celowe oparcie się na wzorze (12). W związku z tym jest konieczne dwukrotne obliczenie wartości $k_{i\nu}$ dla wszystkich węzłów (dla momentu końcowego fazy chłodzenia i dla momentu końcowego fazy grzania). Czas obliczeń w związku z tym wydłuża się wyraźnie i wynosi około 10 min., podczas gdy przy stosowaniu metody iteracyjnej wydłużenie czasu obliczeń jest niewielkie (obliczenie trwa ok.4 min.). Po obliczeniu wartości $k_{i\nu}$ można je jednak wykorzystać do dowolnego przebiegu temperatur, przy czym zmiana przebiegu temperatur wymaga dodatkowego czasu obliczeń wynoszącego ok. 0,5 min. W rozpatrywanym przypadku otrzymano dla stałych temperatur gazów $\varkappa = 0{,}5999$, dla zmiennych zaś (jak w punkcie b) $\varkappa = 0{,}6402$.

6. Wnioski

6.1. Obliczenia przebiegu temperatur oraz strumieni cieplnych w periodycznie zmiennych polach temperatury mogą być wykonane za pomocą numerycznej metody różnicowej, przy czym przy rozwiązywaniu układu równań różnicowych można zastosować metodę iteracyjną przedstawioną w pracy [9] lub metodę egzodus według propozycji przedstawionej w niniejszej pracy.

6.2. Przy zastosowaniu metody egzodus do obliczenia strumieni ciepła można uzyskać w porównaniu z metodą iteracyjną znaczne skrócenie czasu trwania obliczeń maszynowych w następujących przypadkach:

a) liczby Bi mają wartość stałą w całym procesie (mogą zależeć tylko od miejsca),
b) przy określonym przebiegu zmienności liczb Bi oblicza się kilkakrotnie strumienie ciepła przy różnych przebiegach temperatur płynów.

6.3. W przypadkach gdy liczby Biota mają wartości stałe w każdej fazie procesu, za pomocą metody egzodus można otrzymać współczynniki uogólnione nadające się do dowolnego przebiegu temperatur płynów.

6.4. Zastosowanie metody egzodus jest celowe również przy obliczaniu przebiegu zmian temperatury w wybranym punkcie ciała (co może być potrzebne, jeżeli np. istnieje obawa przekroczenia temperatury dopuszczalnej). Metoda różnicowo-iteracyjna wymaga bowiem obliczenia przebiegu temperatur we wszystkich punktach siatki różnicowej.

6.5. Przy rozpatrywaniu pojedynczych przypadków periodycznego przewodzenia ciepła, w których występują zmiany liczb Biota, metoda egzodus w zastosowaniu do obliczenia strumieni cieplnych i rozkładów temperatur wymaga na ogół dłuższego czasu trwania obliczeń w porównaniu z metodą różnicowo-iteracyjną.

LITERATURA

1. EMERY A.F., CARSON W.W.: A modification to the Monte Carlo method - the Exodus method; Am. Soc. Mech. Engrs. Paper 66-WA/HT-61(1966).
2. KING G.W.: Monte Carlo method for solving diffusion problems, Industr. Eng. Chemistry, 1951, 43.
3. KOLENDA Z., MALEC W., ZYSEK A.: Zastosowanie metody Monte Carlo do obliczenia przepływu ciepła w elektrodach elektrolizera aluminium, Archiwum Hutnictwa, 1973, z. 4, s. 339.
4. MUČNIK G.F.: Rešenie zadač teploprovodnosti metodom setok, Teplo- i massoperenos, t. 5, 1963, Mińsk.

5. RICHTMYER R.D., MORTON K.W.: Difference method for initial value problems, wyd. II, New York, London 1967.

6. ROZEWICZ J.: Zastosowanie metody Monte Carlo do zagadnień przewodzenia ciepła, Zeszyty Naukowe Pol. Śl., Energetyka z. 24, Gliwice, 1967.

7. SZARGUT J., ROZEWICZ J.: Zastosowanie metody Monte Carlo do trzeciego zagadnienia brzegowego ustalonego przewodzenia ciepła, Zeszyty Naukowe Pol. Śl., Energetyka z. 22, Gliwice, 1966.

8. SZARGUT J.: Uogólnienie metody różnicowej obliczania ustalonego pola temperatur, Arch. Budowy Maszyn, 1974, z.1, s. 127.

9. SZARGUT J., GUZIK A.: Anwendung des Differenzenverfahrens zur Bestimmung der Wärmeübergangszahl in Regeneratoren, Arch. für das Eisenhüttenwesen, 1968, 1.

10. WANIČEW A.P.: Priblizennyj metod rešenia zadač teploprovodnosti, Izv. AN SSSR, 1966, 12.

Praca wpłynęła do Redakcji w listopadzie 1973 roku

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА "ЭКСОДУС" ДЛЯ РАСЧЕТОВ ПЕРИОДИЧЕСКИ ПЕРЕМЕННЫХ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ

Р е з ю м е

Для расчета значений температуры и потока тепла в периодически переменных температурных полях можно применить численный метод конечных разностей с использованием итерационного цикла [9]. В работе предлагается применение метода "эксодус" вместо итерационной процедуры. При помощи численных примеров сравнивается продолжительность расчетов для рассматриваемых методов. Указывается диапазон целесообразности применения метода "эксодус".

APPLICATION OF EXODUS METHOD FOR COMPUTATION OF PERIODICALLY CHANGING TEMPERATURE FIELDS

S u m m a r y

Computing the temperature and heat flux in periodically changing temperature fields one can apply a numerical difference method with using the iteration procedure. The paper proposes the application of exodus method instead of iteration procedure. By means of the numerical examples the duration of calculation for both considered methods has been determined. Purposefulnes range for applications of exodus method has been pointed out.